



p30konkor.com

۱) نقطه $A(4, 0)$ یک رأس مثلثی است که دو رأس دیگر آن روی خط $x - 3y = 1$ قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس A از این خط بوده و نقطه $(\frac{7}{2}, \frac{1}{2})$ داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه اول محورهای مختصات کدام است؟

- ۱) $0/6\sqrt{0/6}$ ۲) $0/9\sqrt{0/9}$ ۳) $1/65$ ۴) $1/35$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲) در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف و مثبت a ، کمترین مقدار سهمی $y = ax^2 + 3x + a$ برابر $\frac{7}{8}$ است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) هیچ مقدار a

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳) اگر $\sqrt{x-a} + \sqrt{x-4} = 4$ باشد، حاصل عبارت $1 - \sqrt{x-a} + \sqrt{x-4}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{a}{2}$ ۲) $\frac{a}{4}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{4}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴) در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف و منفی a ، بیشترین مقدار سهمی $y = ax^2 + x + 2a$ برابر $-\frac{1}{4}$ است؟

- ۱) ۳ ۲) هیچ مقدار a ۳) ۲ ۴) ۱

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۵) نقطه $A(-5, -1)$ یک رأس مثلثی است که یک ضلع آن روی خط $x - 2y = 1$ قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس A از این خط بوده و نقطه $(-4, -2)$ داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه سوم محورهای مختصات کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) $4/2$ ۳) ۶ ۴) $6/4$

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۶) اگر $\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2$ کدام است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) $\frac{a}{4}$ ۴) $\frac{a}{2}$

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۷

نقاط $A(2, 0)$ و $C(0, -1)$ دو رأس یک مربع و روی یک قطر هستند. کدام نقطه یک رأس مربع روی قطر دیگر است؟

۱ $(0, \frac{3}{2})$
 ۲ $(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$
 ۳ $(\frac{3}{4}, -\frac{5}{4})$
 ۴ $(\frac{5}{4}, \frac{1}{4})$

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۸

اگر α و β صفرهای سهمی $y = 25\alpha x^2 + 4x + \beta$ و $\beta > \alpha$ باشد، رأس این سهمی در کدام ناحیه از صفحه مختصات قرار دارد؟

۱ اول
 ۲ دوم
 ۳ سوم
 ۴ چهارم

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۹

نقاط $A(x, y)$ ، $B(-1-x, y-3)$ ، $C(0, -3)$ و $D(-4, 0)$ رئوس یک مستطیل هستند. اگر رأس‌های A و B مجاور باشند، مساحت مستطیل کدام است؟

۱ ۱۲
 ۲ ۱۵/۵
 ۳ ۱۵
 ۴ ۱۲/۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۰

صفرهای تابع $y = mx^2 - 4x - (m+4)$ و نقطه تقاطع آن با محور y ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر ۳ باشد، اختلاف طول رأس سهمی‌های رسم شده توسط مقادیر مختلف m کدام است؟

۱ $\frac{7}{2}$
 ۲ $\frac{9}{4}$
 ۳ $\frac{7}{4}$
 ۴ $\frac{9}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۱

ریشه‌های معادله $x^2 - (a+1)x + a = 0$ دو عدد فرد متوالی طبیعی و ریشه‌های معادله $x^2 - (3a+1)x + b = 0$ دو عدد زوج متوالی است. اختلاف حاصل‌ضرب ریشه‌های دو معادله کدام است؟

۱ ۳۳
 ۲ ۲۱
 ۳ ۱۳
 ۴ ۹

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۲

از تقسیم اندازه قطر یک مستطیل به طول آن، عدد طلایی حاصل می‌شود. مجذور نسبت طول به عرض مستطیل کدام است؟

۱ $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
 ۲ $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$
 ۳ $\frac{2}{1 + \sqrt{5}}$
 ۴ $\frac{2}{3 + \sqrt{5}}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۳

نقاط $A(-1, 4)$ ، $B(3, 1)$ ، $C(x, y)$ و $D(-1-x, y+3)$ رئوس یک مستطیل هستند. اگر رأس‌های C و D مجاور باشند، محیط مستطیل کدام است؟

۱ ۱۳
 ۲ ۱۴
 ۳ ۱۵
 ۴ ۱۶

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۴

صفرهای تابع $y = 2x^2 - (m+2)x + m$ و نقطه تقاطع آن با محور عرض‌ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر $\frac{3}{4}$ باشد، کدام می‌تواند طول رأس سهمی $y = x^2 - mx + 1$ باشد؟

۱ $\frac{1}{4}$
 ۲ $\frac{2}{3}$
 ۳ $-\frac{3}{4}$
 ۴ $-\frac{1}{2}$

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۵

ریشه‌های معادله $2x^2 - ax + b = 0$ نیم‌واحد از ریشه‌های معادله $ax^2 + ax - 6 = 0$ بیشتر است. مقدار $\left[\frac{ab}{4}\right]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- ۱) -۴ ۲) -۳ ۳) -۲ ۴) -۱

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۶

نسبت طول به عرض یک مستطیل، ۵ به ۴ است. با افزایش طول مستطیل، یک مستطیل طلایی خواهیم داشت. نسبت مساحت مستطیل طلایی به مستطیل اولیه کدام است؟

- ۱) $\frac{0}{3} + \sqrt{5}$ ۲) $\frac{0}{2}(1 + \sqrt{5})$ ۳) $\frac{0}{6} + \frac{0}{2}\sqrt{5}$ ۴) $\frac{0}{4}(1 + \sqrt{5})$

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۷

اگر نقطه $A(2, -3)$ رأس یک مربع و معادله یک ضلع مربع $4x + 3y = 9$ باشد، مساحت مربع چقدر است؟

- ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۹

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۸

معادله $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x^2 + 2x}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x} + \sqrt{x^2 + 2x}} = \frac{x + 5}{\sqrt{x^2 + 2x}}$ دارای چند جواب است؟

- ۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۹

دو ضلع مقابل به هم یک مستطیل روی خطوط به معادله $y - ax = 1$ و $ay - x = a - 1$ واقع هستند. اگر قطر مستطیل برابر ۵ و نقطه $(1, 2)$ یک رأس از مستطیل باشد، مساحت مستطیل کدام است؟

- ۱) $\frac{2}{5}$ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $\sqrt{46}$ ۴) $2\sqrt{34}$

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۲۰

معادله $\sqrt{2x - 3} = \sqrt{x + \sqrt{x - 2}} - \sqrt{2 - x}$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- ۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۲۱

α و β ریشه‌های معادله $ax^2 - 8x + 4 = 0$ است. اگر مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌های معادله‌ای با ریشه‌های $\alpha\beta^2$ برابر باشند، مقدار $\text{Log} \frac{a}{\sqrt{2}}$ کدام است؟ ($a > 0$)

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۲۲

طول ارتفاع AH در مثلثی با رأس‌های $A(1, 9)$ ، $B(3, 3)$ و $C(7, 11)$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) $\sqrt{10}$ ۳) $2\sqrt{5}$ ۴) ۶

