



p30konkor.com

۱ در تساوی $7^3 = \frac{(2x)^5 \times 21^3}{15^3 \times 5^2}$ ، مقدار x کدام است؟

- ۱) ۲/۵
- ۲) ۳
- ۳) ۴/۵
- ۴) ۵

سراسری-انسانی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۲ جمله اول و نسبت مشترک یک دنباله هندسی به ترتیب برابر ۱۴۵۸ و $\frac{1}{3}$ است. اگر جمله n ام این دنباله برابر ۲ باشد، n کدام است؟

- ۱) ۹
- ۲) ۸
- ۳) ۶
- ۴) ۷

سراسری-انسانی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۳ اگر $\sqrt{3}$ واسطه هندسی ریشه‌های معادله $mx^2 - 4x + m^2 - 4 = 0$ باشد، مجموع ریشه‌های این معادله کدام است؟

- ۱) ۱
- ۲) -۱
- ۳) ۴
- ۴) -۴

سراسری-انسانی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۴ نمودار تابع نمایی $f(x) = k - \left(\frac{1}{9}\right)^{ax+b}$ محورهای طول و عرض را در نقاطی به فاصله ۶ واحدی از مبدأ مختصات قطع می‌کند. مقدار bk کدام است؟

- ۱) -۵/۵
- ۲) -۲/۵
- ۳) -۴/۵
- ۴) -۳/۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۵ جملات x, y, z سه جمله متوالی یک دنباله حسابی و مجموع آنها برابر ۲۱ است. اگر $z + 2, y + 4, x + 6$ یک دنباله هندسی باشد، مقدار $\left[\frac{xy}{z}\right]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- ۱) ۳
- ۲) ۴
- ۳) ۱۱
- ۴) ۱۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۶ اگر $A = \sqrt[4]{\sqrt[8]{18}}^{-1/5}$ باشد، حاصل $(10 + A^{-1})^{-1/3}$ کدام است؟

- ۱) ۱
- ۲) ۰/۷۵
- ۳) ۰/۵
- ۴) ۰/۲۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی



۷ نمودار تابع نمایی $f(x) = k + 4^{ax-b}$ محورهای طول و عرض را در نقاطی به فاصله ۲ واحدی از مبدأ مختصات قطع می‌کند. مقدار bk کدام است؟

- ۱ (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۱

سراسری-انسانی-۱۴۰۲ تیرماه

۸ اگر x, y, z دنباله‌ای هندسی با جملات نابرابر و x, y, z یک دنباله حسابی باشد، مقدار $\frac{x}{z}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۹ (۴) ۲۵

سراسری-انسانی-۱۴۰۲ تیرماه

۹ اگر $A = \sqrt[3]{27} \sqrt[3]{243} \left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{3}}$ باشد، حاصل $(5 + A)^{-\frac{1}{5}}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۲ (۴) ۳

سراسری-انسانی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۰ از تساوی $9\sqrt{0.45^x} + 5^{x+1} = 170$ مقدار x کدام است؟

- ۱ (۱) ۴ (۲) $3/5$ (۳) ۲ (۴) $1/5$

سراسری-انسانی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۱ جمله سوم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب 36 و $\frac{4}{3}$ است. اگر s مجموع شش جمله اول این دنباله باشد، مقدار $s + \frac{2}{3}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲۴۳ (۲) ۴۸۶ (۳) ۵۸۹ (۴) ۷۲۹

سراسری-انسانی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۲ تابع نمایی $f(x) = 5 - 3^{ax+b}$ را در نظر بگیرید. اگر $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} f(0) = 2$ باشد، مقدار جزء صحیح $f\left(-\frac{1}{4}\right)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) صفر

سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱

۱۳ اگر ریشه دوم جملات دوم، نهم و شانزدهم از یک دنباله حسابی، سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی را تشکیل دهند، نسبت مشترک دنباله هندسی کدام است؟

- ۱ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

سراسری-انسانی-دی ۱۴۰۱

۱۴ در دنباله هندسی $d, e, \dots, \frac{1}{3}, c, b, a, \frac{4}{3}, e$ مقدار e کدام است؟ ($d > 0$)

