

۱) مریم می‌خواهد ۶ کتاب متمایز را به تعداد یکسان در دو ردیف یک قفسه به تصادف قرار دهد. با کدام احتمال مریم دو کتاب با عناوین ریاضی و ادبیات را کنار هم در یک ردیف قرار می‌دهد؟

$\frac{9}{10}$ (۴)

$\frac{5}{6}$ (۳)

$\frac{1}{5}$ (۲)

$\frac{4}{15}$ (۱)

سراسری-انسانی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۲) با ارقام ۰, ۱, ۲, ۴, ۵, ۷ چند عدد سه رقمی فرد بدون تکرار رقم‌ها که مضرب ۵ نباشد، می‌توان نوشت؟

۳۲ (۴)

۳۶ (۳)

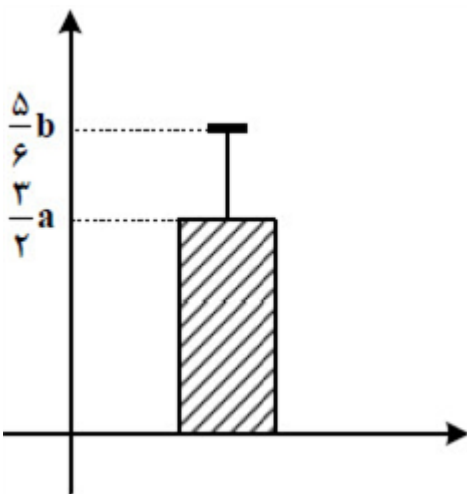
۴۰ (۲)

۴۸ (۱)

سراسری-انسانی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۳) نمودار مقابل توصیف‌کننده شاخص‌های (مرکزی و پراکندگی) مناسب داده‌های $a, b, \frac{a}{4}, 12, 6$ است. اگر انحراف معیار

این داده‌ها $\frac{1}{4}$ میانگین باشد، انحراف معیار داده‌ها کدام است؟



$3/6$ (۴)

$2/4$ (۳)

$1/8$ (۲)

$1/2$ (۱)

سراسری-انسانی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۴) اگر $C = (A' - B) \cup (A' - B')$, $D = (B' - A) \cup (B' - A')$ و $E = C \cup D$ باشد، کدام است E' ؟

$A \cap B$ (۴)

$A \cup B$ (۳)

$A' \cap B'$ (۲)

$A' \cup B'$ (۱)

سراسری-انسانی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۵) خانواده‌ای ۵ فرزند دارد که دو فرزند آنها دوقلو هستند. قرار است والدین به همراه ۳ تا از فرزندان به یک مهمانی بروند، احتمال اینکه دوقلوها با هم به مهمانی نروند، کدام است؟

$0/7$ (۴)

$0/3$ (۳)

$0/6$ (۲)

$0/1$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی



۶

یک فروشگاه دارای ۵ درب است. وقتی مشتری از یک درب وارد می‌شود باید از درب دیگری خارج شود. زهرا و نازنین به چند طریق می‌توانند از فروشگاه خرید کنند به طوری که آنها از درب ورودی و خروجی یکسانی استفاده نکرده باشند؟

۱۳۰ (۴)

۱۶۰ (۳)

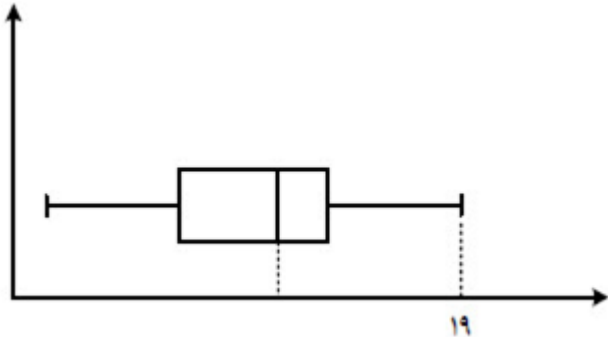
۲۶۰ (۲)

۳۲۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - انسانی

۷

داده‌های نمودار زیر، اعداد فرد هستند. اگر ۵ داده کمتر از میانه باشد، کدام می‌تواند بیشترین مقدار ممکن برای میانه باشد؟



۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۱۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - انسانی

۸

خانواده‌ای دارای ۵ فرزند شامل ۲ فرزند پسر و ۳ فرزند دختر است. قرار است ۵ نفر از اعضای این خانواده با اتومبیل شخصی به مسافرت بروند. احتمال اینکه فقط والدین حق رانندگی داشته باشند و دو فرزند پسر با هم به مسافرت نروند، کدام است؟

$\frac{1}{7}$ (۴)

$\frac{3}{7}$ (۳)

$\frac{10}{21}$ (۲)

$\frac{11}{21}$ (۱)

سراسری - انسانی - ۱۴۰۲ تیرماه

۹

یک پارکینگ دارای ۴ درب است. وقتی از یک درب وارد می‌شوید باید از درب دیگری خارج شوید. به چند طریق حسن و علی می‌توانند از این پارکینگ استفاده کنند به طوری که آنها درب ورودی و درب خروجی یکسانی نداشته باشند؟

