



p30konkor.com

عنوان آزمون : تست فصل ۱ ریاضی دهم

ریاضی فیزیک

دانلود شده از : سایت پی سی کنکور



۱ در چند زیرمجموعه از مجموعه $\{12, 13, 15, 18, 23, 24, 25, 26\}$ حاصل ضرب کوچکترین و بزرگترین عضو، مضرب ۱۰ است؟

۶۲ (۴)

۶۱ (۳)

۶۰ (۲)

۵۹ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۲ اگر $x+1, x, x-1$ و $x-2$ به ترتیب جملات اول، دوم، چهارم و پنجم یک دنباله هندسی باشند. مجموع مقادیر ممکن برای قدرنسبت این دنباله، کدام است؟

$-\sqrt{5}$ (۴)

$\sqrt{5}$ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳ در چند زیرمجموعه از مجموعه $A = \{13, 14, 16, 17, 19, 20, 22, 23\}$ ، میانگین کوچکترین و بزرگترین عضو بر ۳ بخش پذیر است؟

۱۰۰ (۴)

۹۵ (۳)

۹۰ (۲)

۸۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۴ مقادیر $a, 2a+1$ و $a-5$ به ترتیب جملات متوالی یک دنباله حسابی هستند. اگر a جمله نخست این دنباله باشد، جمله نهم کدام است؟

$14/75$ (۴)

$12/25$ (۳)

$4/25$ (۲)

$2/75$ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۵ اگر $x+1, x-1, x+2x$ و x به ترتیب جملات چهارم، پنجم، هفتم و هشتم یک دنباله هندسی باشند، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای قدرنسبت این دنباله، کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۶ اگر جملات یک دنباله هندسی با قدرنسبت ۲ را نصف کنید، دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت d خواهید داشت. مقدار $r+d$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۷ یک دنباله با جملات غیرصفر، دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت d و دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت ۲ است. مقدار $r+d$ کدام است؟

صفر (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی



دو مجموعه A و B را در نظر بگیرید. اگر نیمی از عضوهای A را به B منتقل کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های A، ۷۵٪ کاهش می‌یابد و اگر نیمی از عضوهای B را به A منتقل کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های B نصف می‌شود. نسبت تعداد عضوهای B به تعداد عضوهای A، کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad \text{ف}$$

$$3 \quad \text{ج}$$

$$\frac{1}{2} \quad \text{ب}$$

$$2 \quad \text{ا}$$

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

به ازای دو مجموعه ناتهی A و B، مجموعه $[B' - (A' \cup B')] \cap [A' \cup B' - (A \cup B)]$ با کدام مجموعه، برابر است؟

$$A - B \quad \text{ف}$$

$$B - A \quad \text{ج}$$

$$B - A' \quad \text{ب}$$

$$B \quad \text{ا}$$

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

با ضرب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی به ترتیب در ۴، ۸ و ۱۶، یک دنباله حسابی به دست می‌آید. اگر مجموع مربعات سه جمله هندسی برابر مجموع جملات حسابی باشد، جمله اول دنباله هندسی کدام است؟

$$\frac{48}{5} \quad \text{ف}$$

$$\frac{24}{5} \quad \text{ج}$$

$$\frac{64}{7} \quad \text{ب}$$

$$\frac{32}{7} \quad \text{ا}$$

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

در یک مثلث متساوی‌الساقین، اندازه زاویه بین دو ساق مثلث کمتر از 60° است. اگر اندازه‌های نصف ضلع کوچک‌تر، ارتفاع وارد بر ضلع کوچک‌تر و ساق مثلث، تشکیل یک دنباله حسابی دهند، اندازه ضلع کوچک‌تر، چند برابر قدرنسبت دنباله است؟

$$2 \quad \text{ف}$$

$$3 \quad \text{ج}$$

$$4 \quad \text{ب}$$

$$6 \quad \text{ا}$$

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که تعداد عضوهای هر دسته (بجز دسته اول و دوم)، برابر بزرگ‌ترین عضو دسته قبل است؛ یعنی $\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}, \dots$ میانگین عضوهای دسته سیزدهم، کدام است؟