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۳ معادله $\frac{1}{\sqrt{2-x}+2} - \frac{1}{2-\sqrt{2-x}} = \frac{2-x}{5\sqrt{2-x}}$ چند ریشه مثبت دارد؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۴ اگر a و b اعداد طبیعی و ریشه‌های معادله $x^2 - (a^2 + b^2 - 12)x + a + b - 1 = 0$ باشند، مقدار $a + b$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۹ ۴) ۱۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۵ سه ضلع یک مثلث به معادلات $AB: y + 2x = 7$ ، $AC: 4y - 3x = 17$ ، و $BC: 2y - 4x = -19$ هستند. طول ارتفاع BH ، کدام است؟

- ۱) $4/4$ ۲) ۳ ۳) $2/5$ ۴) ۱

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

۲۶ معادله $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}+3} - \frac{\sqrt{x+1}}{3-\sqrt{x-1}} = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$ چند ریشه مثبت دارد؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

۲۷ به ازای دو مقدار a ، یک ریشه معادله $x^2 - ax + 4 = 0$ ، سه برابر ریشه دیگر است. اختلاف این دو مقدار a ، کدام است؟

- ۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

۲۸ نقاط C ، B و $M(3, 2)$ روی خط $x + 2y = 7$ قرار دارند. مثلث متساوی‌الساقین ABC را چنان می‌سازیم که اندازه‌ی میانه‌ی AM برابر $5\sqrt{5}$ واحد و BC قاعده‌ی مثلث باشد. طول مختصات یک رأس A ، کدام است؟

- ۱) ۵ ۲) -۲ ۳) -۵ ۴) -۸

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۹ سهمی $y = -x^2 + 2x + 1$ خط راست گذرا از نقطه‌ی $(1, 0)$ و با عرض از مبدأ -1 را در نقاط A و B قطع می‌کند. اگر M وسط پاره‌خط AB باشد، فاصله‌ی رأس سهمی از نقطه‌ی M ، کدام مضرب $\sqrt{26}$ است؟

- ۱) ۲ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۴) $\frac{1}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۰ فرض کنید $a, b, c \in \{1, 2, \dots, 9\}$. چند معادله‌ی درجه‌ی دوم به صورت $ax^2 + bx - c = 0$ می‌توان نوشت که فاصله‌ی حاصل‌ضرب ریشه‌های هر معادله با جمع ریشه‌های آن معادله، دو واحد باشد؟

- ۱) ۲۴ ۲) ۲۸ ۳) ۳۲ ۴) ۳۶

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۱ فرض کنید x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 4x = x$ باشند. ریشه‌های کدام معادله $x_2^3 + \frac{1}{x_2} + x_1^3 + \frac{1}{x_1}$ و $x_2^3 + \frac{1}{x_2}$ کدام است؟

۱ $4x^2 = 51x + 221$ ۲ $4x^2 + 51x = 221$

۳ $4x^2 = 51x + 197$ ۴ $4x^2 + 51x = 197$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۳۲ نقطه‌ی $H(2, 1)$ را روی خط $3x - y = 5$ در نظر بگیرید. مثلث متساوی‌الاضلاع ABC را با ارتفاع AH می‌سازیم، به طوری که محیط مثلث $\sqrt{270}$ واحد باشد. مختصات یک رأس A، کدام است؟

۱ $(\frac{7}{2}, \frac{1}{2})$ ۲ $(\frac{13}{2}, -\frac{1}{2})$ ۳ $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ ۴ $(-\frac{1}{2}, \frac{11}{6})$

سراسری - تجربی - ۱۴۰۰

۳۳ شیب نیم‌خطی با نقطه‌ی شروع $A(2, 4)$ برابر ۳ است. مستطیل ABCD را چنان می‌سازیم، که نقطه‌ی B روی نیم‌خط فوق و رأس سوم آن $C(-3, -1)$ باشد. محیط مستطیل، کدام است؟

۱ ۲۴ ۲ ۱۸ ۳ $6\sqrt{10}$ ۴ $3\sqrt{10}$

سراسری - تجربی - ۱۴۰۰

۳۴ فرض کنید $a, b, c \in \{1, 2, \dots, 9\}$. چند معادله‌ی درجه‌ی دوم به صورت $ax^2 + bx - c = 0$ می‌توان تشکیل داد، به طوری که مجموع ریشه‌های هر معادله از حاصل‌ضرب ریشه‌های همان معادله، دو واحد بیش‌تر باشد؟

۱ ۱۴ ۲ ۱۵ ۳ ۱۶ ۴ ۱۸

سراسری - تجربی - ۱۴۰۰

۳۵ فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی منحنی‌های $2y = x^2$ و $x = \sqrt{y+3} - \sqrt{y-3}$ تا مبدأ مختصات، کدام است؟

۱ $\sqrt{3}$ ۲ $\sqrt{6}$ ۳ $2\sqrt{3}$ ۴ $\sqrt{15}$

سراسری - تجربی - ۱۴۰۰

۳۶ فرض کنید x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 5x = x$ باشند. $\frac{1}{(x_1 + 1)^2}$ و $\frac{1}{(x_2 + 1)^2}$ ریشه‌های کدام معادله هستند؟

۱ $125x^2 + 16x = 1$ ۲ $125x^2 = 16x + 1$

۳ $125x^2 = 12x + 1$ ۴ $125x^2 + 12x = 1$

سراسری - تجربی - ۱۴۰۰

۳۷ فرض کنید x_1 و x_2 جوابهای معادله $(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x^2}} + 1)(\sqrt{x^2} - 1) = 2\sqrt{x}$ باشند. مقدار $x_1 + x_2$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۱ ۲ (۲) صفر ۳ (۳) ۱ ۴ (۴) ۲

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۳۸ اضلاع مثلثی، منطبق بر سه خط به معادلات $y + 2x = 16$ ، $2y - x = 2$ و $y = 0$ هستند. اندازهی میانهی نظیر ضلع افقی این مثلث، در صفحهی مختصات کدام است؟

- ۱ (۱) $2\sqrt{5}$ ۲ (۲) ۵ ۳ (۳) $3\sqrt{3}$ ۴ (۴) ۶

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۹ معادلهی درجهی دوم $2x^2 + mx + m + 6 = 0$ دارای دو ریشهی مثبت است. بازهی مقادیر m ، کدام است؟

- ۱ (۱) $(-4, 0)$ ۲ (۲) $(-4, -2)$ ۳ (۳) $(-6, 0)$ ۴ (۴) $(-6, -4)$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴۰ مثلثی با رأسهای $A(1, 5)$ ، $B(7, 2)$ و $C(2, -2)$ مفروض است. اندازهی ارتفاع AH در مثلث ABC ، کدام است؟

- ۱ (۱) ۴ ۲ (۲) $3\sqrt{2}$ ۳ (۳) ۵ ۴ (۴) $4\sqrt{2}$

سراسری-تجربی-۹۹

۴۱ معادلهی درجهی دوم $3x^2 + (2m - 1)x + 2 - m = 0$ دارای دو ریشهی حقیقی است. اگر مجموع ریشهها با معکوس حاصلضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار m کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{7}{2}$ ۲ (۲) ۳ ۳ (۳) -۱ ۴ (۴) $-\frac{5}{2}$