- ۱ (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ (۴) $\frac{2}{3\sqrt{2}}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۱۵ حاصل عبارت $\sqrt{3} \times \sqrt{72} + \sqrt{3}(\sqrt{96} - \sqrt{12}) - \sqrt{162}$ کدام است؟

$\sqrt{6}$ (۴)

$\sqrt{18}$ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

سراسری-انسانی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۶ در یک دنباله هندسی، جمله هشتم، ۸۱ برابر جمله چهارم است. اگر جمله سوم برابر ۱۸ باشد، جمله پنجم چقدر از جمله هفتم بیشتر است؟

۱۲۹۶ (۴)

۱۰۵۶ (۳)

۹۷۲ (۲)

۸۹۱ (۱)

سراسری-انسانی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۷ جمله‌ی پنجم یک دنباله‌ی حسابی با اختلاف مشترک ناصفر، واسطه‌ی هندسی بین جملات سوم و نهم آن دنباله است. اگر جمله‌ی پنجم دنباله ۷ باشد، جمله‌ی صد و یکم دنباله، کدام است؟

۱۲۵ (۴)

۱۵۰ (۳)

۱۷۵ (۲)

۲۰۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۱۸ اگر $z, x + 2, x, x - 1, y$ ، جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، مقدار xyz ، کدام است؟

۱۶ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۱۹ اگر $3^A \times 12^B = \frac{3^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{8}} \times 9^{\frac{1}{32}} \times 9^{\frac{1}{64}}}{3^{\frac{1}{2}} \times 4^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{2}{8}} \times 4^{\frac{2}{8}}}$ باشد، مقدار $A + B$ ، کدام است؟

$\frac{-13}{16}$ (۴)

$\frac{13}{16}$ (۳)

$\frac{13}{32}$ (۲)

$-\frac{13}{32}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۲۰ نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = a\left(\frac{1}{3}\right)^x$ در نقطه‌ای به عرض ۴ محور y ها راقطع می‌کند. مقدار تابع در $x = -2$ ، کدام است؟

۳۶ (۴)

۲۷ (۳)

$\frac{9}{4}$ (۲)

$\frac{4}{9}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۲۱ اگر x, z, x^4, y و $x - \frac{2}{y}$ ، جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، مقدار $|x| + |y| + |z|$ ، کدام است؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

سراسری-انسانی-۱۴۰۰

۲۲ مقدار عبارت $3^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{8}} \times 3^{\frac{1}{16}} \times \dots \times 3^{\frac{1}{256}}$ ، کدام است؟

$\frac{255}{3^{512}}$ (۴)

$3^{\frac{63}{256}}$ (۳)

$3^{\frac{127}{512}}$ (۲)

$3^{\frac{127}{256}}$ (۱)

سراسری-انسانی-۱۴۰۰

۲۳ نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = a\left(\frac{1}{2}\right)^x + b$ ، محور x ها را با طول ۱- و محور y ها را با عرض ۲ قطع می‌کند. مقدار تابع f در $x = 1$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

سراسری-انسانی-۱۴۰۰

۲۴ جمله‌های دوم و پنجم یک دنباله‌ی هندسی، به ترتیب، $\frac{1}{5}$ و ۴ هستند. مجموع هشت جمله‌ی اول دنباله، کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{63}{5}$ ۲ (۲) $\frac{63}{75}$ ۳ (۳) $\frac{64}{5}$ ۴ (۴) $\frac{67}{75}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۲۵ مجموع هشت جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی، $16, 32, 64, \dots$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{128}{5}$ ۲ (۲) ۱۲۸ ۳ (۳) $\frac{127}{5}$ ۴ (۴) ۱۲۷

سراسری-انسانی-۹۹

۲۶ حاصل $2^{-\frac{1}{3}}(\sqrt{16})\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{5}}$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) ۱ ۲ (۲) $\sqrt{2}$ ۳ (۳) ۲ ۴ (۴) ۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۲۷ در یک دنباله‌ی هندسی جمله‌ی اول ۲۲۴ با قدرنسبت $\frac{1}{4}$ ، جمله‌ی n ام آن ۷ می‌باشد. مجموع جملات این دنباله از ۲۲۴ تا عدد ۷ و خود این اعداد، کدام است؟