$$6144/5 \quad \text{ف}$$

$$4608/5 \quad \text{ج}$$

$$3072/5 \quad \text{ب}$$

$$2304/5 \quad \text{ا}$$

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

یک دانش‌آموز مربع‌هایی رسم می‌کند که مساحت هر مربع، ۹ برابر مساحت مربع رسم شده قبلی است. محیط این مربع‌ها، تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهند. قدرنسبت این دنباله، کدام است؟

$$12 \quad \text{ف}$$

$$9 \quad \text{ج}$$

$$6 \quad \text{ب}$$

$$3 \quad \text{ا}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

دنباله‌های هندسی با قدرنسبت طبیعی و بزرگ‌تر از یک که شامل ۵ جمله هستند را در نظر بگیرید. چه تعداد از این نوع دنباله‌ها می‌توان یافت که جملات آن عضو مجموعه $\{1, 2, \dots, 100\}$ باشد؟

$$7 \quad \text{ف}$$

$$6 \quad \text{ج}$$

$$4 \quad \text{ب}$$

$$3 \quad \text{ا}$$

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۵ دنباله‌ی بازگشتی $a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n}$ با شرط $a_1 = -1$ را در نظر بگیرید. حاصل ضرب صد جمله‌ی اول دنباله، کدام است؟

۱۹۷ (۴)

-۱۹۷ (۳)

-۱۹۹ (۲)

-۲۰۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۶ دنباله‌ی $a_n = \begin{cases} 2^k & ; n = 3k \\ -2k + 4 & ; n = 3k + 1 \\ \left[\frac{n}{k+2} \right] + a & ; n = 3k + 2 \end{cases}$ به ازای اعداد حسابی n مفروض است. اگر مجموع ۱۰ جمله‌ی اول این

دنباله ۱۹ باشد، میانگین جملات بیست و نهم و سی‌ام دنباله، کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

۱۰۲۴ (۴)

۵۱۲ (۳)

-۷ (۲)

$-\frac{43}{6}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۷ اعداد طبیعی فرد را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره‌ی آن دسته باشد، یعنی $\{1\}, \{3, 5\}, \{7, 9, 11\}, \dots$. در این صورت جمله‌ی آخر واقع در دسته‌ی شماره‌ی چهل، کدام است؟

۱۶۵۱ (۴)

۱۶۳۹ (۳)

۱۵۸۹ (۲)

۱۵۶۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۸ فرض کنید جمله‌ی صدم دنباله‌ی بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$ با شرط $a_1 = 1$ برابر $\frac{k}{m}$ باشد. جمله‌ی نود و هشتم دنباله کدام است؟

$\frac{2m-k}{k-m}$ (۴)

$\frac{k-m}{k-2m}$ (۳)

$\frac{k-2m}{k-m}$ (۲)

$\frac{k-m}{2m-k}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۱۹ مجموعه‌ی $(A - (A \cap B')) \cup (B \cap (A \cap B)')$ با کدام مجموعه، برابر است؟

B' (۴)

A' (۳)

B (۲)

A (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۰ فرض کنید A و B دو مجموعه‌ی غیرتهی و جدا از هم، با یک مجموعه‌ی مرجع باشند، کدام رابطه نادرست است؟

$(A \cup B)' = \phi$ (۴)

$A \cap B' = A$ (۳)

$A - B' = \phi$ (۲)

$A \subset B'$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۱ اگر A و B دو مجموعه‌ی غیرتهی با شرط $A \subset B$ باشند، آن‌گاه کدام رابطه نادرست است؟

$B \cap A' = \phi$ (۴)

$A \cap B' = \phi$ (۳)

$A - B' = A$ (۲)

$B - A' = A$ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۲۲ مجموعه‌ی $(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$ ، با کدام مجموعه، برابر است؟

B' (۴)

A (۳)

$A \cap B'$ (۲)

$A \cup B'$ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

در یک کلاس ۴۲ نفری، ۱۵ نفر عضو گروه آزمایشی و ۱۲ نفر عضو گروه فوتبال و ۷ نفر آنان عضو هر دو گروه هستند. چند نفر آنان عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند؟

۱۵ (۱)

۱۸ (۲)

۲۱ (۳)

۲۲ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

با توجه به دنباله‌ی حسابی، مجموع $\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20}$ ، کدام است؟

۰/۱۵ (۱)

۰/۱۸ (۲)

۰/۲۴ (۳)