۵۴ (۴)

۸۴ (۳)

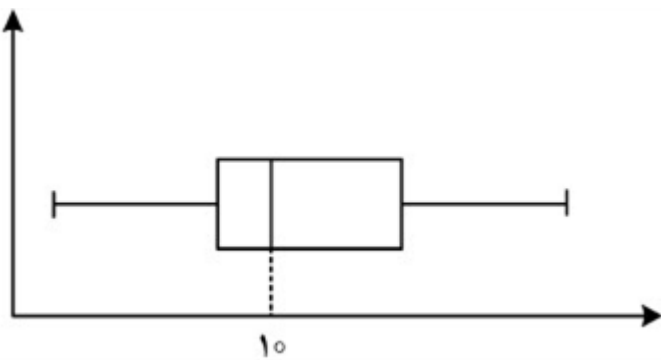
۱۰۸ (۲)

۱۶۸ (۱)

سراسری - انسانی - ۱۴۰۲ تیرماه

۱۰

داده‌های نمودار زیر، اعداد زوج هستند. اگر مقدار ۴ داده بیشتر از میانه باشد، کدام می‌تواند بیشترین مقدار ممکن برای میانگین داده‌های کمتر از میانه باشد؟



۹ (۴)

$8/5$ (۳)

$7/5$ (۲)

۵ (۱)

سراسری - انسانی - ۱۴۰۲ تیرماه

۱۱

در کیسه‌ای پنج گوی یکسان با شماره‌های $\{0, 1, 2, 3, 5\}$ قرار دارد. دو گوی، متوالیاً و پشت سرهم از داخل کیسه خارج می‌کنیم و گوی دوم را در سمت راست گوی اول قرار می‌دهیم. با کدام احتمال، عدد روی گوی دوم زوج است؟

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۳)

$\frac{2}{5}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۱)

سراسری-انسانی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۲

رمز سه رقمی یک کیف، به گونه‌ای است که ارقام تکراری ندارد و عدد زوج و فرد کنار هم قرار نمی‌گیرند. چند حالت برای رمز این کیف وجود دارد؟

۱۲۰ (۴)

۷۲ (۳)

۶۰ (۲)

۳۶ (۱)

سراسری-انسانی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۳

در یک مسابقه دو میدانی، ۷ نفر شرکت کرده‌اند که ۳ دانش‌آموز از مدرسه A و ۴ دانش‌آموز از مدرسه B به خط پایان رسیده‌اند. با کدام احتمال، مقام اول و آخر، از مدرسه A است؟

$\frac{3}{14}$ (۴)

$\frac{5}{9}$ (۳)

$\frac{1}{7}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱

۱۴

۳ نفر به همراه علی و حسن قرار است در یک هتل، هر کدام در یک اتاق، اقامت کنند. هتل سه اتاق خالی کنار هم در یک طرف راهرو و دو اتاق دیگر در کنار هم، در طرف دیگر راهرو دارد. به چند طریق، این افراد در اتاق‌ها می‌توانند اقامت کنند، به طوری که علی و حسن در اتاق‌های کنار هم ساکن شوند؟

۷۲ (۴)

۳۶ (۳)

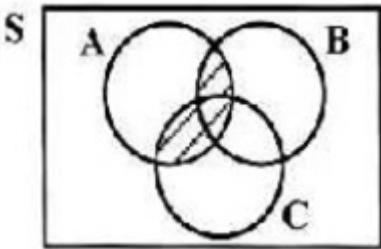
۲۴ (۲)

۸ (۱)

سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱

۱۵

سه پیشامد A، B و C مطابق شکل مقابل، در فضای نمونه‌ای S مفروض‌اند. کدام مورد برای قسمت هاشورخورده، نادرست است؟



$(A \cap B) \cup (A \cap C)$ (۲)

$A \cap (B \cup C)$ (۱)

$(A - (A \cap B)) \cap (A \cap C)$ (۴)

$(A - (A - B)) \cup (A - (A - C))$ (۳)

سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱

۱۶

در هیئت مدیره یک شرکت، ۹ نفر عضو هستند. در رأی‌گیری برای یک سرمایه‌گذاری، ۴ نفر رأی موافق، ۳ نفر رأی مخالف و ۲ نفر رأی ممتنع داده‌اند. اگر سه نفر به طور تصادفی انتخاب شوند، احتمال این که هیچ دو نفری مثل هم نباشند، چقدر است؟

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{9}$ (۳)

$\frac{1}{21}$ (۲)

$\frac{2}{7}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۱۷

در چند زیرمجموعه ۵ عضوی از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ حداقل سه عضو زوج وجود دارد؟

۴۰ (۴)

۴۵ (۳)

۵۵ (۲)

۶۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۱۸

پنج بازیکن فوتبال تیم مدرسه‌ای، به‌طور تصادفی در یک ردیف کنار یکدیگر می‌ایستند. اگر دروازه‌بان و کاپیتان دو نفر متفاوت باشند، با کدام احتمال بین دروازه‌بان و کاپیتان دقیقاً دو نفر حضور دارند؟

 $\frac{1}{20}$ (۴) $\frac{1}{15}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۱)

