

۱) اگر توابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر باشد، مجموعه برد تابع  $\frac{f}{f \times g}$  کدام است؟

$$f = \{(1, -1), (\sqrt{2}, -2), (\sqrt{3}, -3), (2, 2), (\sqrt{5}, 1)\}$$

$$g = \{(3, -1), (\sqrt{2}, -1), (-3, 4), (\sqrt{5}, -3), (\sqrt{3}, 2)\}$$

۱  $\{2, -3, -1\}$     
  ۲  $\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -1\}$     
  ۳  $\{-3, 1, -2\}$     
  ۴  $\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -1\}$

سراسری-انسانی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۲) اگر  $f(x) = \begin{cases} |x| \operatorname{sign}(-x) & [x] \geq 0 \\ 2 - \operatorname{sign}(-x) & [x] < 0 \end{cases}$  باشد، حاصل  $f(\frac{1}{2}) + f(-\frac{1}{3})$  کدام است؟

۱  $\frac{1}{2}$     
  ۲  $-\frac{1}{4}$     
  ۳  $-\frac{5}{6}$     
  ۴  $\frac{10}{3}$

سراسری-انسانی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۳) اگر  $f = \{(m, 3m - 1), (-1, k^x - k), (k^x - k, 2)\}$  تابع ثابت باشد، حاصل ضرب اعضای دامنه  $f$  کدام است؟

۱ ۲    
  ۲ -۲    
  ۳ ۸    
  ۴ -۸

سراسری-انسانی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۴) تابع  $f$  همانی و  $g(x) = [x] + [-x]$  با دامنه  $-1 \leq x \leq 1$  است. به ازای چند مقدار صحیح  $x$ ، اعضای مجموعه برد تابع  $\frac{f}{g}$  مقداری صحیح است؟

۱ صفر    
  ۲ ۱    
  ۳ ۲    
  ۴ ۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۵) اگر  $f$  تابع ثابت و برای  $m, n, k \in \mathbb{N}$   $f(kx) = (k^x - 3)f(x)$  و تابع  $g$  به صورت زیر یک تابع همانی باشد، مقدار

$$g = \{(k, n^x - 3n + 4), (2n, m^x - 4m + 4), (f(n), n - 4)\}$$

$f(m)$  کدام است؟

۱ -۴    
  ۲ -۳    
  ۳ -۲    
  ۴ صفر

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۶) تابع  $f(x) = [x] + [-x]$  با دامنه  $-3 \leq x \leq 3$  و  $g$  تابع ثابت است. مقدار تابع  $\frac{g}{f}$  در چند نقطه صحیح در دامنه

برابر ۳ است؟

۱ ۶    
  ۲ ۴    
  ۳ ۲    
  ۴ صفر

سراسری-انسانی-۱۴۰۲ تیرماه

۷

تابع  $f$ ، تابع ثابت و برای  $m, n \in \mathbb{N}$  داریم  $f(m) + f(n) = f(m)f(n)$ . اگر دو زوج مرتب  $(2n^2 - 7n + 1, -f(m))$  و  $(m^2 - 4m + 6, nf(n))$  روی نیمساز ناحیه اول و سوم باشند، مقدار  $\left[\frac{mn}{5}\right]$  کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

سراسری-انسانی-۱۴۰۲ تیرماه

۸

اگر  $f(x) = \left[\frac{2-x}{2}\right]$  باشد، مقدار  $f(-\pi) + 2f(\sqrt{5})$  کدام است؟

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سراسری-انسانی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۹

دو تابع  $f(x) = \frac{a}{x} + b$  و  $g(x) = c + (1+b)x$  ثابت هستند. اگر  $\frac{f}{g} = 2$  باشد، میانگین  $a$ ،  $b$  و  $c$  کدام است؟

-۲ (۴)

 $-\frac{1}{2}$  (۳)

۲ (۲)

 $\frac{1}{2}$  (۱)

سراسری-انسانی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۰

تابع  $f = \{(2, 2n^2 - 3n), (m + 3n, 2), (m, -t^2)\}$  یک تابع همانی است. اگر میانگین  $m$ ،  $n$  و  $t$ ، صفر باشد، مقدار  $t$  کدام است؟

 $-\frac{1}{2}$  (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

 $\frac{1}{2}$  (۱)

سراسری-انسانی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۱

برای رسم نمودار تابع  $y = -\frac{1}{2}|2x + 1|$  به کمک نمودار  $y = |x|$ ، کدام مورد برای کامل کردن جمله زیر، مناسب است؟

«ابتدا نمودار تابع قدرمطلق را  $\frac{1}{2}$  واحد به سمت ..... جابه‌جا کرده و سپس قرینه آن را نسبت به محور ..... رسم می‌کنیم.»