۰/۲۵ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

در یک کلاس ۳۹ نفری، ۱۶ نفر در گروه ورزش، ۱۲ نفر در گروه روزنامه‌دیواری و ۹ نفر فقط در گروه ورزش هستند. چند نفر آنان عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند؟

۱۵ (۱)

۱۶ (۲)

۱۷ (۳)

۱۸ (۴)

سراسری-ریاضی-۹۸

در دو دنباله‌ی حسابی به‌صورت‌های $۲, ۷, ۱۲, \dots$ و $۸, ۱۱, ۱۴, \dots$ چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟

۵۸ (۱)

۵۹ (۲)

۶۰ (۳)

۶۱ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

در دنباله‌های حسابی « $۲, ۹, ۱۶, ۲۳, \dots$ » و « $۱۲, ۱۷, ۲۲, ۲۷, \dots$ » چند عدد سه رقمی مشترک کوچک‌تر از ۳۰۰، موجود است؟

۵ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

متمم مجموعه‌ی $(B - A)' - A$ ، نسبت به مجموعه‌ی جهانی کدام است؟

 $A \cup B$ (۱) $A \cap B$ (۲)

A (۳)

B (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

تفاضل جمله‌ی دهم از جمله‌ی دوازدهم یک دنباله عددی ۵ و مجموع جمله‌ی دهم و دوازدهم ۲۵ است. جمله‌ی بیست و یکم این دنباله کدام است؟

۳۵ (۱)

۳۶ (۲)

۳۷/۵ (۳)

۳۸/۵ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

در یک دنباله عددی جملات اول و پنجم و یازدهم به ترتیب سه جمله‌ی متوالی از دنباله هندسی صعودی‌اند. قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

 $\frac{6}{5}$ (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۱) متمم مجموعه $C \cup A' \cup B'$ ، نسبت به مجموعه مرجع، با کدام مجموعه برابر نیست؟

$(A - C) \cup (B - C)$ ۲

$(A \cap B) - (A \cap C)$ ۱

$(A \cap B) - C$ ۴

$A \cap (B - C)$ ۳

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۳۲) اگر A و B دو مجموعه‌ی غیر تهی باشند $(A \cap B') - (B - A)$ برابر کدام مجموعه است؟

$A - B$ ۴

$A \cap B$ ۳

\emptyset ۲

B' ۱

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۲ ۱۵
۱۸ ۲۵
۲۴ مضرب ۵
۲۶

زوج‌ها

$$\{12, 13, 15, 18, 23, 24, 25, 26\}$$

$$\begin{cases} 12, 15 \Rightarrow 2^1 = 2 \\ 12, 25 \Rightarrow 2^5 = 32 \\ 18, 15 \Rightarrow 1 \\ 18, 25 \Rightarrow 2^2 = 4 \\ 24, 15 \Rightarrow 2^2 = 4 \\ 24, 25 \Rightarrow 1 \\ 26, 15 \Rightarrow 2^4 = 16 \\ 26, 25 \Rightarrow 1 \end{cases}$$

۶۱ زیرمجموعه

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$r = \frac{t_1}{t_2} = \frac{t_3}{t_4} \Rightarrow \frac{x}{x+1} = \frac{2-x}{x-1} \Rightarrow 2x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$r = \frac{x}{x+1} \Rightarrow \begin{cases} r_1 = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} + 1} = \frac{1 + \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} \\ r_2 = \frac{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} + 1} = \frac{1 - \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow r_1 + r_2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} + \frac{1 - \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} = \frac{-2 + \cancel{2\sqrt{5}} - 3 - \cancel{2\sqrt{5}}}{4} = -\frac{4}{4} = -1$$

تذکر: این سؤال ایراد دارد. $\frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_4}$ شرط لازم است. با بررسی x های به دست آمده دیده می‌شود که تساوی

$t_4 = r^2 t_1$ برقرار نمی‌شود. یعنی به ازای هیچ مقدار x ، عبارت‌های $x+1$ ، x ، $x-1$ و $x-2$ جملات اول و دوم و چهارم و پنجم یک دنباله هندسی نمی‌شوند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\max, a \Rightarrow 3 \mid \frac{a+b}{2} \Rightarrow 6 \mid a+b$$

$$\min, b$$

اکنون تعداد زیرمجموعه‌های میان هر \max و \min را محاسبه کرده و جمع می‌کنیم:

$$(b, a) = \begin{cases} (13, 17) \\ (13, 23) \\ (14, 16) \\ (14, 22) \\ (16, 20) \\ (17, 19) \\ (19, 23) \\ (20, 22) \end{cases} \begin{matrix} (4) \\ (64) \\ (1) \\ (16) \\ (4) \\ (1) \\ (4) \\ (1) \end{matrix} \xrightarrow{+} 95$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. سه جمله متوالی باید ویژگی جملات متوالی دنباله حسابی را داشته باشند.