سراسری-انسانی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۹

تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی مجموعه $\{0, 1, 2, 4, 6, 8, 9\}$ که شامل عدد ۸ باشد، ولی شامل عدد ۴ نباشد، کدام است؟

۵۰ (۴)

۴۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

سراسری-انسانی-تیرماه ۱۴۰۱

۲۰

در یک بازی ۱۶ نفره به هر نفر یکی از شماره‌های ۳، ۴، ۵، ...، ۱۸ را نسبت می‌دهیم. سه تاس را پرتاب می‌کنیم و اعداد روشده را با یکدیگر جمع می‌کنیم. شخصی که آن شماره را داشته باشد، انتخاب می‌شود. احتمال این‌که شخص صاحب شماره‌ی ۱۰ انتخاب شود، کدام است؟

 $\frac{1}{7}$ (۴) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{10}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۲۱

اگر $A \subseteq B'$ باشد، حاصل $((A - B) \cup (B - A))'$ ، کدام است؟

 $A' \cup B'$ (۴) $A \cup B$ (۳) $A' \cap B'$ (۲) $A \cap B$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۲۲

یک کتابخانه شامل ۵ کتاب ریاضی، ۳ کتاب ادبیات و ۲ کتاب داستان است. ۴ کتاب به دلخواه انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این چهار کتاب، حداقل در دو موضوع مختلف هستند؟

 $\frac{41}{42}$ (۴) $\frac{20}{21}$ (۳) $\frac{13}{14}$ (۲) $\frac{19}{21}$ (۱)

سراسری-انسانی-۱۴۰۰

۲۳

اگر متمم مجموعه‌ی $(A - B) \cup (B - A)$ برابر $A \cap B$ باشد، کدام عبارت درست است؟ (S مجموعه‌ی مرجع است.)

 $B = \emptyset$ یا $A = \emptyset$ (۴) $A \cup B = S$ (۳) $A \subseteq B'$ (۲) $A \subseteq B$ (۱)

سراسری-انسانی-۱۴۰۰

۲۴

در پرتاب یک تاس و ۲ سکه، احتمال این‌که حداقل یکی از سکه‌ها «پشت» و عدد رو شده در تاس، فرد باشد، کدام است؟

 $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

دور یک میز گرد، ۶ نفر به چند طریق می‌توانند قرار گیرند، به طوری که ۲ فرد موردنظر از آنان، همواره کنار یکدیگر باشند؟

۱۲۰ (۴)

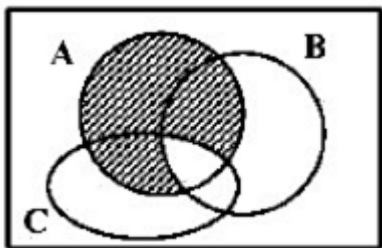
۹۶ (۳)

۴۸ (۲)

۳۶ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

مطابق شکل زیر، فرض کنید A ، B و C ، سه مجموعه باشند. کدام مورد برای قسمت سایه‌خورده، نادرست است؟



$A \cap (B' \cup C')$ (۲)

$(A - B) \cup (A - C)$ (۱)

$A - (B \cup C)$ (۴)

$A - (B \cap C)$ (۳)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

در جعبه‌ای ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه یکسان، قرار دارد. به تصادف ۳ مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، ۲ مهره سفید و یک مهره سیاه، خارج می‌شود؟

$\frac{11}{21}$ (۴)

$\frac{10}{21}$ (۳)

$\frac{3}{7}$ (۲)

$\frac{5}{14}$ (۱)

سراسری-انسانی-۹۹

در یک اتومبیل معمولی، ۵ نفر به چند طریق می‌توانند بنشینند، به طوری که ۳ نفر آن‌ها، مجاز به رانندگی باشند؟

۸۴ (۴)

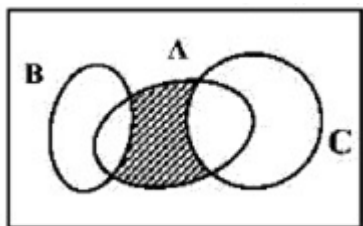
۷۵ (۳)

۷۲ (۲)

۶۰ (۱)

سراسری-انسانی-۹۹

مجموعه‌های A ، B و C ، مطابق شکل زیر، مفروض‌اند. کدام مورد برای قسمت سایه‌خورده، نادرست است؟



$A \cap (B \cap C)'$ (۲)

$A \cap (B' \cap C')$ (۱)

$(A - C) \cup (A - B)$ (۴)

$(A - C) \cap (A - B)$ (۳)

سراسری-انسانی-۹۹

جعبه‌ای شامل ۸ سیب سالم و ۴ سیب لکه‌دار است. به تصادف ۳ سیب از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال فقط ۲ سیب خارج شده، سالم است؟

$\frac{28}{55}$ (۴)

$\frac{24}{55}$ (۳)

$\frac{8}{15}$ (۲)