سراسری-تجربی-۹۹

۴۲ اگر $2a + \sqrt{3a + 16} = 1$ باشد، عدد $4a + 9$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) ۴ ۲ (۲) ۶ ۳ (۳) ۱۵ ۴ (۴) ۲۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴۳ پرندهای فاصلهی یک کیلومتر را در جهت موافق باد رفته و در جهت مخالف باد برگشته است. اگر سرعت باد ۵ کیلومتر بر ساعت و مدت رفت و برگشت ۹ دقیقه باشد، سرعت پرنده در هوای آرام، چند کیلومتر بر ساعت است؟

- ۱ (۱) ۱۲ ۲ (۲) $12/5$ ۳ (۳) $13/5$ ۴ (۴) ۱۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴۴ اگر $2 = 3a + \sqrt{2a^2 + 4a}$ باشد، عدد $\frac{a+1}{a}$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) $1/5$ ۲ (۲) $2/5$ ۳ (۳) $3/5$ ۴ (۴) $4/5$

سراسری-تجربی-۹۸

۴۵

سرعت یک قایق موتوری، در آب راکد ۱۰۰ متر بر دقیقه است. این قایق فاصله‌ی ۱۲۰۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است. اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه است. سرعت آب رودخانه، چند متر بر دقیقه است؟

۲۵ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

سراسری-تجربی-۹۸

۴۶

به ازای کدام مقدار a ، خط به معادله‌ی $y = 5x + a$ ، بر نمودار تابع $y = 2x^2 - 3x + 6$ مماس است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴۷

به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله‌ی درجه‌ی دوم $x^2 + (m - 2)x + m + 1 = 0$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی مثبت است؟

 $m > 8$ (۴) $2 < m < 8$ (۳) $m < 0$ (۲) $-1 < m < 0$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴۸

قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y ها تعیین کرده، سپس ۲ واحد به طرف x های مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار حاصل، نیم‌ساز ناحیه‌ی اول و سوم را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱/۵ (۴)

۱ (۳)

۰/۵ (۲)

-۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴۹

نقطه‌ی $A(3, -1)$ وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط به معادله‌ی $2y - x = 5$ است. مساحت این مربع، کدام است؟

۸۰ (۴)

۷۵ (۳)

۴۵ (۲)

۴۰ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۰

فاصله بین دو خط به معادلات $y = x\sqrt{3} + 2$ و $\sqrt{3}y - 3x + 6 = 0$ کدام است؟

 $2 + \sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{3} + 1$ (۳) $\sqrt{3} - 1$ (۲) $2 - \sqrt{3}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۱

معادله‌ی $\sqrt{4x - 3} = 0$ ، $3x - 2 + \sqrt{4x - 3} = 0$ ، از نظر تعداد جواب‌ها چگونه است؟

یک جواب (۱)

دو جواب هم‌علامت (۲)

دو جواب با علامت مخالف (۳)

جواب ندارد. (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۲

ریشه‌های معادله‌ی $3x^2 + ax + b = 0$ از ریشه‌های معادله‌ی $3x^2 - 4x - 1 = 0$ یک واحد بیش‌تر است. b کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

-۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۳

به ازای کدام مقادیر a ، نقاط $(3, a)$ و $(6, 4a + 1)$ و مبدأ مختصات در یک راستا قرار می‌گیرند؟

 $2, -\frac{9}{4}$ (۴) $2, -\frac{3}{4}$ (۳) $-2, \frac{3}{4}$ (۲) $-2, \frac{9}{4}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۴ در معادله‌ی درجه دوم $x^2 + ax + 9 = 0$ یک ریشه دو برابر ریشه‌ی دیگر است. مجموع دو ریشه‌ی مثبت کدام است؟

۵ (۴)

۴/۵ (۳)

۴ (۲)

۳/۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۵۵ مساحت مثلثی با سه رأس به مختصات $A(2, 5)$, $B(3, 0)$ و $C(0, 2)$ ، کدام است؟

۷/۵ (۴)

۷ (۳)

۶/۵ (۲)

۶ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۵۶ به ازای کدام مقدار m ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $mx^2 + 3x + m^2 = 2$ معکوس یکدیگرند؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۵۷ دو ضلع یک مستطیل منطبق بر دو خط به معادلات $2y + x = 6$ و $2x - y = 7$ یک رأس مستطیل نقطه $A(8, 5)$ است. مساحت این مستطیل کدام است؟

۱۲/۸ (۴)

۱۱/۴ (۳)

۹/۶ (۲)

۷/۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

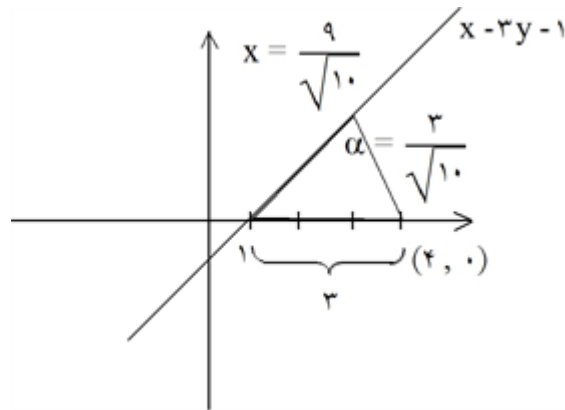
گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱

$$d = \frac{|4-1|}{\sqrt{1+9}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$x = \sqrt{9 - \frac{9}{10}} = \sqrt{\frac{81}{10}} = \frac{9}{\sqrt{10}}$$

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{3}{\sqrt{10}} \times \frac{9}{\sqrt{10}} = \frac{27}{2 \times 10} = 1/35$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۲

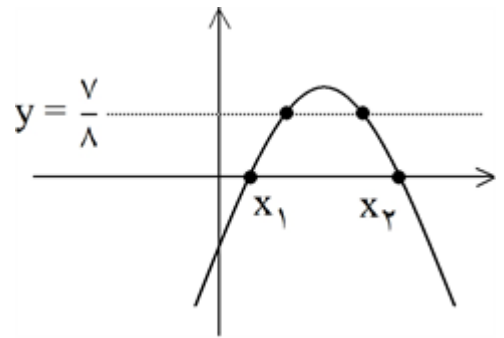
$$x_s = -\frac{3}{2a} \Rightarrow a \left(-\frac{3}{2a} \right)^2 + 3 \left(-\frac{3}{2a} \right) + a = \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{9}{4a} - \frac{9}{2a} + a = \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{-9 + 4a^2}{4a} = \frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow 8a^2 - 7a - 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 & \checkmark \\ a = -\frac{9}{8} & \times \end{cases}$$

تذکر: در اصل سؤال به مثبت بودن a اشاره نشده بود که در این صورت به ازای $-\frac{9}{8} < a < 0$ و محدود کردن دامنه

می‌توان به کمترین مقدار $\frac{7}{8}$ رسید و در این صورت بی‌شمار مقدار برای a وجود خواهد داشت که در گزینه‌ها نیست. به

طور مثال اگر $a = -1$ در این صورت اگر $D_f = [x_1, x_2]$ فرض شود، کمترین مقدار سهمی $\frac{7}{8}$ است.