$$\Rightarrow a + 5 - a = 2(2a + 1) \Rightarrow 5 = 4a + 2 \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

در این صورت جملات دنباله $\frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{17}{4}, \dots$ است. پس داریم:

$$d = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{2}{4}$$

$$a_9 = a_1 + 8d = \frac{3}{4} + \frac{56}{4} = \frac{59}{4} = 14 \frac{3}{4}$$

$$\begin{matrix} x+1, & x-1, & 2x+1, & x \\ a_4 & a_5 & a_6 & a_8 \end{matrix}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a_8}{a_6} = \frac{a_5}{a_4} \Rightarrow \frac{x}{2x+1} = \frac{x-1}{x+1} \Rightarrow x^2 + x = 2x^2 - x - 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$q = \frac{a_5}{a_4} = \frac{x-1}{x+1} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} \\ \frac{-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow q_1, q_2 = \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} \times \frac{-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{-2}{2} = -1$$

تذکر: متأسفانه این سؤال ایراد دارد. $\frac{a_8}{a_6} = \frac{a_5}{a_4}$ شرط لازم است برای اینکه این چهار جمله، جملات چهارم و پنجم و

هفتم و هشتم یک دنباله هندسی باشند. با بررسی مقدار x به دست آمده می‌بینیم که در رابطه $a_6 = a_5 q^2$ صدق نمی‌کند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جملات دنباله هندسی را $t_1, t_1 r, t_1 r^2, \dots$ در نظر می‌گیریم. پس جملات دنباله حسابی

خواهند بود. حال با توجه به ویژگی جملات متوالی دنباله حسابی داریم:

$$\frac{t_1}{2}, \frac{t_1 r}{2}, \frac{t_1 r^2}{2}, \dots$$

$$\frac{t_1}{2} + \frac{t_1 r^2}{2} = 2 \left(\frac{t_1 r}{2} \right) = t_1 r \Rightarrow 1 + r^2 = 2r \Rightarrow r^2 - 2r + 1 = (r-1)^2 = 0 \Rightarrow r = 1$$

یعنی هر دو دنباله ثابت هستند، پس $d = 0$ و در نتیجه $r + d = 1$ است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

دنباله فوق باید یک دنباله ثابت باشد لذا در دنباله ثابت $d = 0$ و $r = 1$ است پس $r + d = 1$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$n(A) = x \Rightarrow 2^x - 2^{\frac{x}{2}} = \frac{3}{4} \times 2^x \Rightarrow \frac{1}{4} \times 2^x = 2^{\frac{x}{2}} \Rightarrow 2^{x-2} = 2^{\frac{x}{2}} \Rightarrow x - 2 = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{x}{2} = 2 \Rightarrow x = 4$$

$$n(B) = y \Rightarrow 2^y - 2^{\frac{y}{2}} = \frac{1}{4} \times 2^y \Rightarrow \frac{1}{4} \times 2^y = 2^{\frac{y}{2}} \Rightarrow 2^{y-2} = 2^{\frac{y}{2}} \Rightarrow y - 2 = \frac{y}{2} \Rightarrow \frac{y}{2} = 2 \Rightarrow y = 4$$

$$\frac{n(B)}{n(A)} = \frac{y}{x} = \frac{4}{4} = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{مجموعه مورد نظر} = [B' \cap (A' \cup B')] \cap [(A' \cup B') \cap (A \cup B)] = [B' \cap (A' \cup B')] \cap (A \cup B)$$

$$= B' \cap (A \cup B) = (B' \cap A) \cup (B' \cap B) = A \cap B' = A - B$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جملات دنباله هندسی را a, aq, aq^2 در نظر می‌گیریم. پس دنباله حسابی به صورت