پایین -  $y$ ها (۴)بالا -  $y$ ها (۳)راست -  $x$ ها (۲)چپ -  $x$ ها (۱)

سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱

۱۲

تابع  $f(x) = |2x - 2|$  و  $g(x) = [x]$  با دامنه  $-1 \leq x \leq 1$  است. اگر مجموعه  $A$  بُرد تابع  $f \cdot g$  باشد، کدام عدد عضو  $A$  است؟

-۳ (۴)

-۲ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱

۱۳

برای برخی مقادیر  $x$ ، زوج مرتب  $(10 - 17x + 3x^2, f(x) + f(-x))$ ، روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم قرار دارد. اگر تابع  $f$  همانی با دامنه  $R$  باشد، اختلاف مقادیر  $x$  کدام است؟

$$\frac{17}{3} \quad \text{۴}$$

$$\frac{13}{3} \quad \text{۳}$$

$$\frac{10}{3} \quad \text{۲}$$

$$\frac{7}{3} \quad \text{۱}$$

سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱

۱۴ اگر  $f(x) = \left[1 - \frac{x}{3}\right]$  باشد، مقدار  $f(\pi) + 2f\left(\frac{\pi}{7}\right)$  کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

$$2 \quad \text{۴}$$

$$1 \quad \text{۳}$$

$$-1 \quad \text{۲}$$

$$-2 \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۱۵ دو تابع  $f(x) = a + 3(b^x - 1)x^x$  و  $g(x) = bx^x - 2a + x^x$  ثابت هستند. اگر  $f \times g = -8$  باشد، حاصل  $|ab|$  کدام است؟

$$\text{صفر} \quad \text{۴}$$

$$3 \quad \text{۳}$$

$$2 \quad \text{۲}$$

$$1 \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۱۶ اگر  $f(x) = [1 - 3x]$  باشد، مقدار  $f(-\frac{1}{7}) - f(-\frac{1}{7})$  کدام است؟

$$1 \quad \text{۴}$$

$$2 \quad \text{۳}$$

$$6 \quad \text{۲}$$

$$\text{صفر} \quad \text{۱}$$

سراسری-انسانی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۷ اگر  $f(x) = (|a| - |b|)x$  تابع همانی،  $g(x) = (b^x - 1)x + (a^x + 1)c$  تابعی ثابت و  $(f - g)(x) = x + 5$  باشند، چند مقدار برای  $ac$  وجود دارد؟

$$4 \quad \text{۴}$$

$$3 \quad \text{۳}$$

$$2 \quad \text{۲}$$

$$1 \quad \text{۱}$$

سراسری-انسانی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۸ فرض کنید  $f = \{(x, x^x) | x = \pm 5, \pm 4, \dots, \pm 1, 0\}$  و  $g = \{(x, x^x) | x = \pm 5, \pm 4, \dots, \pm 1, 0\}$  دو تابع در صفحه مختصات باشند. تعداد عناصر برد تابع  $y = \frac{g}{f}(x)$ ، کدام است؟

$$5 \quad \text{۴}$$

$$6 \quad \text{۳}$$

$$10 \quad \text{۲}$$

$$11 \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۱۹ فرض کنید  $f(x) = |x - 1|$ ،  $g(x) = [2x]$  و  $h(x) = \text{sign}(-x)$  باشد.