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۳

$$\sqrt{x-4} - \sqrt{x-a} = t \Rightarrow \text{حکم: } 1+t = ?$$

$$\sqrt{x-4} + \sqrt{x-a} = 4 \xrightarrow{\times(t)} \cancel{x-4} - \cancel{x} + a = 4t \Rightarrow t = \frac{a-4}{4} = \frac{a}{4} - 1$$

$$1+t = 1 + \frac{a}{4} - 1 = \frac{a}{4}$$

$$x_s = -\frac{1}{2a} \text{ راس سهمی}$$

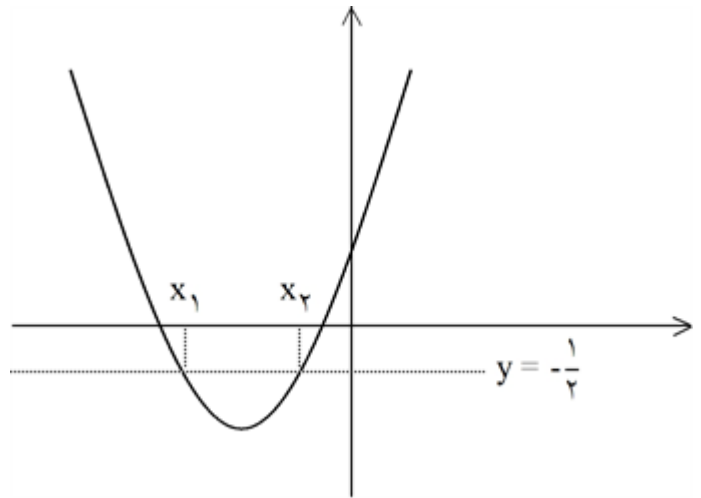
$$y_s = a\left(-\frac{1}{2a}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2a}\right) + 2a = \frac{1}{4a} - \frac{1}{2a} + 2a = -\frac{1}{4} \Rightarrow 8a^2 + 2a - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{ق ق } a = -\frac{1}{4} \\ \text{بیشترین مقدار ندارد} \Rightarrow \text{ق ق } a = \frac{1}{4} \end{cases}$$

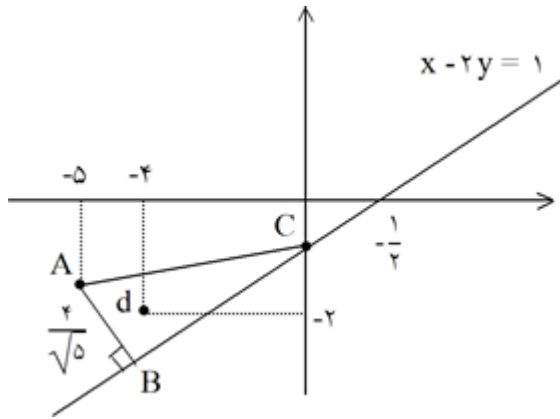
تذکر: در اصل سؤال، به مقدار منفی a اشاره نشده بود که در این صورت به ازای $0 \leq a < \frac{1}{4}$ و محدود کردن دامنه

می‌توان به ماکزیمم $-\frac{1}{4}$ رسید و در این حالت بی‌شمار مقدار برای a وجود دارد که در گزینه‌ها موجود نیست! به طور

$$y = \frac{1}{8}x^2 + x + \frac{2}{5} = \frac{1}{8}(x^2 + 8x + 2) \quad \text{مثال اگر } a = \frac{1}{8} \text{ آنگاه:}$$



با محدود کردن دامنه به فاصله $[x_1, x_2]$ ماکزیمم سهمی $-\frac{1}{4}$ می‌شود.



$$AB \text{ خط: } y + 2x + 11 = 0 \Rightarrow B(-2/2, -2/2)$$

$$L \text{ خط: } x - 2y = 1$$

$$C(0, -1/2)$$

$$AB \text{ خط تا } C \text{ فاصله نقطه } \Rightarrow \frac{|-1/2 + 0 + 11|}{\sqrt{5}} = \frac{11}{\sqrt{5}}$$

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{11}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{11}{5} = 4/2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\underbrace{(\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4})}_r \underbrace{(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4})}_t = (x+a) - (x-4) = a+4$$

$$rt = a+4 \Rightarrow t = \frac{a+4}{r} = \frac{a}{r} + 2 \Rightarrow \sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2 = \frac{a}{r}$$

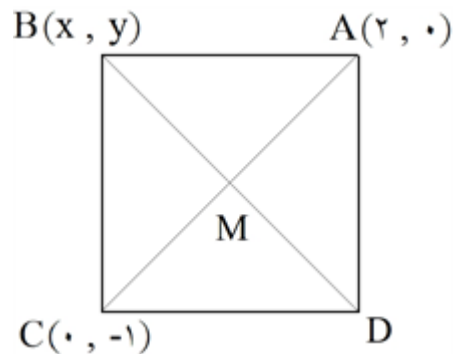
گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$AC \text{ وسط } M(1, -1/2)$$

$$AC \text{ شیب } = \frac{-(-1)}{1-1} = \frac{1}{1} \Rightarrow m_{BD} = -2$$

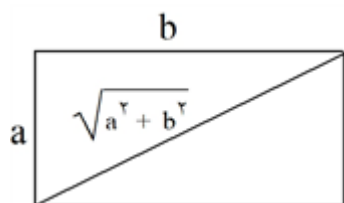
$$BD \text{ معادله خط: } y - (-1/2) = -2(x-1) \Rightarrow y = -2x + 3/2$$

$$AC = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} \Rightarrow MB = MD = \frac{\sqrt{5}}{2}$$



$$MB = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+1/2)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (-2x + 3/2 + 1/2)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{5(x-1)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow |x-1| = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = 1/2 \Rightarrow x = 3/2 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow B(3/2, -2) \\ x-1 = -1/2 \Rightarrow x = 1/2 \Rightarrow y = 1/2 \Rightarrow D(1/2, 1/2) \end{cases}$$



$$\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{b} = \frac{\sqrt{\delta+1}}{2} \Rightarrow \frac{a^2+b^2}{b^2} = \frac{\delta+2\sqrt{\delta}}{4}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 1 = \frac{\delta+2\sqrt{\delta}}{2} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{1+\sqrt{\delta}}{2} \Rightarrow \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{2}{1+\sqrt{\delta}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$AB \parallel CD \Rightarrow \frac{4-1}{-1-2} = \frac{-2}{2x+1} \Rightarrow 2x+1 = 4 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$AB \perp BC \Rightarrow \frac{-2}{4} \times \frac{y-1}{-\frac{2}{2}} = -1 \Rightarrow \frac{y-1}{2} = -1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow C\left(\frac{3}{2}, -1\right)$$

$$\text{محیط} = 2(AB + BC) = 2\left(5 + \frac{5}{2}\right) = 15$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2x^2 - (m+2)x + m = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} x=1, \frac{m}{2} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \left| m\left(\frac{m}{2} - 1\right) \right|$$

محور عرض: $y(0) = m$

$$\Rightarrow \left| m\left(\frac{m}{2} - 1\right) \right| = \frac{3}{2} \Rightarrow |m(m-2)| = 3 \begin{cases} m = -1 \Rightarrow \frac{m}{2} = \frac{-1}{2} \checkmark \\ m = 3 \Rightarrow \frac{m}{2} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\alpha + \beta = \alpha' + \beta' + 1 \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{-a}{2a} + 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow 2x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha', \beta' = -2, \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha, \beta = -\frac{3}{2}, 2 \Rightarrow \frac{b}{2} = \alpha\beta = -3 \Rightarrow b = -6$$