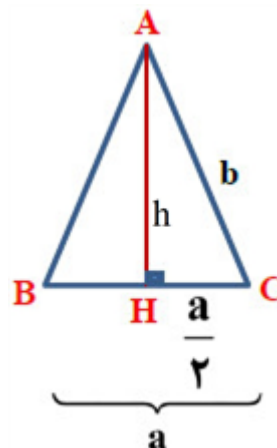
$4a, 8aq, 16aq^2$ خواهد بود که باید داشته باشیم:

$$2(8aq) = 4a + 16aq^2 \xrightarrow{\div 4a} 2q = 1 + 4q^2 \Rightarrow 4q^2 - 2q + 1 = 0 \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{دنباله هندسی: } a, \frac{1}{2}a, \frac{1}{4}a \\ \text{دنباله حسابی: } 4a, 8a, 16a \end{array} \right\} a^2 + \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{16}a^2 = 12a \Rightarrow \frac{21a^2}{16} = 12a \Rightarrow a = \frac{16 \times 12}{21} = \frac{64}{7}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

تذکر: وقتی زاویه بین دو ساق از 60° کمتر است، پس ضلع سوم، ضلع کوچکتر می‌شود.



$$\frac{a}{r}, h, b \Rightarrow \frac{b + \frac{a}{r}}{r} = h \Rightarrow b = rh - \frac{a}{r} \quad (1)$$

$$\triangle ABC \Rightarrow b^2 = \left(\frac{a}{r}\right)^2 + h^2$$

$$\xrightarrow{(1)} \left(rh - \frac{a}{r}\right)^2 = \left(\frac{a}{r}\right)^2 + h^2 \Rightarrow a = \frac{r^2 h}{r} \Rightarrow h = \frac{r}{r^2} a$$

$$d = h - \frac{a}{r} = \frac{ra}{r^2} - \frac{a}{r} = \frac{a}{r} \Rightarrow a = rd$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد جملات هر دسته دنباله‌ای به صورت روبه‌رو تشکیل می‌دهند:

$$1, 2, 3, 6, 12, 24, \dots$$

به جز دو جمله اول بقیه دنباله هندسی با قدر نسبت ۲ هستند و آخرین عضو هر دسته به جز دو دسته اول برابر $3 \times 2^{n-2}$ می باشد.

$$\text{آخرین عضو دسته دوازدهم} = 3 \times 2^{12-2} = 3 \times 2^{10} = 3072$$

$$\text{اولین جمله دسته سیزدهم} = 3072$$

$$\text{آخرین عضو دسته سیزدهم} = 3 \times 2^{13-2} = 3 \times 2^{11} = 6144$$

$$\text{میانگین برابر است با: } \frac{3072 + 6144}{2} \text{ یعنی } 4608/5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در هر مرحله مساحت را ۹ برابر می‌کنیم، یعنی طول ضلع را ۳ برابر می‌کنیم، پس در هر مرحله محیط هم ۳ برابر می‌شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون ۵ جمله داریم پس جمله آخر $a_5 = a_1 q^4 \leq 100$ و قدر نسبت $q > 1$ است. پس:

$$\text{اگر } q = 2 \text{ باشد: } a_1 (2)^4 \leq 100 \Rightarrow 16a_1 \leq 100 \Rightarrow a_1 = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$$\text{اگر } q = 3 \text{ باشد: } a_1 (3)^4 \leq 100 \Rightarrow 81a_1 \leq 100 \Rightarrow a_1 = 1$$

پس در کل ۷ دنباله‌ی هندسی با این مختصات می‌توان نوشت.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چندجمله‌ای اول دنباله را می‌نویسیم:

$$a_n: -1, 3, \frac{5}{3}, \frac{7}{5}, \frac{9}{7}, \frac{11}{9}, \dots = \frac{-1}{-1}, \frac{3}{1}, \frac{5}{3}, \frac{7}{5}, \dots$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{2n-1}{2n-3} \Rightarrow a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_{100}$$

$$= (-1) \times \frac{3}{1} \times \frac{5}{3} \times \dots \times \frac{197}{195} \times \frac{199}{197} = (-1) \times 199 = -199$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مجموع جملات a_1 تا a_9 را برابر ۱۹ قرار می‌دهیم:

$$a_1 + a_2 + \dots + a_9 = (a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9) + (a_2 + a_4 + a_6 + a_8) + (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9)$$

$$= (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3) + (4 + 2 + 0) + (1 + a + 1 + a + 2 + a)$$

$$= 25 + 3a = 19 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow \begin{cases} a_{29} = 2^{10} = 1024 \\ a_{29} = \left[\frac{29}{9+2} \right] - 2 = 2 - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{میانگین جملات } 29 \text{ و } 30 = \frac{a_{29} + a_{30}}{2} = \frac{2^{10}}{2} = 2^9 = 512$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{عدد آخر دسته ها } 1, 5, 11, 19, \dots \Rightarrow a_n = n^2 + n - 1$$

$$\xrightarrow{n=40} a_{40} = 40^2 + 40 - 1 = 1600 + 39 = 1639$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$$

$$a_n = \frac{1}{a_{n+1} - 1} \Rightarrow a_{99} = \frac{1}{a_{100} - 1} = \frac{1}{\frac{k}{m} - 1} = \frac{1}{\frac{k-m}{m}} = \frac{m}{k-m}$$

$$\Rightarrow a_{98} = \frac{1}{a_{99} - 1} = \frac{1}{\frac{m}{k-m} - 1} = \frac{1}{\frac{m-k+m}{k-m}} = \frac{k-m}{m-k}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$A - (A - B) = A \cap B$$

$$B \cap (A \cap B)' = B \cap (A' \cup B') = (B \cap A') \cup (B \cap B') = (B - A) \cup \emptyset = B - A$$

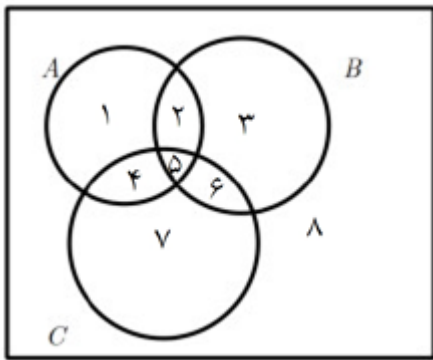
$$\Rightarrow (A \cap B) \cup (B - A) = B$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۰

$$(A \cup B)' = A' \cap B' \neq \emptyset$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. واضح است که سه گزینه‌ی دیگر درست هستند. ۲۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۲



$$(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$$

$$= \{1, 4\} \cup \{1, 4, 7, 8\} = B'$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۳

مجموعه‌ای که «اعضای آن عضو هیچ گروهی نیستند»، متمم مجموعه‌ای است که «اعضا آن حداقل در یکی از گروه‌ها هستند». بنابراین داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

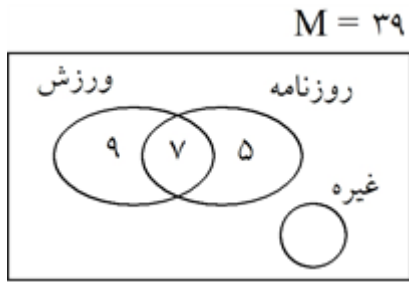
$$= 15 + 12 - 7 = 20$$

$$\Rightarrow \text{تعداد افرادی که در هیچ گروهی نیستند} = 42 - 20 = 22$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۴

$$\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20} = \frac{1}{3} \left(\frac{5-2}{2 \times 5} + \frac{8-5}{5 \times 8} + \frac{11-8}{8 \times 11} + \dots + \frac{20-17}{17 \times 20} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{17} - \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{9}{20} \right) = \frac{3}{20} = 0.15$$



$$۱۸ = ۳۹ - [۹ + ۷ + ۵] = \text{اجتماع ورزش و روزنامه} - \text{کل} = \text{غیره}$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} n(A' \cap B') &= n((A \cup B)') = n(\text{کل}) - n(A \cup B) \\ &= n(\text{کل}) - [n(A) + n(B) - n(A \cap B)] = ۳۹ - [۱۲ + ۹] = ۱۸ \end{aligned}$$

فقط ورزش

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۶

$$\begin{cases} ۲, ۷, ۱۲, ۱۷, ۲۲, \dots \Rightarrow d_1 = ۵ \\ ۸, ۱۱, ۱۴, ۱۷, ۲۰, \dots \Rightarrow d_2 = ۳ \end{cases}$$

اولین جمله‌ی مشترک عدد ۱۷ است و کم‌م قدرنسبت‌ها یعنی عدد ۱۵ قدرنسبت دنباله‌ی مشترک است.