- ۱ (۱) ۳۶۹ ۲ (۲) ۴۲۰ ۳ (۳) ۴۴۱ ۴ (۴) ۴۵۸

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۲۸ حاصل $2^{0/76} \times 4^{0/12} \times 8^{-\frac{1}{3}}$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{4}$ ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ ۳ (۳) ۱ ۴ (۴) ۲

سراسری-انسانی-۹۸

۲۹ بین دو عدد ۴ و ۹۷۲، چهار عدد صحیح طوری قرار می‌دهیم که جملات دنباله‌ی هندسی از ۴ شروع و به ۹۷۲ ختم شوند. مجموع این ۶ عدد، کدام است؟

- ۱ (۱) ۱۴۵۶ ۲ (۲) ۱۴۶۸ ۳ (۳) ۱۵۴۶ ۴ (۴) ۱۶۵۴

سراسری-انسانی-۹۸

۳۰ ساده شده‌ی عبارت $(12)^{-2}(32)^3(0/75)^5$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) ۱۸ ۲ (۲) ۲۷ ۳ (۳) ۳۶ ۴ (۴) ۵۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۳۱ از تساوی $(16)^{x+1} = 216$ ، عدد x کدام است؟

۱ $\frac{3}{4}$

۲ $\frac{4}{5}$

۳ $\frac{5}{4}$

۴ $\frac{4}{3}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۳۲ حاصل $(0.75)^{-2} \times \left(\frac{3}{2}\right)^5 \times \frac{25}{90}$ ، کدام است؟

۱ $2/5$

۲ $10/3$

۳ ۵

۴ $7/5$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۳۳ در یک دنباله هندسی ۶ جمله‌ای، مجموع دو جمله اول ۸۱ و مجموع دو جمله آخر ۱۶ می‌باشد. مجموع این ۶ جمله، کدام است؟

۱ ۱۳۳

۲ ۱۳۸

۳ ۱۲۴

۴ ۱۱۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

۳۴ در یک دنباله هندسی، هر جمله $\frac{2}{3}$ جمله قبلی آن است. اگر مجموع پنج جمله اول آن $\frac{211}{27}$ باشد، جمله اول کدام است؟

۱ ۱

۲ ۲

۳ ۳

۴ ۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-انسانی

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(2x)^5 \times (3 \times 7)^2 = 7^2 \times (5 \times 3)^2 \times 5^2 \Rightarrow (2x)^5 \times \cancel{3^2} \times \cancel{7^2} = \cancel{7^2} \times 5^2 \times \cancel{3^2} \times 5^2$$

$$\Rightarrow (2x)^5 = 5^2 \times 5^2 = 5^4$$

$$2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2} = 2.5$$

توان‌های طرفین تساوی با هم برابرند، پس پایه‌ها باید برابر باشند:

$$a_1 = 1458, r = \frac{1}{3}, a_n = a_1 r^{n-1}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2 = 1458 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \Rightarrow \frac{2}{1458} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \Rightarrow \frac{1}{729} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3^6} = \frac{1}{3^{n-1}} \Rightarrow 6 = n - 1 \Rightarrow n = 7$$

می‌دانیم $729 = 3^6$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. x_1 و x_2 را ریشه‌های معادله در نظر می‌گیریم.

$$x_1, x_2 \text{ واسطه هندسی } \sqrt{3} \Rightarrow x_1 x_2 = (\sqrt{3})^2 = 3$$

از طرفی می‌دانیم حاصل‌ضرب ریشه‌های معادله درجه ۲ از رابطه $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ به دست می‌آید که در اینجا خواهیم

$$x_1 x_2 = \frac{m^2 - 4}{m} = 3 \Rightarrow m^2 - 3m - 4 = 0 \xrightarrow{\text{حل معادله}} \begin{cases} m = 4 \\ m = -1 \end{cases} \text{ داشت:}$$