ضابطه‌ی تابع  $y = 2f(x) - h(x)g(x)$  در بازه‌ی  $-\frac{3}{4} < x < -1$ ، کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

$$-8x - 4 \quad \text{۴}$$

$$-2x + 2 \quad \text{۳}$$

$$5 - 2x \quad \text{۲}$$

$$3x - 2 \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۲۰ فرض کنید  $f(x) = \frac{2x-1}{[x] - \text{sign}(x)}$  بر مجموعه‌ی  $\{-2/5, 2/1, 0/8, 4\}$  تعریف شده باشد. ماکزیمم عضو مجموعه‌ی برد تابع  $f$ ، کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

۴ (۴)

۳/۲ (۳)

۳ (۲)

۷/۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۲۱ ضابطه‌ی تابع  $y = [-2x + |x|] + x$  در دامنه‌ی  $-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3}$ ، کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

$2x + \frac{1}{3}$  (۴)

$x - 2$  (۳)

$x + 1$  (۲)

$-2x$  (۱)

سراسری-انسانی-۱۴۰۰

۲۲ توابع  $f$  و  $g$ ، مطابق جداول زیر، مفروض‌اند. برد تابع  $\frac{f+g}{f}$ ، کدام است؟

x	۵	۱	۳	۶
f	۳	۵	۴	۲

x	۳	۵	۱	۲
g	۲	۶	۲	۱

$\{1, 2/5, 4\}$  (۴)

$\{1, 1/4, 4\}$  (۳)

$\{1/5, 1/8, 3\}$  (۲)

$\{1/4, 1/5, 3\}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۲۳ اگر  $f(x) = \left[1 - \frac{x}{2}\right]$  باشد، مقدار  $f(\sqrt{2}) + f\left(-\frac{3}{2}\right)$ ، کدام است؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

صفر (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۲۴ نمودار  $y = \frac{|2x|}{x}$  و خط  $y = 2x - 1$  در دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$ ، مشترک‌اند. میانگین طول نقاط  $A$  و  $B$ ، کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

صفر (۲)

$-\frac{1}{2}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۲۵ اگر  $f = \{(5, 3), (1, 5), (3, 4), (6, 2)\}$  و  $g = \{(3, 2), (5, 6), (1, 2), (2, 1)\}$  باشند، برد تابع  $\frac{f+g}{f}$ ، کدام است؟

$\{1, 2/5, 4\}$  (۴)

$\{1, 1/4, 4\}$  (۳)

$\{1/5, 1/8, 3\}$  (۲)

$\{1/4, 1/5, 3\}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

توابع  $f$  و  $g$ ، مطابق جداول زیر، مفروض‌اند. برد تابع  $\frac{f+g}{f-g}$ ، کدام است؟

x	۳	۲	۵	۱
f	۴	۶	۳	۵

x	۵	۱	۳	۴
g	۶	۲	۲	۱

- ۱  $\left\{\frac{5}{3}, 2, -3\right\}$     
  ۲  $\left\{\frac{5}{3}, 4, -2\right\}$     
  ۳  $\left\{\frac{7}{3}, 3, -2\right\}$     
  ۴  $\left\{\frac{7}{3}, 3, -3\right\}$

سراسری-انسانی-۹۹

۲۷ اگر  $f = \{(3, 4), (2, 6), (5, 3), (1, 5)\}$  و  $g = \{(5, 6), (1, 2), (3, 2), (4, 1)\}$  باشند، برد تابع  $\frac{f+g}{f-g}$ ، کدام است؟

- ۱  $\left\{\frac{5}{3}, 2, -3\right\}$     
  ۲  $\left\{\frac{7}{3}, 3, -3\right\}$     
  ۳  $\left\{\frac{5}{3}, 4, -2\right\}$     
  ۴  $\left\{\frac{7}{3}, 3, -2\right\}$

سراسری-انسانی-۹۹

۲۸ اگر هر سه زوج مرتب  $(n^2 - 3n, 4)$  و  $(20, n^2 + n)$  و  $(1, m + n)$  بر روی نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم باشند،  $m$  کدام است؟

- ۱ -۳    
  ۲ -۲    
  ۳ ۲    
  ۴ ۶

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۲۹ اگر  $f = \{(1, 2), (2, 4), (4, 5), (3, 3)\}$  و  $g = \{(3, 2), (2, 3), (6, 1), (1, 8)\}$  باشند. برد تابع  $g \times f$ ، کدام است؟

- ۱  $\{6, 8, 12\}$     
  ۲  $\{3, 6, 12, 16\}$     
  ۳  $\{6, 12, 16\}$     
  ۴  $\{6, 8, 12, 16\}$