$$C_n = C_1 + (n - 1)d_2$$

$$C_n = ۱۷ + (n - 1)(۱۵) = ۱۵n + ۲$$

$$۱۰۰ \leq ۱۵n + ۲ \leq ۹۹۹ \xrightarrow{-۲} ۹۸ \leq ۱۵n \leq ۹۹۷ \xrightarrow{\div ۱۵} ۶/۵ \leq n \leq ۶۶/۴$$

$$\Rightarrow n = ۷, ۸, ۹, \dots, ۶۶$$

تعداد این جملات برابر است با: $۶۶ - ۷ + ۱ = ۶۰$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در دنباله جملات مشترک دو دنباله حسابی اولین جمله مشترک، جمله اول و کم‌م قدرنسبت ها، قدرنسبت دنباله مشترک می باشد.

$$\begin{cases} a_n : ۲, ۹, ۱۶, ۲۳, ۳۰, \textcircled{۳۷} \\ b_n : ۱۲, ۱۷, ۲۲, ۲۷, ۳۲, \textcircled{۳۷} \end{cases} \Rightarrow \text{اولین جمله مشترک}$$

$$d = [۵, ۷] = ۳۵ \quad \Rightarrow c_n = ۳۷ + (n - 1)(۳۵) \Rightarrow c_n = ۳۵n + ۲$$

$$۱۰۰ \leq ۳۵n + ۲ < ۳۰۰ \Rightarrow ۹۸ \leq ۳۵n < ۲۹۸$$

$$\Rightarrow ۲/۸ \leq n < ۸/۵ \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} ۳ \leq n \leq ۸$$

بنابراین ۶ عدد سه رقمی مشترک کوچکتر از ۳۰۰ موجود است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا مجموعه‌ی $(B - A)' - A$ را کمی ساده کرده و سپس متمم آن را به دست می‌آوریم:

$$(B - A)' - A = (B \cap A')' \cap A' = (B' \cup A) \cap A' = (B' \cap A') \cup (A \cap A')$$

$$\xrightarrow{A \cap A' = \phi} (B' \cap A') \cup \phi = (B' \cap A') = (B \cup A)'$$

بنابراین مجموعه‌ی $(B - A)' - A$ برابر با $(B \cup A)'$ است و متمم آن مجموعه‌ی $A \cup B$ است.

$$\begin{cases} a_{12} - a_{10} = 5 \\ a_{12} + a_{10} = 25 \end{cases} \Rightarrow a_{12} = 15, a_{10} = 10 \Rightarrow d = \frac{a_{12} - a_{10}}{12 - 10} = \frac{5}{2}$$

$$d = \frac{a_{21} - a_{10}}{21 - 10} \Rightarrow a_{21} = a_{10} + 11d = 10 + 11\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{75}{2} = 37\frac{1}{2}$$

$$t_5^2 = t_1 t_{11} \Rightarrow (t_1 + 4d)^2 = t_1(t_1 + 10d) \Rightarrow \cancel{t_1^2} + 8t_1 d + 16d^2 = \cancel{t_1^2} + 10t_1 d$$

$$2d(8d - t_1) = 0 \Rightarrow t_1 = 8d \Rightarrow t_1 = 8d, t_5 = 12d, t_{11} = 18d$$

$$\Rightarrow q = \frac{12d}{8d} = \frac{3}{2}$$

روش دوم : اگر t_m, t_n, t_p جملات یک دنباله حسابی باشند که با یکدیگر تشکیل دنباله هندسی می دهند آن گاه

$$q = \frac{p - n}{n - m} \text{ است.}$$

$$t_1, t_5, t_{11} \Rightarrow q = \frac{11 - 5}{5 - 1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ساده می کنیم:

$$C \cup A' \cup B' = C \cup (A \cap B)'$$

حالا متمم می گیریم:

$$(C \cup (A' \cap B'))' = C' \cap (A \cap B) = (A \cap B) - C$$

بنابراین گزینه ۴ درست است. اما:

$$A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C) = A \cap (B - C)$$

پس گزینه ۲ پاسخ سؤال است، زیرا :

$$(A - C) \cup (B - C) = (A \cap C') \cup (B \cap C') = (A \cup B) \cap C' = (A \cup B) - C$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(A \cap B') - (B - A) = (A \cap B') \cap (B \cap A')' = A \cap B' \cap (B' \cup A) = A \cap B' = A - B$$

جذب

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