$\frac{7}{15}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۳۱

دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال جمع دو عدد روشده، کمتر از ۱۰ می‌باشد؟

$$\frac{5}{6} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{7}{12} \quad (2)$$

$$\frac{5}{9} \quad (1)$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۳۲

با ارقام موجود در مجموعه $\{1, 2, 4, 6, 7, 8\}$ ، چند عدد پنج رقمی فرد، بدون تکرار رقم‌ها، می‌توان نوشت؟

$$300 \quad (4)$$

$$240 \quad (3)$$

$$180 \quad (2)$$

$$120 \quad (1)$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۳۳

در ظرفی ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه است. به تصادف ۲ مهره از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال مهره‌های خارج شده، از یک رنگ هستند؟

$$\frac{9}{14} \quad (4)$$

$$\frac{4}{7} \quad (3)$$

$$\frac{3}{7} \quad (2)$$

$$\frac{5}{14} \quad (1)$$

سراسری-انسانی-۹۸

۳۴

در یک منطقه ۱۵۰۰ نفر، از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل‌اند. در این منطقه ۱۴۳ نفر، ۱۶ ساله و بیشتر تر جویای کار هستند، حداقل چند شغل ایجاد شود تا نرخ بیکاری ۶ درصد باشد؟

$$60 \quad (4)$$

$$50 \quad (3)$$

$$45 \quad (2)$$

$$40 \quad (1)$$

سراسری-انسانی-۹۸

۳۵

در مورد گردآوری داده‌ها، کدام بیان درست است؟

۱ علم آمار نحوه گردآوری، سازمان‌دهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات است.

۲ یک روش آماری مناسب می‌تواند دقیق‌تر از داده‌ها و حقایق اصلی باشد.

۳ دادگان‌ها همیشه اطلاعات ثبتي را در اختیار آمارگر قرار می‌دهند.

۴ عدد آماره همواره کوچک‌تر از عدد پارامتر است.

سراسری-انسانی-۹۸

۳۶

یک سکه و یک تاس با هم پرتاب می‌شود، با کدام احتمال سکه «رو» و عدد تاس مضرب ۳ ظاهر می‌شود؟

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{6} \quad (2)$$

$$\frac{1}{12} \quad (1)$$

سراسری-انسانی-۹۸

۳۷

با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، چند عدد چهار رقمی بخش‌پذیر بر ۵، بدون تکرار رقم‌ها، می‌توان نوشت؟

$$120 \quad (4)$$

$$108 \quad (3)$$

$$96 \quad (2)$$

$$72 \quad (1)$$

سراسری-انسانی-۹۸

۳۸

بر روی یک نیمکت ۴ دانش‌آموز نشسته‌اند، با کدام احتمال لاقبل دو نفر از آنان در یک ماه از سال متولد شده‌اند؟

$$\frac{55}{96} \quad (4)$$

$$\frac{25}{48} \quad (3)$$

$$\frac{23}{48} \quad (2)$$

$$\frac{41}{96} \quad (1)$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۳۹

با حروف کلمه DAMDARAN ، چند رمز عبور ۸ حرفی می‌توان ساخت، به طوری که با D شروع و با D ختم شوند؟

۲۴۰ (۴)

۱۸۰ (۳)

۱۶۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۴۰

در پرتاب دو تاس با هم، احتمال ظاهر شدن دو عدد غیرمساوی، کدام است؟

 $\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{7}{9}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۴۱

شش رقم ۵ ، ۵ ، ۵ ، ۳ ، ۳ و ۱ را از مقوا بریده در کنار یکدیگر جابه‌جا می‌کنیم. تعداد اعداد شش رقمی متمایز، کدام است؟

۱۲۰ (۴)

۸۰ (۳)

۷۲ (۲)

۶۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۴۲

بر روی ۵ گوی یکسان، هر یک از ارقام ۵ ، ۴ ، ۳ ، ۲ و ۱ نوشته شده است. یک گوی از بین آن‌ها برداشته و با ثبت شماره‌ی آن، دوباره به ظرف برمی‌گردانیم. با تکرار این آزمایش عدد تصادفی دو رقمی حاصل می‌شود. با کدام احتمال این عدد مضرب ۳، است؟

۰/۴۸ (۴)

۰/۳۶ (۳)

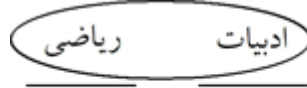
۰/۳۲ (۲)

۰/۲۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. جایگشت ۶ کتاب متمایز $n(S) = 6!$

با توجه به توضیحات صورت سؤال شکل زیر را خواهیم داشت:



دو ردیف ۳ تایی: _____

جایگشت دو کتاب ریاضی و ادبیات (داخل بسته)

جایگشت ۴ کتاب باقیمانده

$$n(A) = \binom{2}{1} \times 2! \times 2! \times 4! = 8 \times 4!$$

انتخاب یکی از ۲ ردیف

جایگشت بسته (ریاضی و ادبیات) و کتاب سوم

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8 \times 4!}{6!} = \frac{8}{6 \times 5} = \frac{4}{15}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به صورت سؤال در جایگاه یکان فقط ۲ انتخاب داریم: $\{1, 7\}$

صفر هم در صدگان نمی‌تواند قرار بگیرد. پس داریم:

$$\textcircled{4} \times \textcircled{2} \times \textcircled{2} = 32$$

به غیر از صفر
و رقم یکان
۱ یا ۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$6, 12, \frac{a}{4}, a, b \Rightarrow \bar{x} = \frac{6 + 12 + \frac{a}{4} + a + b}{5} = \frac{18 + \frac{5}{4}a + b}{5} \quad (1)$$

$$\bar{x} = \frac{3}{4}a \quad (2), \delta = \frac{5}{6}b - \frac{3}{4}a \quad (3) \quad \text{از روی نمودار داریم:}$$

$$\delta = \frac{1}{4}\bar{x} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}a = \frac{3}{16}a \quad (4) \quad \text{و طبق فرض سؤال:}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{18 + \frac{5}{4}a + b}{5} = \frac{3}{4}a \Rightarrow 18 + b = 6a$$

$$\xrightarrow{(3),(4)} \frac{3}{8}a = \frac{5}{6}b - \frac{3}{4}a \Rightarrow \frac{15}{8}a = \frac{5}{6}b \Rightarrow b = \frac{9}{4}a$$

$$\text{از حل دستگاه دو معادله دو مجهول} \quad \begin{cases} 18 + b = 6a \\ b = \frac{9}{4}a \end{cases} \quad \text{مقادیر } a = \frac{24}{5} \text{ و } b = \frac{54}{5} \text{ به دست می‌آید. پس:}$$

$$\bar{x} = \frac{3}{4}a = \frac{3}{4} \times \frac{24}{5} = \frac{36}{5}$$

$$\delta = \frac{1}{4}\bar{x} = \frac{1}{4} \times \frac{36}{5} = \frac{36}{20} = \frac{18}{10} = 1.8$$

$$C = (A' - B) \cup (A' - B) = (A' \cap B') \cup (A' \cap B') = A' \cap (B' \cup B) = A' \cap M = A'$$

$$D = (B' - A) \cup (B' - A) = (B' \cap A') \cup (B' \cap A) = B' \cap (A' \cup A) = B' \cap M = B'$$

$$\Rightarrow E = C \cup D = A' \cup B' = (A \cap B)' \Rightarrow E' = A \cap B$$

روش دوم: با استفاده از رسم نمودار ون هم می‌توان به پاسخ رسید.

$$\left. \begin{aligned} n(S) &= \binom{5}{3} = \frac{5 \times 4}{3} = 10 \\ n(A') &= \binom{3}{1} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(A') = \frac{3}{10}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$P(A) = 1 - 0/3 = 0/7$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زهرا برای ورود ۵ انتخاب و برای خروج ۴ انتخاب دارد. برای نازنین دو حالت در نظر می‌گیریم. حالت اول: نازنین دقیقاً از همان دربی که زهرا خارج شده، وارد شود. که در این حالت ۱ انتخاب برای ورود و ۴ انتخاب برای خروج دارد.

$$5 \times 4 \times 1 \times 4 = 80$$

حالت دوم: نازنین از دربی غیر از درب ورود و خروج زهرا وارد شود. که در این حالت ۳ انتخاب برای ورود و ۳ انتخاب برای خروج دارد.

$$5 \times 4 \times 3 \times 3 = 180$$

در نتیجه در کل $180 + 80 = 260$ حالت خواهیم داشت.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای پاسخ به این سؤال باید توانایی تحلیل نمودار جعبه‌ای را داشته باشیم. Q_3 ، با توجه به سبیل راست نمودار، ۱۹ نیست و بیشینه مقدارش ۱۷ می‌تواند باشد پس اولین عدد بعد از میانه را ماکزیمم ۱۷ می‌توانیم در نظر بگیریم. از طرفی از آنجا که داده‌ها فرد هستند و میانه با توجه به گزینه‌ها، عددی زوج است، حتماً تعداد داده‌ها زوج بوده و میانه، میانگین دو داده وسط است. اولین عدد قبل از میانه، ۱۷ نمی‌تواند باشد چون میانه را ۱۷ به ما می‌دهد که در بین گزینه‌ها نیست پس آن را ۱۵ در نظر می‌گیریم و با این دو فرض بیشترین مقدار میانه برابر خواهد بود

$$\frac{15 + 17}{2} = 16 \quad \text{با:}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$n(S) = \binom{7}{5} = \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

$$n(A) = \underbrace{\binom{2}{2} \times \binom{3}{3}}_{\text{والدین و ۳ دختر}} + \underbrace{\binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{3}{3}}_{\text{یکی از والدین و یک پسر و ۳ دختر}} + \underbrace{\binom{2}{2} \times \binom{2}{1} \times \binom{3}{2}}_{\text{والدین و ۱ پسر و ۲ دختر}}$$

$$= 1 + 6 + 6 = 11 \Rightarrow P(A) = \frac{11}{21}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{4}{\text{ورودی علی}} \times \frac{3}{\text{خروجی علی}} \times \frac{2}{\text{ورودی حسن}} \times \frac{2}{\text{خروجی حسن}} &= 48 \\ 4 \times 3 \times 2 \times 2 &= 48 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{جمع} \\ \rightarrow 48 + 36 = 84 \end{array}$$

حسن از ورودی که علی وارد شده نمی‌تواند وارد شود هم‌چنین از خروجی که علی خارج شده نمی‌تواند خارج شود پس دو حالت برای ورود حسن در نظر می‌گیریم حالتی که حسن از دری غیر از خروجی علی وارد شود که ۲ حالت می‌شود و حالتی که حسن دقیقاً از خروجی علی وارد شود که یک حالت می‌شود. سپس به کمک اصل جمع داریم:

$$48 + 36 = 84$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون داده‌های نیمه اول کوچک‌تر از ۱۰ و زوج هستند و از طرفی داده‌ها در نیمه اول جعبه (داده‌های بین Q_1 و Q_2) متمرکزند و طبق نمودار Q_1 و Q_2 با هم متفاوتند، پس بیشینه داده‌های نیمه اول را به

$$6, 8, 8, 8 \Rightarrow \bar{x} = \frac{30}{4} = 7.5 \quad \text{صورت زیر می‌توان در نظر گرفت:}$$

روش دوم:

با توجه به اینکه ۴ داده بیشتر از میانه داریم، تعداد کل داده‌ها می‌تواند ۸ یا ۹ تا باشد:

حالت ۱) اگر ۸ داده داشته باشیم، اولین داده قبل از میانه نمی‌تواند ۱۰ باشد چون در آن صورت اولین داده بعد از میانه هم باید ۱۰ باشد تا میانه را ۱۰ بدهد در حالی که طبق صورت سؤال داده‌های بعد از میانه از ۱۰ بیشترند. پس ماکزیمم عدد قبل از میانه ۸ می‌تواند باشد و با توجه به شکل پراکندگی داده‌ها در سمت چپ نمودار، بیشینه میانگین با داده‌های ۶, ۸, ۸, ۸ به دست خواهد آمد.

حالت ۲) اگر ۹ داده داشته باشیم، باز هم اولین عدد بعد از میانه از میانه بیشتر است در نتیجه اولین عدد قبل از میانه از ۱۰ کمتر خواهد بود که با توجه به زوج بودن داده‌ها باز هم برای داشتن بیشترین میانگین به داده‌های ۶, ۸, ۸, ۸

$$\bar{x} = \frac{30}{4} = 7.5 \quad \text{می‌رسیم و خواهیم داشت:}$$

تذکر: اگر بخواهیم دقیق و اصولی سؤال را بررسی کنیم، در صورت سؤال گفته شده ۴ مقدار بیشتر از میانه داریم و می‌دانیم که می‌توانیم داده‌های برابر با میانه هم داشته باشیم پس مشخص نیست که دقیقاً چند داده در فاصله بین Q_1 و Max وجود دارد و با همین استدلال نمی‌دانیم تعداد داده‌های بین Q_1 و Min چندتاست و سایر اطلاعات هم (زوج بودن داده‌ها و شکل پراکندگی داده‌ها براساس نمودار جعبه‌ای) کمکی به ما نخواهد کرد!

مثلاً در ۱۳ داده‌ی ۶, ۸, ۸, ۸, ۸, ۸, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۴, ۱۴, ۱۶, ۱۸ میانه ۱۰ است و ۴ داده بیشتر از میانه داریم و میانگین

$$\text{داده‌های کمتر از میانه } \frac{46}{6} \cong 7.6 \quad \text{می‌شود. (حالت‌های دیگری نیز می‌توان در نظر گرفت.)}$$

با این حال این فرض نادرست طراح را می‌پذیریم که وقتی می‌گوییم «مقدار ۴ داده بیشتر از میانه است» بدین معناست که فقط ۴ داده بعد از میانه و ۴ داده قبل از میانه داریم و با این فرض دو روش بالا ارائه گردید.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

احتمال عدد دوم زوج \times احتمال عدد اول زوج + احتمال عدد دوم زوج \times احتمال عدد اول فرد

$$= \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. وقتی عدد زوج و فرد کنار هم قرار نگیرند، یعنی هر ۳ رقم یا زوج است یا فرد.

$$5 \times 4 \times 3 = 60 \quad \text{حالت فرد}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد کل} = 60 + 60 = 120$$

$$5 \times 4 \times 3 = 60 \quad \text{حالت زوج}$$

$$n(s) = 7!$$

$$\frac{\boxed{3} \times \overbrace{(1+4=5)}^{5!} \times \boxed{2}}{7!} = \frac{3 \times 5! \times 2}{7!} = \frac{5! \times 3 \times 2}{7 \times 6 \times 5!} = \frac{1}{7}$$

$$A: \underline{1} \underline{2} \underline{3}$$

یا

$$B = - -$$

$$2! \times 2! \times 3! = 2 \times 2 \times 6 = 24$$

$$2! \times 3! = 2 \times 6 = 12$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

الف) حسن و علی در A باشند:

ب) حسن و علی در B باشند:

پس کل حالات برابر $24 + 12 = 36$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. قسمت هاشورخورده برابر است با:

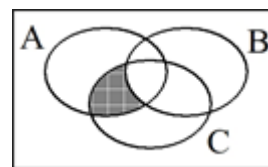
$$2 \text{ و } 1 \text{ گزینه } (A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap (B \cup C)$$

از طرفی:

$$3 \text{ گزینه } A - (A - B) = A \cap B, A - (A - C) = A \cap C \Rightarrow (A - (A - B)) \cup (A - (A - C))$$

$$= (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

بنابراین گزینه ۴ جواب است.



$$4 \text{ گزینه } ((A - (A \cap B)) \cap (A \cap C) = (A - B) \cap (A \cap C))$$

$$n(s) = \binom{9}{3} = \frac{9!}{6! \times 3!} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$n(A) = \binom{4}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} = 4 \times 3 \times 2 = 24 \Rightarrow P(A) = \frac{24}{84} = \frac{2}{7}$$

$$\text{اعداد زوج} = \{2, 4, 6, 8\}, \text{اعداد فرد} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$\binom{4}{3} \times \binom{5}{2} = 4 \times 10 = 40$$

$$\binom{4}{4} \times \binom{5}{1} = 1 \times 5 = 5$$

$$\xrightarrow{\text{اصل جمع}} 40 + 5 = 45$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

حالت اول: ۳ عضو زوج و ۲ عضو فرد

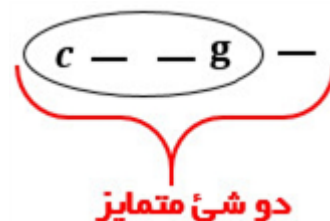
حالت دوم: ۴ عضو زوج و ۱ عضو فرد

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دروازه‌بان، کاپیتان و دو نفری که قرار است بین‌شان قرار بگیرد را درون یک بسته قرار می‌دهیم. از طرفی این بسته به همراه نفر پنجم تشکیل دو شیء متمایز می‌دهند که به $2!$ طریق جایگشت دارند. جایگشت درون بسته: دروازه‌بان و کاپیتان به $2!$ طریق با یکدیگر و دو نفری که بین‌شان قرار می‌گیرند به $2!$ $\times \binom{3}{2}$ طریق جایگشت دارند.

$$\text{تعداد حالات مطلوب} = \binom{3}{2} \times 2! \times 2! \times 2! = 24$$

$$\text{تعداد کل حالات} = 5! = 120$$

$$\text{احتمال} = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عدد ۴ را کنار می‌گذاریم و از طرفی تکلیف یکی از چهار عضو مشخص است (عدد ۸). حال باید

$$\binom{5}{3} = 10 \quad \text{۳ عضو دیگر را از ۵ عدد باقیمانده (۰, ۱, ۲, ۴, ۹) انتخاب کرد:}$$

$$n(S) = 6 \times 6 \times 6$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. روش اول:

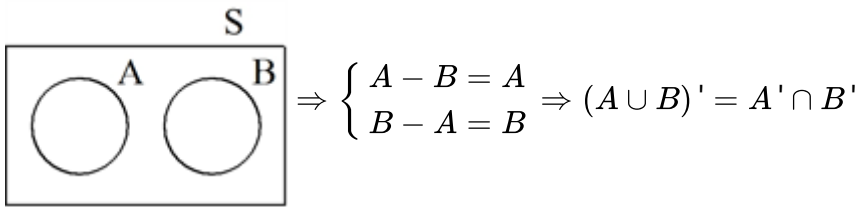
$$A: 10 \text{ مجموع} \Rightarrow \begin{cases} 1, 3, 6 \Rightarrow 3! = 6 \\ 1, 4, 5 \Rightarrow 3! = 6 \\ 2, 3, 5 \Rightarrow 3! = 6 \\ 2, 4, 4 \Rightarrow 3 \\ 2, 2, 6 \Rightarrow 3 \\ 3, 3, 4 \Rightarrow 3 \end{cases} \Rightarrow n(A) = 27$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{27}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{8}$$

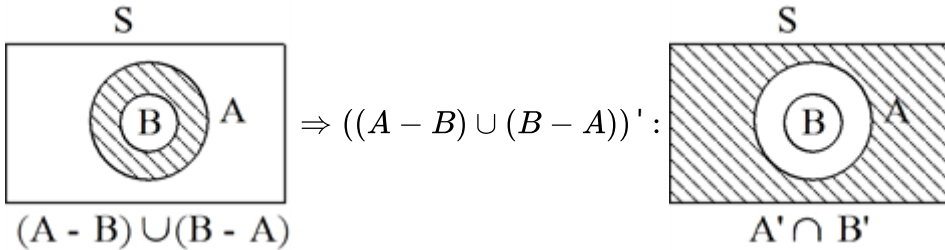
روش دوم: جدول

	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
مجموع ۳ تاس	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱
تعداد حالات	$\binom{2}{2}$	$\binom{3}{2}$	$\binom{4}{2}$	$\binom{5}{2}$	$\binom{6}{2}$	$\binom{7}{2}$	۲۵	۲۷

$$\Rightarrow P(A) = \frac{27}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{8}$$



یا:



روش دیگر: فرض می‌کنیم:

$$S = \{1, 2, 3\}$$

$$A = \{1\} \Rightarrow A - B = \{1\}$$

$$B = \{2\} \Rightarrow B - A = \{2\}$$

$$\Rightarrow (A - B) \cup (B - A) = \{1, 2\}$$

بررسی گزینه‌ها

گزینه ۱: $A \cap B = \Phi \times$

گزینه ۲: $A' \cap B' = \{3\} \checkmark$

گزینه ۳: $A \cup B = \{1, 2\} \times$

گزینه ۴: $A' \cup B' = \{1, 2, 3\} \times$

متمم $\rightarrow = \{3\}$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از پیشامد متمم استفاده می‌کنیم: ۲۲

$$P(\text{حداقل در دو موضوع مختلف}) = 1 - P(\text{هم موضوع}) = 1 - \frac{\binom{5}{4}}{\binom{10}{4}} = 1 - \frac{5}{210} = 1 - \frac{1}{42} = \frac{41}{42}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. متمم مجموعه‌ی دلخواه A برابر است با: ۲۳

اکنون متمم مجموعه‌ی $(A - B) \cup (B - A)$ برابر است با:

$$S - ((A - B) \cup (B - A)) = S - ((A \cup B) - (A \cap B)) = A \cap B \Rightarrow S = A \cup B$$

$$S - ((A \cup B) - (A \cap B)) = A \cap B \Rightarrow S = A \cup B$$

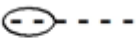
طبق فرض سوال:


روش دوم: از روی نمودار ون

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۴

$$n(s) = 6 \times 2^2 = 24$$

$$\frac{3}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

صف \Rightarrow 
 $5! \times 2! = 240$

 $\frac{5!}{5} \times 2!$

$\frac{4!}{4} \times 2! = 48$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۷

یکی سیاه دو تا سفید

$$P(A) = \frac{\binom{5}{2} \times \binom{4}{1}}{\binom{5+4}{3}} = \frac{5!}{3! \times 2!} \times \frac{4!}{3! \times 1!} = \frac{10 \times 4}{9 \times 8 \times 7} = \frac{40}{28 \times 3} = \frac{10}{21}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۸

حالت \times $\frac{4}{\text{نفر مانده ۴}}$ \times $\frac{3}{\text{نفر مانده ۳}}$ \times $\frac{2}{\text{نفر مانده ۲}}$ \times $\frac{1}{\text{نفر مانده ۱}}$ $= 72$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. قسمت هاشورخورده برابر است با: ۲۹

$$A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)' = A \cap (B' \cap C')$$

همچنین برای قسمت هاشورخورده می‌توان نوشت:

$$(A - C) \cap (A - B)$$

$$(A - C) \cup (A - B) = A \quad \text{اما در گزینه‌ی ۴ داریم:}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۰

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{8}{2} \times \binom{4}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{28 \times 4}{6 \times 11 \times 10} = \frac{28}{55}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در پرتاب ۲ تاس $n(s) = 36$ (فضای نمونه ای ۳۶ عضو دارد) ۳۱

$$A' = \{(6, 6)(6, 5)(5, 6)(5, 5)(4, 6)(6, 4)\}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{6}{36} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۲

رقم فرد

$$\square \square \square \square \square$$

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 2 = 240$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۳

$$\frac{\binom{4}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{6 + 3}{\frac{7 \times 6}{2}} = \frac{9 \times 2}{7 \times 6} = \frac{3}{7}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۴

بیکار = ۱۴۳ جمعیت فعال = ۱۵۰۰ + ۱۴۳ = ۱۶۴۳

$$\frac{143 - x}{1643} = \frac{6}{100} \Rightarrow 14300 - 100x = 9858 \Rightarrow 14300 - 9858 = 100x \Rightarrow x = \frac{4442}{100} = 44/42$$

حداقل ۴۵ شغل باید ایجاد شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۳۶

سکه رو

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

تاس مضرب ۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۷

بخش پذیر بر ۵

$$\begin{array}{l} \text{یکان صفر} \Rightarrow 5 \times 4 \times 3 \times 1 = 60 \\ \text{یکان ۵} \Rightarrow 4 \times 4 \times 3 \times 1 = 48 \end{array} \xrightarrow{+} 108$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا تعداد حالات کل را به دست می‌آوریم: ۳۸

$$n(s) = 12 \times 12 \times 12 \times 12 = 12^4$$

سپس تعداد حالاتی که هیچ‌کدام در یک ماه از سال به دنیا نیامده باشند را به دست می‌آوریم که مکمل پیشامد خواسته شده است:

$$n(A') = 12 \times 11 \times 10 \times 9$$

$$P(A) = 1 - P(A') \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{12^4} = \frac{41}{96}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر کلمه‌ی رمز با D شروع و به D ختم شود، پس ۶ حرف دیگر را باید جایگشت دهیم که ۳۹

تعداد جایگشت‌ها برابر است با:

$$\frac{6!}{3!} = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. احتمال مکمل: مساوی بودن دو عدد روشده $p(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ ←

$$p(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۱

جایگشتهای متمایز: ۶۰

$$\frac{6!}{3! \times 2!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{2} = 60$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۲

$$n(S) = 5 \times 5 = 25$$

$$n(A) = \{12, 15, 21, 24, 33, 42, 45, 51, 54\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{25} = 0.36$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴