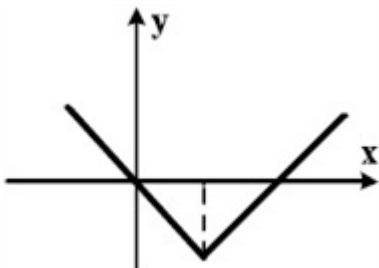
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۳۰ در تابع  $f(x) = 2[x] + [-x]$  مقدار  $f\left(-\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{3}{2}\right)$ ، کدام است؟

- ۱ -۲    
  ۲ -۱    
  ۳ صفر    
  ۴ ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۳۱ شکل زیر، نمودار کدام تابع است؟



- ۱  $y = -|x - 2| + 2$     
  ۲  $y = x + 2|x|$     
  ۳  $y = 2x - |x|$     
  ۴  $y = |x - 2| - 2$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۳۲ اگر  $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{2x-1}$  باشد،  $f(2) \times f\left(\frac{1}{4}\right)$  کدام است؟

- ۱) -۴      ۲) -۳      ۳) -۲      ۴) -۱

سراسری-انسانی-۹۸

۳۳ اگر  $f = \{(3, n^2 - 2n), (m, 8), (2n-5, t), (4, 3m+2)\}$  یک تابع ثابت سه عضوی باشد،  $m + n + t$  کدام است؟

- ۱) ۱۰      ۲) ۱۱      ۳) ۱۲      ۴) ۱۴

سراسری-انسانی-۹۸

۳۴ اگر  $f = \{(2, 5), (3, 4), (4, 6), (1, 7)\}$  و  $g = \{(1, 3), (2, 6), (5, 2), (4, 9)\}$  باشند. برد تابع  $g - f$  کدام است؟

- ۱)  $\{-4, 1, 3\}$       ۲)  $\{-4, 2, 3\}$       ۳)  $\{-4, 1, 2, 3\}$       ۴)  $\{1, 2, 3, 4\}$

سراسری-انسانی-۹۸

۳۵ در تابع  $f(x) = \left[x + \frac{3}{2}\right] - [-x]$  مقدار  $f\left(\frac{9}{4}\right) + f\left(-\frac{1}{2}\right)$  کدام است؟

- ۱) ۴      ۲) ۵      ۳) ۶      ۴) ۷

سراسری-انسانی-۹۸

۳۶ اگر  $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + |x|$  باشد،  $f(2 - \sqrt{5})$  کدام است؟

- ۱) ۰/۲۵      ۲) ۰/۵      ۳) ۰/۷۵      ۴) ۱/۲۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فقط  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$  در دامنه توابع  $f$  و  $g$  مشترکند، پس کافی است در این سه نقطه برد

$$x = \sqrt{2} \Rightarrow \left(\frac{f}{f \times g}\right)(\sqrt{2}) = \frac{-2}{(-2) \times (-1)} = -1 \quad \text{را به دست آوریم:}$$

$$x = \sqrt{3} \Rightarrow \left(\frac{f}{f \times g}\right)(\sqrt{3}) = \frac{-3}{(-3) \times (2)} = \frac{1}{2}$$

$$x = \sqrt{5} \Rightarrow \left(\frac{f}{f \times g}\right)(\sqrt{5}) = \frac{1}{1 \times (-3)} = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow R\left(\frac{f}{f \times g}\right) = \left\{-1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right\}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow [x] = \left[\frac{1}{2}\right] = 0 \Rightarrow \text{ضابطه اول: } f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \times \text{sign}\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow [x] = \left[-\frac{1}{2}\right] = -1 \Rightarrow \text{ضابطه دوم: } f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 - \text{sign}\left(\frac{1}{2}\right) = 2 - 1 = 1$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. خروجی تابع ثابت به ازای تمام مقادیر دامنه، یکسان و برابر یک عدد ثابت است. پس:

$$\begin{cases} 3m - 1 = 2 \Rightarrow m = 1 \\ k^x - k = 1 \end{cases} \Rightarrow f = \{(1, 2), (-1, 2), (2, 2)\}$$

$$\Rightarrow \text{حاصل ضرب اعضای دامنه} = 1 \times (-1) \times 2 = -2$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x}{[x] + [-x]}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

به ازای اعداد صحیح مخرج کسر صفر می‌شود پس برای اعداد صحیح تابع  $\frac{f}{g}$  تعریف نمی‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f \text{ ثابت} \Rightarrow f(kx) = f(x) \Rightarrow k^x - 3 = 1 \Rightarrow k^x = 4 \Rightarrow k = 2$$

$$g = \left\{ (2, n^2 - 3n + 4), (2n, \overbrace{m^2 - 4m + 4}^{(m-2)^2}), (\overbrace{f(n), (n-4)}^{f(n), -2}) \right\}$$

$$\text{همانی } g \Rightarrow n^2 - 3n + 4 = 2 \Rightarrow n^2 - 3n + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n = 1 \Rightarrow (m-2)^2 = 2 \text{ غ ق ق} \quad f(2) = -2 \\ n = 2 \Rightarrow (m-2)^2 = 4 \Rightarrow m-2 = 2 \\ \quad \quad \quad \Rightarrow m = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow f(4) = -2$$

$$f(x) = [x] + [-x]$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

پس به ازای تمام مقادیر صحیح تابع  $\frac{g}{f}$  تعریف نمی‌شود. پس در هیچ نقطه صحیحی مقدار  $\frac{g}{f}$  برابر ۳ نمی‌شود.

$$f(x) = k \Rightarrow k + k = k \times k \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = 0 \end{cases}$$

$$2n^2 - 7n + 1 = -k \xrightarrow{k=0} 2n^2 - 7n + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 - 8 = 41$$

مقدار  $n$  طبیعی نمی‌شود پس  $k = 0$  قابل قبول نیست.

$$\Rightarrow 2n^2 - 7n + 1 = -2 \Rightarrow 2n^2 - 7n + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 - 24 = 25$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = \frac{7+5}{4} = 3 \checkmark \\ n = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2} k \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$m^2 - 4m + 6 = 3 \times 2 \Rightarrow m^2 - 4m + 6 = 6 \Rightarrow m^2 - 4m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ غ ق} \\ m = 4 \checkmark \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left[ \frac{mn}{5} \right] = \left[ \frac{12}{5} \right] = 2$$

$$f(-\pi) = \left[ \frac{2+\pi}{2} \right] = \left[ 1 + \frac{\pi}{2} \right] = 1 + \left[ \frac{\pi}{2} \right] = 1 + 1 = 2 \quad \left( \frac{\pi}{2} \approx 1.57 \right)$$

$$f(\sqrt{5}) = \left[ \frac{2-\sqrt{5}}{2} \right] = \left[ 1 - \frac{\sqrt{5}}{2} \right] = 1 + \left[ -\frac{\sqrt{5}}{2} \right] = 1 + (-2) = -1$$

$$f(-\pi) + 2f(\sqrt{5}) = 2 + 2(-1) = 2 + (-2) = 0$$

$$f(x) = \frac{a}{x} + b = a \left( \frac{1}{x} \right) + b \xrightarrow{\text{تابع ثابت}} a = 0$$

$$g(x) = (1+b)x + c \xrightarrow{\text{تابع ثابت}} 1+b = 0 \Rightarrow b = -1$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} = 2 \Rightarrow \frac{b}{c} = 2 \Rightarrow \frac{-1}{c} = 2 \Rightarrow c = \frac{-1}{2}$$

$$\text{میانگین} = \frac{0 + (-1) + \left(-\frac{1}{2}\right)}{3} = \frac{-1}{2}$$

$$\begin{cases} 2n^2 - 3n = 2 \Rightarrow 2n^2 - 3n - 2 = 0 \Rightarrow (n-2)(2n+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 2 \Rightarrow m = -4 \\ n = \frac{-1}{2} \Rightarrow m = 3/5 \text{ غ ق} \end{cases} \\ m + 3n = 2 \\ m = -t^2 < 0 \end{cases}$$

$$\text{از طرفی: } \frac{m+n+t}{3} = 0 \Rightarrow t = -m - n \Rightarrow t = -(-4) - 2 = 4 - 2 = 2$$



۱۱

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا تابع را ساده تر می کنیم تا ضریب  $x$  در داخل قدرمطلق برابر ۱ شود:

$$y = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left| \sqrt{2} \left( x + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right| = -\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} \left| x + \frac{1}{\sqrt{2}} \right| = - \left| x + \frac{1}{\sqrt{2}} \right|$$

پس تابع  $|x|$  را به اندازه  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  به چپ انتقال می دهیم سپس نسبت به محور  $x$  ها قرینه می کنیم.

۱۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابع  $f$  و  $g$  را به صورت چندضابطه ای می نویسیم:

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow f(x) = -(2x - 2), g(x) = -1$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow f(x) = -(2x - 2), g(x) = 0$$

$$x = 1 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) = 1 \end{cases} \Rightarrow (f \times g)(x) = \begin{cases} 2x - 2, & -1 \leq x < 0 \Rightarrow -2 \leq 2x < 0 \Rightarrow -4 \leq 2x - 2 < -2 \\ 0, & 0 \leq x < 1 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

$$R_f = [-4, -2) \cup \{0\}$$

پس:  $-3 \in R_f$

۱۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون  $f(x)$  همانی است. پس:

$$f(x) + f(-x) = x - x = 0$$

طول و عرض هر نقطه روی نیم ساز ربع دوم و چهارم قرینه یکدیگرند، پس:

$$3x^2 - 17x + 10 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 17x + 10 = 0$$

$$\Delta = 289 - 4(3)(10) = 289 - 120 = 169 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{169} = 13$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{17 + 13}{6} = 5, x_2 = \frac{17 - 13}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow 5 - \frac{2}{3} = \frac{15 - 2}{3} = \frac{13}{3}$$

۱۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \left[ 1 - \frac{x}{\sqrt{2}} \right] = 1 + \left[ -\frac{x}{\sqrt{2}} \right] \Rightarrow f(0/\sqrt{2}) + 2f(\pi) = 1 + \left[ -\frac{0/\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right] + 2 \left( 1 + \left[ -\frac{\pi}{\sqrt{2}} \right] \right)$$

$$= 1 + (-1) + 2(1 + (-2)) = 0 - 2 = -2$$

۱۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = a + 3(b^x - 1)x^2 \Rightarrow 3(b^x - 1) = 0 \Rightarrow b = \pm 1 \quad (1)$$

$$g(x) = bx^2 - 2a + x^2 = (b+1)x^2 - 2a \Rightarrow b = -1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1); (2)} b = -1$$

$$(f \times g)(x) = -8 \Rightarrow f(x) \times g(x) = -8 \Rightarrow a \times (-2a) = -8 \Rightarrow 2a^2 = 8 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

$$\Rightarrow |ab| = |a| \times |b| = 2 \times 1 = 2$$

۱۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} f(-0/\sqrt{2}) = [1 - 3(-0/\sqrt{2})] = [1 + 2/1] = [3/1] = 3 \\ f(-0/0/\sqrt{2}) = [1 - 3(-0/0/\sqrt{2})] = [1 + 0/21] = [1/21] = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{جواب} = 3 - 1 = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون  $f$  یک تابع همانی است، باید ضریب  $x$  برابر ۱ باشد:

$$|a| - |b| = 1 \quad b^x - 1 = 0 \Rightarrow b^x = 1 \Rightarrow |b| = 1$$

چون  $g$  تابعی ثابت است باید ضریب  $x$  صفر باشد:

حال اگر این مقدار را در معادله اول جایگذاری کنیم، داریم:

$$|a| - |b| = 1 \Rightarrow |a| - 1 = 1 \Rightarrow |a| = 2 \text{ یا } a^x = 4$$

تا اینجا داریم:  $f(x) = x$  و  $g(x) = 5c$ .

اکنون این ضابطه‌ها را در شرط زیر قرار می‌دهیم:

$$(f - g)(x) = x + 5 \Rightarrow x - (5c) = x + 5 \Rightarrow -5c = 5 \Rightarrow c = -1$$

$$|a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \Rightarrow ac = -2 \\ a = -2 \Rightarrow ac = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{دو مقدار}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x^x}{x^x} = x, x \neq 0 \Rightarrow y = \{\pm 5, \pm 4, \dots, \pm 1\} \Rightarrow 10 \text{ تا}$$

$$f(x) = -(x - 1) = 1 - x$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$-\frac{3}{2} < x < -1 \Rightarrow \underbrace{\text{sign}(-x)}_{+} = +1 \xrightarrow{\times(2)} -3 < 2x < -2 \Rightarrow [2x] = g(x) = -3$$

$$\Rightarrow y = 2(1 - x) + 3 = 5 - 2x$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(-2/5) = \frac{-5 - 1}{-3 - (-1)} = \frac{-6}{-2} = 3, f(0/8) = \frac{1/6 - 1}{0 - 1} = -0.9$$

$$f(2/1) = \frac{4/2 - 1}{2 - 1} = 3/2, f(4) = \frac{8 - 1}{4 - 1} = \frac{7}{3}$$

$$|x| = -x$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. روش اول: در بازه‌ی داده شده، درون قدرمطلق منفی است. لذا:

$$y = [-2x + |x|] + x = [-2x - x] + x \Rightarrow y = [-3x] + x$$

از طرفی چون  $-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3}$ ، بنابراین:

$$-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3} \xrightarrow{\times -3} 1 < -3x < 2 \Rightarrow [-3x] = 1 \Rightarrow y = [-3x] + x = x + 1$$

روش دوم: از بازه‌ی داده شده عددی انتخاب می‌کنیم: مثلاً  $x = -\frac{1}{4}$ . حال مقدار تابع  $y$  را به ازای این  $x$  محاسبه

$$y = \left[ -2 \left( -\frac{1}{4} \right) + \left| -\frac{1}{4} \right| \right] - \frac{1}{4} = \left[ 1 + \frac{1}{4} \right] - \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

می‌کنیم:

تنها گزینه‌ای که اگر به جای  $x$  مقدار  $-\frac{1}{4}$  قرار بدهیم، حاصل‌اش نیز  $\frac{3}{4}$  می‌شود. گزینه‌ی ۲ است.

$$D_{f+g} = \{1, 3, 5\}$$

$$f + g = \{(1, 7), (3, 6), (5, 9)\}$$

$$\frac{f+g}{f} = \left\{ \left(1, \frac{7}{5}\right), \left(3, \frac{6}{4}\right), \left(5, \frac{9}{3}\right) \right\} = \{(1, 1/4), (3, 1/5), (5, 3)\}$$

$$\text{برد} = \{1/4, 1/5, 3\}$$

$$f(\sqrt{7}) = \left[1 - \frac{\sqrt{7}}{7}\right] = [1 - 0/7] = [0/3] = 0$$

$$f\left(-\frac{3}{7}\right) = \left[1 + \frac{3}{7}\right] = [1/0] = 1 \Rightarrow 0 + 1 = 1$$

$$\frac{|2x|}{x} = 2x - 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2x}{x} = 2x - 1 & x > 0 \\ \frac{-2x}{x} = 2x - 1 & x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 2 \Rightarrow x = \frac{3}{2} = 1/5 \\ 2x - 1 = -2 \Rightarrow x = \frac{-1}{2} = -0/5 \end{cases} \Rightarrow \frac{1/5 + (-0/5)}{2} = \frac{1}{2}$$

$$D_f = \{1, 3, 5, 6\}$$

$$D_g = \{1, 2, 3, 5\} \Rightarrow D_{\text{مشترک}} = \{1, 3, 5\}$$

$$f + g = \{(1, 7), (3, 6), (5, 9)\} \Rightarrow \frac{f+g}{f} = \left\{ \left(1, \frac{7}{5}\right), \left(3, \frac{6}{4}\right), \left(5, \frac{9}{3}\right) \right\}$$

$$\Rightarrow \left\{ \frac{7}{5}, \frac{6}{4}, \frac{9}{3} \right\} \Rightarrow \{1/4, 1/5, 3\}$$

$$D_{f \pm g} = D_f \cap D_g = \{1, 3, 5\}$$

$$f + g = \{(1, 7), (3, 6), (5, 9)\}$$

$$f - g = \{(1, 3), (3, 2), (5, -3)\}$$

$$R_{\frac{f+g}{f-g}} = \left\{ \frac{7}{3}, \frac{6}{2}, \frac{9}{-3} \right\} = \left\{ \frac{7}{3}, 3, -3 \right\}$$

$$D_{f \pm g} = D_f \cap D_g = \{1, 3, 5\}$$

$$f + g = \{(1, 7), (3, 6), (5, 9)\}$$

$$f - g = \{(1, 3), (3, 2), (5, -3)\}$$

$$R_{\frac{f+g}{f-g}} = \left\{ \frac{7}{3}, \frac{6}{2}, \frac{9}{-3} \right\} = \left\{ \frac{7}{3}, 3, -3 \right\}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۲