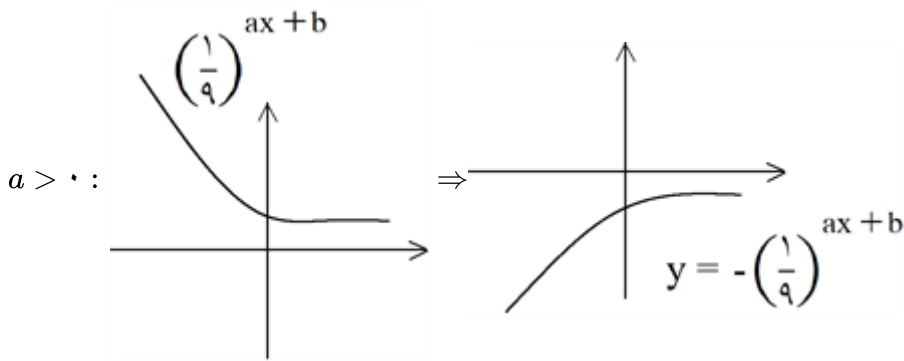
دو مقدار m را در معادله اصلی جاگذاری می‌کنیم:

$$m = 4 \Rightarrow 4x^2 - 4x + 12 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 4(4)(12) < 0 \text{ غ ق ق}$$

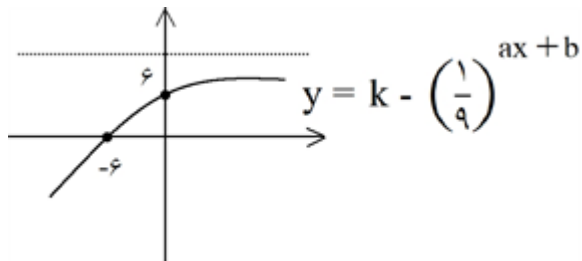
$$m = -1 \Rightarrow -x^2 - 4x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 4(-1)(-3) = 4 \text{ ق ق ق}$$

پس معادله به صورت $-x^2 - 4x - 3 = 0$ است و جمع ریشه‌ها برابر است با:

$$-\frac{b}{a} = \frac{-(-4)}{-1} = -4$$



در این حالت حتماً $k > 0$ و طول از مبدأ منفی و عرض از مبدأ مثبت است.



$$\left. \begin{aligned} f(0) = k &\Rightarrow k - \left(\frac{1}{a}\right)^b = k \Rightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^b = k - k \\ f(-6) = 0 &\Rightarrow k - \left(\frac{1}{a}\right)^{-6a+b} = 0 \Rightarrow k = \left(\frac{1}{a}\right)^{-6a+b} \\ \Rightarrow \left(\frac{1}{a}\right)^b &= \left(\frac{1}{a}\right)^{-6a+b} - k \Rightarrow 3^{-2b} = 3^{12a-2b} - k \\ 3^{-2b}(3^{12a} - 1) &= k \Rightarrow \begin{cases} -2b = 1 \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \Rightarrow k = 9 \\ 12a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{12} \end{cases} \Rightarrow bk = \left(-\frac{1}{2}\right)(9) = -4.5 \end{aligned} \right\}$$

برای $a < 0$ نیز به همین نتیجه می‌رسد.

$$\begin{cases} x + y + z = 21 \\ 2y = x + z \end{cases} \Rightarrow y = 7, x + z = 14$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۵

دنباله هندسی $7 - d, 7, 7 + d \rightarrow 13 - d, 11, 9 + d$

$$11^2 = (13 - d)(9 + d) \Rightarrow d^2 - 4d + 4 = 0 \Rightarrow d = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 7 - 2 = 5 \\ y = 7 \\ z = 7 + 2 = 9 \end{cases}$$

$$\left[\frac{xy}{z}\right] = \left[\frac{5 \times 7}{9}\right] = \left[\frac{35}{9}\right] = 3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۶

$$\begin{aligned} A &= \sqrt[3]{2^2} \sqrt[3]{2^2} \times (2 \times 3^2)^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2^2 \times 2^2 \times 2^{-\frac{1}{3}} \times 3^{-2}} = \sqrt[3]{2^{\frac{4}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}} \times 3^{-2}} \\ &= 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}} \times 3^{-2} = 2^{-1} \times 3^{-2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{18} \Rightarrow A^{-1} = 18 \\ (10 + A^{-1})^{-\frac{1}{3}} &= (10 + 18)^{-\frac{1}{3}} = (28)^{-\frac{1}{3}} = 28^{-1} = \frac{1}{28} = 0.0357 \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار از دو نقطه روی محورها عبور کرده که می‌تواند $(-۲, ۰)$ یا $(۲, ۰)$ روی محور x ها و $(۰, ۲)$ یا $(۰, -۲)$ روی محور y ها باشند. در نتیجه نقاط را به صورت $(n, ۰)$ و $(۰, m)$ و $n = \pm ۲$ و $m = \pm ۲$ در نظر

$$k + ۴^{na-b} = ۰ \Rightarrow k + \frac{۴^{na}}{۴^b} = ۰ \Rightarrow k = -\frac{۴^{na}}{۴^b} \quad \text{می‌گیریم:}$$

$$k + ۴^{-b} = m \Rightarrow k + \frac{۱}{۴^b} = m \Rightarrow \frac{۱}{۴^b} - \frac{۴^{na}}{۴^b} = m \Rightarrow ۴^{na} - ۱ = -۴^b \times m \Rightarrow ۲^{2na} + ۲^{2b} \times m = ۱$$

$$\begin{matrix} m=-۲ \\ n=۲ \end{matrix} \rightarrow ۲^{2a} - ۲^{2b+1} = ۱ \Rightarrow \begin{cases} ۲^a = ۱ \Rightarrow a = \frac{1}{۲} \\ ۲b + 1 = ۰ \Rightarrow b = -\frac{1}{۲} \end{cases}$$

$$\frac{۴^{na}}{۴^b} = ۰ \Rightarrow k + \frac{۴^{\frac{1}{۲}}}{۴^{-\frac{1}{۲}}} = ۰ \Rightarrow k = -۴ \Rightarrow bk = \left(-\frac{۱}{۲}\right) \times (-۴) = ۲$$

$$\xrightarrow{\text{دنباله هندسی}} y^۲ = xz$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\xrightarrow{\text{دنباله حسابی}} ۶y = x + ۵z \Rightarrow y = \frac{x + ۵z}{۶} \Rightarrow \left(\frac{x + ۵z}{۶}\right)^۲ = xz$$

$$\Rightarrow x^۲ + ۲۵z^۲ + ۱۰xz = ۳۶xz \Rightarrow x^۲ + ۲۵z^۲ - ۲۶xz = ۰$$

$$\div z^۲ \left(\frac{x}{z}\right)^۲ + ۲۵ - ۲۶\left(\frac{x}{z}\right) = ۰ \xrightarrow{\frac{x}{z}=t} t^۲ - ۲۶t + ۲۵ = ۰ \Rightarrow (t-۱)(t-۲۵) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = ۱ \text{ ق ق} \\ t = ۲۵ \text{ ق ق} \end{cases}$$

به ازای $t = ۱$ نتیجه می‌گیریم که $\frac{x}{z} = ۱$ در نتیجه $x = z$ طبق فرض جملات با برابر $x \neq z$ پس $t = ۲۵$ قابل قبول است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} A &= \sqrt[۳]{۳^۲} \times \sqrt[۳]{۳^۵} \times ۳^{\frac{۲}{۳}} = \sqrt[۳]{۳^۲ \times ۳^۵} \times ۳^{\frac{۲}{۳}} = \sqrt[۳]{۳^{۱۴}} \times ۳^{\frac{۲}{۳}} \\ &= ۳^{\frac{۲}{۳}} \times ۳^{\frac{۲}{۳}} = ۳^{\frac{۴}{۳}} = ۲۷ \Rightarrow (۵ + A)^{-\frac{1}{۵}} = (۳۲)^{-\frac{1}{۵}} = \left(\frac{۱}{۳۲}\right)^{\frac{1}{۵}} = \frac{۱}{۲} \end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$۹ \times \sqrt{۰/۰۴۵^x} + ۵^{x+1} = ۱۷۰ \Rightarrow ۹ \times \frac{۲}{۱۰} ۵^x + ۵ \times ۵^x = ۱۷۰ \Rightarrow ۱/۸۵^x + ۵ \times ۵^x = ۱۷۰$$

$$\Rightarrow ۵^x (۶/۸) = ۱۷۰ \Rightarrow ۵^x = \frac{۱۷۰}{۶/۸} = ۲۵ \Rightarrow ۵^x = ۵^۲ \Rightarrow x = ۲$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۱

$$\frac{a_7}{a_3} = r \Rightarrow \frac{\frac{4}{3^7}}{\frac{4}{3^3}} = r^7 \Rightarrow \frac{1}{27} = r^7 \Rightarrow r = \frac{1}{3} \Rightarrow a_1 = \frac{a_3}{q^2} = \frac{36}{\frac{1}{9}} = 9 \times 36$$

$$S_7 = \frac{a_1(1-r^7)}{1-r} = \frac{9 \times 36 \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^7\right)}{1 - \frac{1}{3}} = \left(9 \times 36 - \frac{9 \times 36}{3^6}\right) \frac{3}{2} = \left(9 \times 36 - \frac{4}{9}\right) \frac{3}{2} = 27 \times 18 - \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow S_7 + \frac{2}{3} = 27 \times 18 = 486$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$f(0) = \frac{1}{2} f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 2 \Rightarrow 5 - 3^b = 2 \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \Rightarrow 5 - 3^{\frac{a}{2}+b} = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5 - 3^b = 2 \Rightarrow 3^b = 3 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow 5 - 3^{\frac{a}{2}+1} = 4 \Rightarrow 3^{\frac{a}{2}+1} = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} = -1 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow f(x) = 5 - 3^{-2x+1}$$

$$f\left(-\frac{1}{4}\right) = 5 - 3^{-2 \times \left(-\frac{1}{4}\right)+1} = 5 - 3^{\frac{1}{2}} = 5 - \sqrt{3^2} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{4}\right) = 5 - \sqrt{27}$$

$$-1 < 5 - \sqrt{27} < 0 \Rightarrow [5 - \sqrt{27}] = -1$$

$$\sqrt{a_2}, \sqrt{a_9}, \sqrt{a_{16}}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۳

$$(\sqrt{a_9})^2 = \sqrt{a_2 \times a_{16}} \Rightarrow a_9 = \sqrt{a_2 \times a_{16}}$$

$$a_1 + 8d = \sqrt{(a+d)(a+15d)} \Rightarrow (a+8d)^2 = a^2 + 15ad + ad + 15d^2$$

$$a^2 + 16ad + 64d^2 - a^2 - 16ad - 15d^2 = 0 \Rightarrow 49d^2 = 0 \Rightarrow d = 0$$

وقتی d در حسابی صفر است پس دنباله ثابت و نسبت مشترک دنباله هندسی برابر ۱ است.

$$\frac{4}{3}, a, b, c, \frac{1}{3}, d, e, \dots$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۴

$$a_1 = \frac{4}{3}, a_5 = \frac{1}{3} \Rightarrow r^{5-1} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{3}} \Rightarrow r^4 = \frac{1}{4} \xrightarrow{r>0} r = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$e = a_7 \Rightarrow e = a_1 r^6 = \frac{4}{3} \times \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^6 = \frac{4}{3} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{6}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵

$$\sqrt{3} \times \sqrt{72} + \sqrt{3}(\sqrt{96} - \sqrt{12}) - \sqrt{162} = \sqrt{3 \times 72} + \sqrt{3}(\sqrt{6 \times 16} - \sqrt{3 \times 4}) - \sqrt{2 \times 81}$$

$$= \sqrt{3^2 \times 2^2} + \sqrt{3}(4\sqrt{6} - 2\sqrt{3}) - 9\sqrt{2} = 6 + 4\sqrt{3 \times 6} - 2\sqrt{3 \times 3} - 9\sqrt{2}$$

$$= 6 + 12\sqrt{2} - 6 - 9\sqrt{2} = 3\sqrt{2} = \sqrt{18}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$\frac{a_8}{a_4} = 81 \Rightarrow r^4 = 81 \Rightarrow r^2 = 9$$

$$\begin{cases} a_8 = a_4 r^4 = (-18)^4 \\ a_4 = a_2 r^2 = (-18)81 \end{cases} \Rightarrow a_8 - a_4 = (-18)^4 - (-18)81 = 9(18)(9 - 1) = 1296$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. روش اول: ۱۷

$$a + 2d, a + 4d, a + 8d \Rightarrow (a + 4d)^2 = (a + 2d)(a + 8d) \Rightarrow a^2 + 8ad + 16d^2$$

$$= a^2 + 10ad + 16d^2 \Rightarrow 2ad = 0 \xrightarrow{d \neq 0} a_1 = 0, a_3 = 0, a_5 = 0$$

$$d = \frac{0 - 0}{5 - 1} = \frac{0}{4} \Rightarrow a_{101} = a_1 + 100d = 0 + 100 \times 0 = 0$$

$$r = \frac{9 - 5}{5 - 3} = 2, a_3, a_5, a_7 \Rightarrow a_7 = ra_5 = 14 \quad \text{روش دوم:}$$

$$\Rightarrow d = \frac{14 - 0}{9 - 5} = \frac{14}{4} = 3.5$$

$$x^2 = (x - 1)(x + 2) \Rightarrow x^2 = x^2 + x - 2 \Rightarrow x = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۸

جاگذاری

$$\rightarrow y, 1, 2, 4, z \Rightarrow \begin{cases} z = 2(4) = 8 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow xyz = 8$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$\frac{3^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3} + \frac{1}{16} + \frac{1}{27}}{3^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3} \times 4^{\frac{1}{4}} + \frac{1}{8}} = 3^{-\frac{13}{36}} \times 4^{-\frac{1}{8}} = 3^A \times (3 \times 4)^B$$

$$\Rightarrow 3^{A+B} \times 4^B = 3^{-\frac{13}{36}} \times 4^{-\frac{1}{8}} \Rightarrow A + B = -\frac{13}{36}$$

$$y = a \left(\frac{1}{3}\right)^x \xrightarrow{(\cdot, 4)} a \left(\frac{1}{3}\right)^x = 4 \Rightarrow a = 4$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۰

$$\Rightarrow y = 4 \left(\frac{1}{3}\right)^x \xrightarrow{x=-2} y = 4 \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 4(3)^2 = 36$$

$$r^2 = \frac{a_5}{a_3} = \frac{4x}{x} = 4 \Rightarrow r = \pm 2 \Rightarrow r = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۱

$$x = ry, z = rx \Rightarrow z = 2x, y = \frac{x}{2}$$

متغیر y واسطه‌ی هندسی x و $x - \frac{3}{2}$ است:

$$y^2 = x \left(x - \frac{3}{2}\right) \Rightarrow \frac{x^2}{4} = x^2 - \frac{3x}{2} \Rightarrow x^2 = 4x^2 - 6x \Rightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow 3x(x - 2) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \text{ ق ق ق} \\ x = 2 \Rightarrow y = 1, z = 4 \Rightarrow |x| + |y| + |z| = 2 + 1 + 4 = 7 \end{cases}$$

$$3^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{8}} \times 3^{\frac{1}{16}} \times \dots \times 3^{\frac{1}{256}} = 3^{\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{256}} = A$$

از طرفی مجموع $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{256}$ ، مجموع n جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی با $a_1 = \frac{1}{4}$ و $r = \frac{1}{2}$ است:

$$S_n = \frac{a_1 - ra_n}{1 - r} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{256} \right)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{256} = \frac{127}{256} \Rightarrow A = 3^{\frac{127}{256}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقاط به مختصات $(-1, 0)$ و $(0, 2)$ در ضابطه‌ی تابع صدق می‌کنند: ۲۳

$$\begin{cases} (-1, 0) \Rightarrow 0 = a \left(\frac{1}{2} \right)^{-1} + b \Rightarrow 0 = a \left(\frac{2}{1} \right)^{+1} + b \Rightarrow 2a + b = 0 \Rightarrow b = -2a (*) \\ (0, 2) \Rightarrow 2 = a \left(\frac{1}{2} \right)^0 + b \Rightarrow a + b = 2 (**) \Rightarrow (*), (**): \Rightarrow a - 2a = 2 \\ \Rightarrow a = -2, b = -2a = 4 \\ \Rightarrow f(x) = -2 \left(\frac{1}{2} \right)^x + 4 \Rightarrow f(1) = -2 \left(\frac{1}{2} \right)^1 + 4 = -1 + 4 = 3 \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۴

$$\begin{aligned} a_2 = \frac{1}{2} &\Rightarrow \frac{a_5}{a_2} = \frac{r^4}{r^1} = r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{4}{\frac{1}{2}} \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2 \\ a_5 = 4 & \end{aligned}$$

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8, 16, 32$$

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$S_8 = \frac{1}{4} \left(\frac{1 - 2^8}{1 - 2} \right) = \frac{1 - 256}{-4} = \frac{-255}{-4} = 63 \frac{3}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۵

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \Rightarrow S_8 = \frac{64 \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^8 \right)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{64 \left(1 - \frac{1}{256} \right)}{\frac{1}{2}} = 128 \left(1 - \frac{1}{256} \right)$$

$$= 128 - \frac{128}{256} = 128 - \frac{1}{2} = 127 \frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۶

$$2^{\frac{1}{4}} \times (\sqrt[4]{16}) \left(\frac{1}{4} \right)^{-0.5} = 2^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{4}{4}} \times 2^1 = 2^2 = 4$$

$$\sqrt[4]{16} = \sqrt[2]{2^4} \quad \left(\frac{1}{4} \right)^{-0.5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۷

۲۲۴, ۱۱۲, ۵۶, ۲۸, ۱۴, ۷

$$2^{0/7^6} \times 2^{0/2^4} \times 2^{-1} = 2^0 = 1$$

مجموع اعداد ۴, ۱۲, ۳۶, ۱۰۸, ۳۲۴, ۹۷۲ → ۱۴۵۶

$$\frac{972}{4} = q^5 \Rightarrow q^5 = 243 = 3^5 \Rightarrow q = 3$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^5 \times (2^5)^2 \times (3 \times 4)^{-2} = \frac{3^5 \times 2^{15}}{4^5} \times \frac{1}{3^2 \times 4^2} = \frac{3^5 \times 2^{15}}{(2^2)^5 \times (2^2)^2 \times 3^2} = 3^2 \times \frac{2^{15}}{2^{10} \times 2^4} = 3^2 \times 2 = 54$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۳۰

$$(0.75)^2 \times (16)^{x+1} = 216 \Rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times (2^4)^{x+1} = 6^2 \Rightarrow \frac{3^2}{4^2} \times 2^{4x+4} = 2^2 \times 3^2 \Rightarrow \frac{3^2 \times 2^{4x+4}}{2^4} = 2^2 \times 3^2 \Rightarrow 2^{4x+4-4} = 2^2 \Rightarrow 4x - 2 = 2 \Rightarrow 4x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۱

$$\frac{5}{18} \times \frac{3^5}{2^5} \times \frac{4^2}{3^2} = \frac{5 \times 3^5 \times 2^4}{2^6 \times 3^5} = 5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۲

$$a_1 + a_2 = 11 \rightarrow (a_2 + a_4)^2 = (a_1 + a_2)(a_3 + a_5)$$

$$a_3 + a_5 = 16$$

$$a_2 + a_4 = \sqrt{11 \times 16} = 9 \times 4 = 36$$

$$\rightarrow S_5 = 11 + 36 + 16 = 133$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۳

$$r = \frac{2}{3}, S_5 = \frac{211}{27}, S_5 = \frac{a_1(r^5 - 1)}{r - 1} \Rightarrow \frac{211}{27} = \frac{a_1 \left(\left(\frac{2}{3} \right)^5 - 1 \right)}{\frac{2}{3} - 1} \Rightarrow \frac{211}{27} = \frac{a_1 \left(\frac{32}{243} - 1 \right)}{-\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{211}{27} = \frac{\frac{211a_1}{243}}{\frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{211}{27} = \frac{3 \times 211a_1}{243} \Rightarrow 27a_1 = 81 \Rightarrow a_1 = 3$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴