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۴

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۵

$$\frac{7}{5} = \frac{14}{10} = 1/4 \text{ توجه}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. یادآوری می‌کنیم که نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم تابع همانی است.

$$m + n = 1 \quad (1)$$

$$n^2 + n = 20 \Rightarrow n^2 + n - 20 = 0 \Rightarrow (n + 5)(n - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -5 \\ n = 4 \end{cases}$$

$$n^2 - 3n = 4 \Rightarrow n^2 - 3n - 4 = 0 \Rightarrow n = -1, n = +4$$

$$\stackrel{(1)}{\rightarrow} m + 4 = 1 \Rightarrow m = -3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

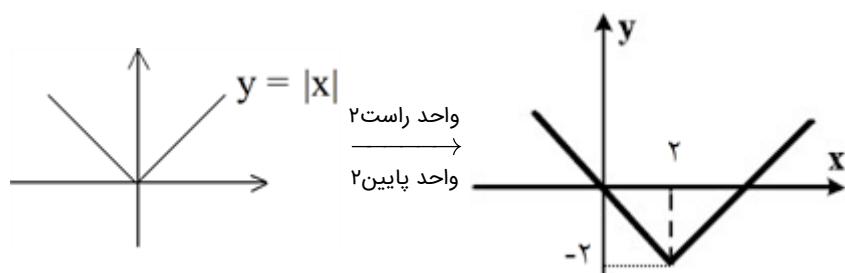
$$g \times f = \{(3, 2 \times 3)(2, 3 \times 4)(1, 8 \times 2)\} = \{(3, 6)(2, 12)(1, 16)\}$$

$$\text{برد } g \times f = \{6, 12, 16\}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} f\left(-\frac{1}{2}\right) &= 2\left[-\frac{1}{2}\right] + \left[-\left(-\frac{1}{2}\right)\right] = 2(-1) + 0 = -2 \\ f\left(\frac{2}{3}\right) &= 2\left[\frac{2}{3}\right] + \left[-\frac{2}{3}\right] = 2(1) + (-2) = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -2 + 0 = -2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{2x-1} \Rightarrow f(2) = \frac{2}{3} \quad f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{\frac{2}{2}}{-\frac{1}{2}} = -3 \Rightarrow f(2) \times f\left(\frac{1}{4}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)(-3) = -2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f = \{(3, n^2 - 2n), (m, 8), (2n - 5, t), (4, 3m + 2)\}$$

$$\text{تابع ثابت} \Rightarrow \begin{cases} t = 8 \\ 3m + 2 = 8 \Rightarrow m = 2 \\ n^2 - 2n = 8 \Rightarrow n^2 - 2n - 8 = 0 \Rightarrow (n - 4)(n + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 4 \text{ عضو می شود} \\ n = -2 \text{ غ ق ق} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow m + n + t = 2 + 4 + 8 = 14$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۴

$$f = \{(27, 5), (3, 4), (4, 67), (1, 77)\} \\ g = \{(1, 37), (2, 67), (5, 2), (4, 97)\} \\ \Rightarrow g - f = \{(1, -47), (2, 1), (4, 37)\} \\ \text{برد} = \{-4, 1, 3\}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۵

$$f(x) = \left[ x + \frac{3}{2} \right] - [-x] = \begin{cases} f\left(\frac{9}{4}\right) = \overbrace{[2/25 + 1/5]}^{3/75} - [-2/25] = 3 - (-3) = 6 \\ f\left(-\frac{1}{2}\right) = \overbrace{[-0/5 + 1/5]}^1 - [0/5] = 1 - 0 = 1 \end{cases} \\ f\left(\frac{9}{4}\right) + f\left(-\frac{1}{2}\right) = 6 + 1 = 7$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۶

$$f(2 - \sqrt{5}) = \frac{1}{4}(2 - \sqrt{5})^2 + |2 - \sqrt{5}| = \frac{1}{4}(4 + 5 - 4\sqrt{5}) + \sqrt{5} - 2 \\ = \frac{9 - 4\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 8}{4} = \frac{1}{4} = 0.25$$

# پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴