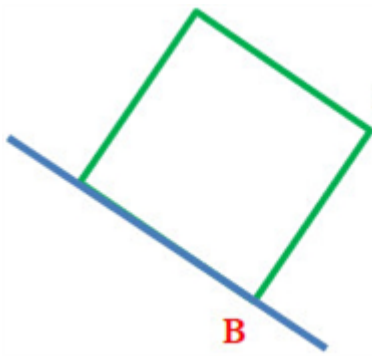
$$\left[\frac{ab}{4}\right] = \left[-\frac{6}{4}\right] = -\frac{3}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{نسبت طلایی} = \frac{1+\sqrt{\delta}}{2} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{\delta}+1}{2} \Rightarrow x = 2(\sqrt{\delta}+1)$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{4 \times 2(\sqrt{\delta}+1)}{4 \times 5} = \frac{2}{5}(\sqrt{\delta}+1)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۷



$$A(2, -3) \quad 4x + 3y - 9 = 0 \Rightarrow AB = \frac{|4(2) + 3(-3) - 9|}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$$

$$= \frac{10}{5} = 2$$

$$S = AB^2 = 2^2 \Rightarrow S = 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x^2 + 2x}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x} + \sqrt{x^2 + 2x}} = \frac{x + 5}{\sqrt{x^2 + 2x}}$$

$$\Rightarrow \frac{2\sqrt{x^2 + 2x}}{-4x} = \frac{x + 5}{\sqrt{x^2 + 2x}} \Rightarrow x^2 + 2x = -2x^2 - 10x \Rightarrow 3x^2 + 12x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ ق ق} \\ x = -4 \end{cases}$$

$$\text{موازی: } a = \frac{1}{a} \Rightarrow a^2 = 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$\begin{cases} a = 1 : y = x, y = x + 1 \quad \checkmark (1, 2) \\ a = -1 : y = -x + 2, y = -x + 1 \quad \times \end{cases}$$

$$\text{عرض} = \frac{\text{فاصله نقطه } (1, 2) \text{ از خط } y = x}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{|2 - 1|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{cases} \text{عرض} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \text{قطر} = 5 \end{cases} \Rightarrow \text{طول} = \sqrt{25 - \frac{1}{2}} = \frac{7}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{مساحت} = \frac{7}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 3/5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۰

$$\left. \begin{matrix} 2 - x \geq 0 \\ x - 2 \geq 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow x = 2 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} \sqrt{1} = \sqrt{2} - \sqrt{0} \text{ جواب ندارد}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۱

$$b = -8, c = 4, \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta^2 + \alpha^2\beta = \alpha\beta^2 \cdot \alpha^2\beta^{\frac{2}{\alpha\beta}} \Rightarrow \alpha + \beta = \alpha^2\beta^2 \Rightarrow S = P^2 \Rightarrow \frac{-b}{a} = \left(\frac{c}{a}\right)^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{-c^2}{b} = \frac{-16}{-8} = 2$$

$$\Rightarrow \text{Log} \frac{a}{\sqrt{2}} = \text{Log} \frac{2}{\sqrt{2}} = 2$$

تذکر:

بهتر بود در صورت سؤال عنوان می‌شد: «اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ای که ریشه‌های آن $\alpha\beta^2$ و $\alpha^2\beta$ است، برابر باشند» که ابهام سؤال کمتر می‌شد.

$$B \begin{vmatrix} 3 \\ 3 \end{vmatrix} C \begin{vmatrix} 7 \\ 11 \end{vmatrix} \Rightarrow m_{BC} = \frac{11-3}{7-3} = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۲

$$BC: y - 3 = 2(x - 3) \Rightarrow BC: 2x - y - 3 = 0, A \begin{vmatrix} 1 \\ 9 \end{vmatrix}$$

$$AH = \frac{|2(1) - 9 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۳

$$\sqrt{2-x} = a \Rightarrow \frac{1}{a+2} - \frac{1}{2-a} = \frac{a^2}{5a} \Rightarrow \frac{-2}{4-a^2} = \frac{a^2}{5} \xrightarrow{a \neq 0} 4 - a^2 = -10 \Rightarrow a^2 = 14$$

این معادله فقط یک ریشه‌ی منفی دارد پس ریشه‌ی مثبت ندارد. $\Rightarrow 2 - x = 14 \Rightarrow x = -12$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۴

$$\left. \begin{aligned} S = a + b = a^2 + b^2 - 12 \Rightarrow S = S^2 - 2P - 12 \\ P = ab = a + b - 1 \Rightarrow P = S - 1 \end{aligned} \right\} S = S^2 - 2S + 2 - 12$$

$$S^2 - 3S - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = 5 \\ S = -2 \end{cases} \quad \text{چون } a, b \text{ اعداد طبیعی هستند فقط } S = 5 \text{ قابل قبول است.}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۵

$$\begin{cases} 2y - 7x = -19 \\ y + 2x = 7 \end{cases} \Rightarrow B(3, 1) \text{ و } AC: 4y - 3x - 17 = 0$$

$$BH = \frac{|4 - 9 - 17|}{5} = \frac{22}{5} = 4\frac{2}{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۶

$$\sqrt{x+1} \left(\frac{1}{3+\sqrt{x-1}} - \frac{1}{3-\sqrt{x-1}} \right) = \sqrt{x-1}$$

$$\xrightarrow{x \neq 1} \sqrt{x+1} \left(\frac{3-\sqrt{x-1}-3-\sqrt{x-1}}{9-(x-1)} \right) = \sqrt{x-1} \Rightarrow \sqrt{x+1} \left(\frac{-2\sqrt{x-1}}{10-x} \right) = \sqrt{x-1}$$

$$\Rightarrow \frac{-2\sqrt{x+1}}{10-x} = 1 \Rightarrow -2\sqrt{x+1} = 10-x \xrightarrow{10-x \leq 0 \Rightarrow x \geq 10} x^2 - 20x + 100 = 4x + 4$$

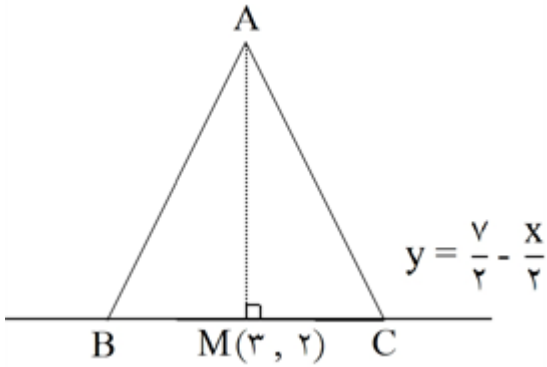
$$\Rightarrow x^2 - 24x + 96 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 12 + \sqrt{48} \text{ ق ق} \\ x = 12 - \sqrt{48} \text{ غ ق} \end{cases}$$

پس این معادله فقط یک ریشه دارد.

$$\begin{cases} \beta = 3\alpha \\ \alpha + \beta = \frac{a}{3} \Rightarrow a = 3\alpha + 3\beta \\ \alpha\beta = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha(3\alpha) = \frac{4}{3} \Rightarrow 3\alpha^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \beta = 2 \Rightarrow a = 8 \\ \alpha = -\frac{2}{3} \Rightarrow \beta = -2 \Rightarrow a = -8 \end{cases} \end{cases}$$

در نتیجه: ۱۶ = اختلاف

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مثلث متساوی الساقین میانه بر قاعده عمود است. (میانه = ارتفاع) ۲۸



$$m_{AM} = \frac{-1}{m_{BC}} \Rightarrow m_{AM} = 2$$

$$AM: y - 2 = 2(x - 3)$$

$$AM: y = 2x - 4$$

$$y = \frac{5}{2} - \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow A(x, 2x - 4) \Rightarrow AM = 5\sqrt{5} \Rightarrow (x - 3)^2 + (2x - 4 - 2)^2 = 125$$

$$\Rightarrow (x - 3)^2 + 4(x - 3)^2 = 125$$

$$5(x - 3)^2 = 125 \Rightarrow (x - 3)^2 = 25 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 5 \Rightarrow x = 8 \\ x - 3 = -5 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۹

$$y = -x^2 + 2x + 1 \Rightarrow S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right) \Rightarrow S(1, 2)$$

$$(1, 0), (0, -1) \Rightarrow y - 0 = \frac{0 - (-1)}{1 - 0}(x - 1) \Rightarrow y = x - 1$$

$$-x^2 + 2x + 1 = x - 1 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow A(2, 1) \quad B(-1, -2) \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}\right)$$

$$SM = \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{25}{4}} = \frac{1}{2} \times \sqrt{26}$$

$$a, b, c \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$ax^2 + bx - c = 0$$

$$S = \frac{-b}{a} \quad P = \frac{c}{a}$$

$$|S - P| = 2 \Rightarrow \left| -\frac{b}{a} - \frac{c}{a} \right| = 2 \Rightarrow \left| \frac{b+c}{a} \right| = 2 \xrightarrow{\text{چون } c, b, a} \frac{b+c}{a} = 2$$

$$\Rightarrow b+c = 2a$$

عدد وسط a اعداد اول و سوم b یا c $\Rightarrow \{1, 2, 3\} \{2, 3, 4\} \{3, 4, 5\} \{4, 5, 6\} \{5, 6, 7\} \{7, 8, 9\}$

$$\Rightarrow 7 \times 2 = 14$$

$$\{1, 3, 5\} \{2, 4, 6\} \{3, 5, 7\} \{4, 6, 8\} \{5, 7, 9\} \Rightarrow 5 \times 2 = 10$$

$$\{1, 4, 7\} \{2, 5, 8\} \{3, 6, 9\} \Rightarrow 3 \times 2 = 6$$

$$\{1, 5, 9\} \Rightarrow 1 \times 2 = 2$$

$$\Rightarrow 14 + 10 + 6 + 2 = 32$$

$$x^2 - x - 4 = 0, S = 1, P = -4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x_1^3 + \frac{1}{x_2}, x_2^3 + \frac{1}{x_1}$$

$$S_{\text{جدید}} = x_1^3 + x_2^3 + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = (S^3 - 3PS) + \frac{\overbrace{x_1 + x_2}^S}{\underbrace{x_1 \times x_2}_P}$$

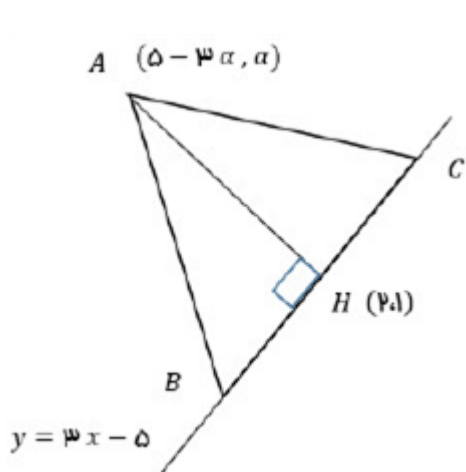
$$\Rightarrow S_{\text{جدید}} = (1 - 3 \times 1 \times -4) + \frac{1}{-4} = 13 - \frac{1}{4} = \frac{51}{4}$$

$$P_{\text{جدید}} = \left(x_1^3 + \frac{1}{x_2}\right) \left(x_2^3 + \frac{1}{x_1}\right) = \underbrace{x_1^3 x_2^3}_{P^3} + \underbrace{\frac{1}{x_1 x_2}}_{\frac{1}{P}} + \underbrace{x_1^2 + x_2^2}_{S^2 - 2P} = -64 - \frac{1}{4} + 9$$

$$\Rightarrow -55 - \frac{1}{4} = \frac{-221}{4}$$

$$S_{\text{جدید}} = \frac{51}{4}, P_{\text{جدید}} = \frac{-221}{4}$$

$$\text{معادله جدید: } x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{51}{4}x - \frac{221}{4} = 0 \xrightarrow{\text{همگی } \times 4} 4x^2 - 51x - 221 = 0$$



$$AH: 3y + x - 5 = 0, AB = \frac{\sqrt{270}}{3} = \sqrt{30}$$

$$AH = \frac{3\sqrt{10}}{3}$$

$$\frac{|\alpha - 15 + 9\alpha + 5|}{\sqrt{10}} = \frac{3}{3}\sqrt{10} \Rightarrow |\alpha - 1| = \frac{3}{3}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{5}{3}, \alpha = \frac{-1}{3}$$

$$\alpha = \frac{-1}{3} \rightarrow A\left(\frac{13}{3}, -\frac{1}{3}\right)$$

با توجه به شکل رسم شده، فاصله نقطه C تا نیمخط برابر عرض مستطیل و فاصله A تا C برابر قطر مستطیل است.
 $y - 4 = 3(x - 2) \Rightarrow y = 3x - 2$

فاصله نقطه C(-3, -1) تا خط $y - 3x + 2 = 0$ برابر است با:

$$d = \frac{|-1 + 9 + 2|}{\sqrt{1+9}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \Rightarrow CB = \sqrt{10}$$

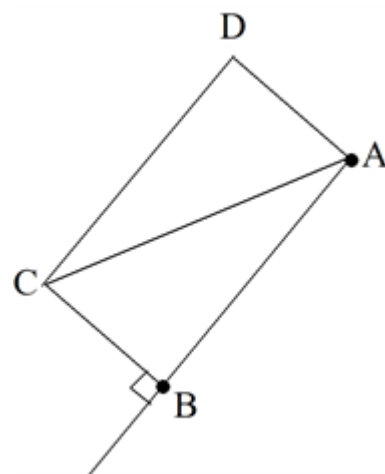
از طرفی AC برابر قطر مستطیل است.

$$AC = \sqrt{(2+3)^2 + (4+1)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

با استفاده از رابطه فیثاغورث، طول مستطیل را حساب می‌کنیم:

$$AB^2 = AC^2 - CB^2 \Rightarrow AB^2 = 50 - 10 = 40 \Rightarrow AB = 2\sqrt{10}$$

$$محیط P = 2(AB + CB) = 2(2\sqrt{10} + \sqrt{10}) = 6\sqrt{10}$$



$$c - b = 2a$$

$$c = 9 \begin{cases} b = 1 \\ b = 3 \\ b = 5 \\ b = 7 \end{cases} \quad c = 8 \begin{cases} b = 2 \\ b = 4 \\ b = 6 \end{cases} \quad c = 7 \begin{cases} b = 1 \\ b = 3 \\ b = 5 \end{cases} \quad c = 6 \begin{cases} b = 2 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$c = 5 \begin{cases} b = 1 \\ b = 3 \end{cases} \quad c = 4 \begin{cases} b = 2 \end{cases} \quad c = 3 \begin{cases} b = 1 \end{cases}$$

روش دوم:

$$s = p + 2 \Rightarrow \frac{-b}{a} = -\frac{c}{a} + 2 \xrightarrow{\times a} -b = -c + 2a \Rightarrow 2a = c - b$$

زوج زوج

$$c - b \text{ زوج است} \Rightarrow \begin{cases} \text{هر دو زوج } c, b \\ \text{یا} \\ \text{هر دو فرد } c, b \end{cases}$$

$$\binom{5}{2} + \binom{4}{2} = 10 + 6 = 16$$

با توجه به اینکه $c - a$ و $-c$ هم‌علامت نیستند، بنابراین Δ همواره مثبت است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در منحنی $2y = x^2$ به جای x باید $\sqrt{y+3} - \sqrt{y-3}$ را جاگذاری کنیم. ۳۵

$$2y = x^2 \Rightarrow 2y = (\sqrt{y+3} - \sqrt{y-3})^2 \Rightarrow 2y = y + 3 + y - 3 - 2\sqrt{y^2 - 9}$$

$$\Rightarrow -2\sqrt{y^2 - 9} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{ق ق } y = 3 \\ \text{غ ق ق } y = -3 \end{cases}$$

چون $2y = x^2$ است بنابراین y باید نامنفی باشد.

$$2y = x^2 \xrightarrow{y=3} x = \pm\sqrt{6} \xrightarrow{\substack{\sqrt{y+3} > \sqrt{y-3} \\ x \text{ مقداری مثبت است}}} x = \sqrt{6} \text{ ق ق}$$

$$OA = \sqrt{(\sqrt{6})^2 + 3^2} = \sqrt{15}$$

بنابراین فاصله نقطه $A(\sqrt{6}, 3)$ تا مبدأ برابر است با:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۳۶

$$x^2 + x - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 x_2 = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + 1 = -x_2 \\ x_2 + 1 = -x_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{(x_2+1)^2} = \frac{-1}{x_2} \\ \frac{1}{(x_1+1)^2} = \frac{-1}{x_1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S' = \frac{-(S^2 - 2SP)}{(P)^2} = \frac{-(-1-15)}{-125} \\ P' = \frac{1}{(P)^2} = \frac{-1}{125} \end{cases}$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{16}{125}x - \frac{1}{125} = 0 \xrightarrow{\times 125} 125x^2 + 16x - 1 = 0$$

۳۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

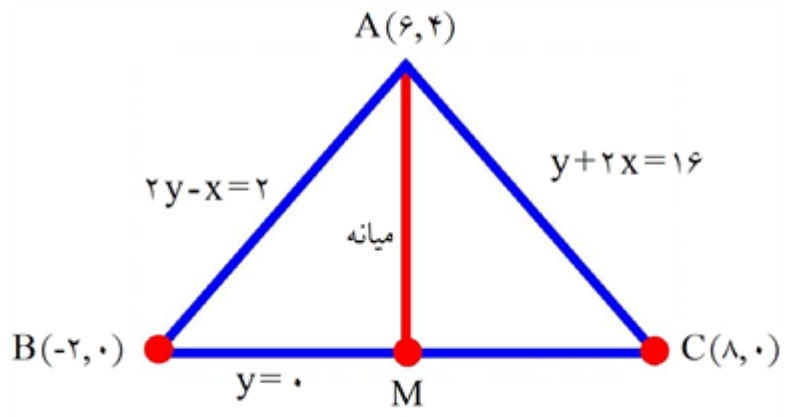
$$\frac{(\sqrt{x^4} + \sqrt{x^2} + 1)(\sqrt{x^2} - 1)}{\sqrt{x^2}} = 2\sqrt{x}$$

$$x^2 - 1 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 2$$

۳۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\begin{cases} y + 2x = 16 \\ 2y - x = 2 \end{cases}$$

$$5y = 20 \Rightarrow y = 4, x = 6 \Rightarrow A(6, 4)$$

$$M\left(\frac{8 + (-2)}{2}, 0\right) \Rightarrow M(3, 0)$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{(6 - 3)^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$$

۳۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

روش اول: معادله $x^2 + mx + m + 6 = 0$ دارای دو ریشه مثبت است بنابراین باید $P > 0$ و $S > 0$ و $\Delta > 0$ باشد:

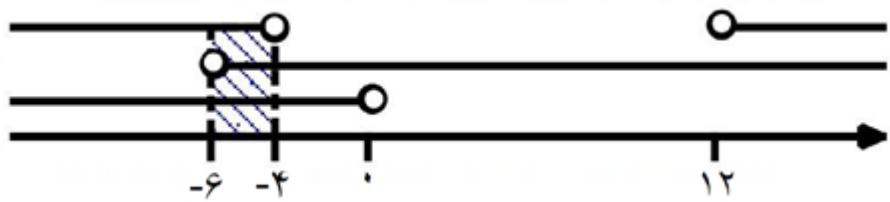
$$S = \frac{-b}{a} = -\frac{m}{1} > 0 \Rightarrow m < 0 \quad (1)$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{m + 6}{1} > 0 \Rightarrow m > -6 \quad (2)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = m^2 - 4(1)(m + 6) = m^2 - 4m - 24 > 0$$

$$\Rightarrow (m - 12)(m + 4) > 0 \Rightarrow m < -4 \text{ یا } m > 12 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2) \cap (3)} (-6, -4)$$



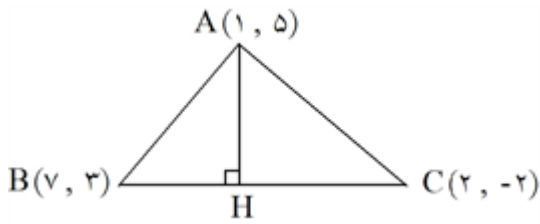
روش دوم:

$$\underbrace{m = -2: 2x^2 - 2x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta < 0}_{\text{بد}} \Rightarrow \text{گزینه های ۱ و ۳ غلط}$$

$$\underbrace{m = -3: 2x^2 - 3x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta < 0}_{\text{بد}} \Rightarrow \text{گزینه ۲ غلط}$$

$$BC \text{ شیب خط } = m = \frac{5}{5} = 1$$

$$BC \text{ معادله خط } \Rightarrow y+2 = 1(x-2) \Rightarrow y = x-4 \Rightarrow y-x+4 = 0$$



$$AH = \frac{|y-x+4|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{5-1+4}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

$$3x^2 + (2m-1)x + 2 - m = 0$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۱

$$\Delta > 0 \Rightarrow (2m-1)^2 - 12(2-m) > 0$$

m باید در این نامعادله صدق کند.

$$S = \frac{1}{P} \Rightarrow SP = 1 \Rightarrow \frac{1-2m}{3} \times \frac{2-m}{3} = 1$$

$$\frac{2m^2 - 5m + 2}{9} = 1 \Rightarrow \underbrace{2m^2 - 5m - 7}_{b = a + c} = 0 \quad \begin{cases} m = \frac{7}{2} \checkmark \\ m = -1 \times \end{cases}$$

$$(2m-1)^2 - 12(2-m) > 0 \xrightarrow{m=-1} 9 - 36 < 0 \text{ صحیح نیست}$$

پس $\frac{7}{2}$ صحیح است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۴۲

$$2a + \sqrt{2a+16} = 1 \Rightarrow \sqrt{2a+16} = 1-2a \xrightarrow{1-2a \geq 0} 2a+16 = 4a^2 - 4a + 1$$

$$\Rightarrow 4a^2 - 7a - 15 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \text{ ق ق غ} \\ a = -\frac{5}{4} \Rightarrow 4a+9 = -5+9 = 4 \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴۳

مسافت زمان سرعت

$$x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v}$$

اگر سرعت پرنده را v فرض کنیم، سرعت در جهت باد $v+5$ و در خلاف جهت باد $v-5$ خواهد بود و زمان رفت و برگشت را یکی t و دیگری t' نامگذاری می‌کنیم. بنابراین داریم:

$$t + t' = \frac{9}{60}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v+5} + \frac{1}{v-5} = \frac{9}{60} \Rightarrow \frac{2v}{v^2-25} = \frac{3}{20} \Rightarrow 40v = 3v^2 - 75 \Rightarrow 3v^2 - 40v = 75$$

$$\Rightarrow v(3v-40) = 75$$

با توجه به گزینه‌ها $v = 15$

$$2a + \sqrt{2a^2 + 4a} = 2 \Rightarrow \sqrt{2a^2 + 4a} = 2 - 2a \xrightarrow{2-2a \geq 0} 2a^2 + 4a = 9a^2 - 12a + 4$$

$$\Rightarrow 7a^2 - 16a + 4 = 0 \xrightarrow{\div 7} \frac{7}{7}a^2 - \frac{16}{7}a + \frac{4}{7} = 0$$

$$a = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 28}}{7} = \frac{8 \pm 6}{7} \left\{ \begin{array}{l} \text{غ ق ق ق } a = 2 \\ a = \frac{2}{7} \text{ ق ق } \Rightarrow \frac{a+1}{a} = 1 + \frac{1}{a} = 1 + \frac{7}{2} = 4\frac{1}{2} \end{array} \right.$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر سرعت آب رودخانه را v فرض کنیم سرعت قایق در جهت رودخانه $v + 100$ و در خلاف

آن $v - 100$ است، پس:

مسافت

سرعت

زمان

$$x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v} \xrightarrow{x = 1200} t = \frac{1200}{v}$$

$$t - t' = 5$$

$$\Rightarrow \frac{1200}{100 - v} - \frac{1200}{100 + v} = 5 \Rightarrow 1200 \left(\frac{100 + v - 100 + v}{(100)^2 - v^2} \right) = 5 \Rightarrow 2400v = 5(100)^2 - 5v^2$$

$$\Rightarrow 480v = (100)^2 - v^2 \Rightarrow v^2 + 480v = (100)^2 \Rightarrow v(v + 480) = (100)^2 \Rightarrow v = 20$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2x^2 - 3x + 6 = 5x + a$$

$$2x^2 - 8x + 6 - a = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow 64 - 4(2)(6 - a) = 0$$

$$64 - 48 + 8a = 0 \Rightarrow a = -2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای آنکه دو ریشه‌ی حقیقی مثبت باشد باید $\Delta > 0$ و همچنین جمع ریشه‌ها و ضرب

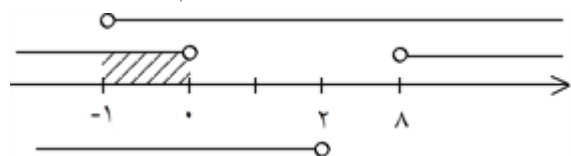
ریشه‌ها مثبت باشد. ($S > 0$ و $P > 0$)

$$\Delta > 0 \Rightarrow (m - 2)^2 - 4(1)(m + 1) > 0 \Rightarrow m^2 + 4 - 4m - 4m - 4 > 0 \Rightarrow m^2 - 8m > 0$$

$$m(m - 8) > 0 \Rightarrow m < 0 \cup m > 8$$

$$S > 0 \Rightarrow \frac{-(m - 2)}{1} > 0 \Rightarrow m - 2 < 0 \Rightarrow m < 2$$

$$p > 0 \Rightarrow \frac{m + 1}{1} > 0 \Rightarrow m + 1 > 0 \Rightarrow m > -1$$



$$m \in (-1, 0)$$

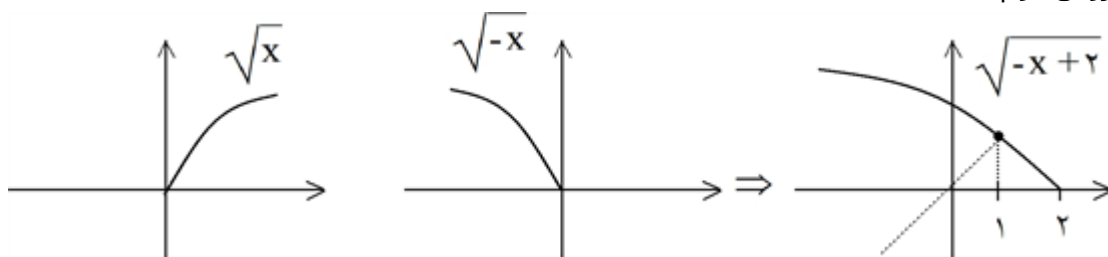
$$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f(-x) = \sqrt{-x} \xrightarrow{\text{انتقال}} f(2-x) = \sqrt{-x+2}$$

$$y = x \text{ محل برخورد با } \sqrt{-x+2} = x \Rightarrow x^2 = -x+2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+2) = 0 \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$$

$$x=1 \Rightarrow \sqrt{-1+2} = 1 \checkmark \quad x=-2 \Rightarrow \sqrt{-(-2)+2} = -2 \times$$

روش دوم:



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مطابق شکل فاصله نقطه A از ضلع مربع برابر نصف طول ضلع است و می‌دانیم فاصله

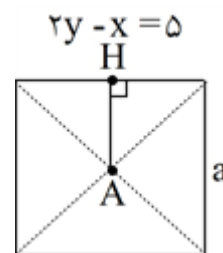
$$\text{نقطه } A(x_0, y_0) \text{ از خط } ax + by + c = 0 \text{ از رابطه } AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ به دست می‌آید.}$$

$$A(3, -1)$$

$$2y - x = 5 \Rightarrow x - 2y + 5 = 0$$

$$AH = \frac{|3 + 2 + 5|}{\sqrt{1+4}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{a}{2} = 2\sqrt{5} \Rightarrow a = 4\sqrt{5} \Rightarrow S = a^2 = (4\sqrt{5})^2 = 80$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای تعیین فاصله دو خط موازی $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c' = 0$ کافی است

$$\text{از فرمول } D = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ استفاده کنیم. داریم:}$$

$$\begin{cases} y = x\sqrt{3} + 2 \Rightarrow \sqrt{3}y - 3x - 2\sqrt{3} = 0 \\ \sqrt{3}y - 3x + 6 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow D = \frac{|6 - (-2\sqrt{3})|}{\sqrt{(-3)^2 + (\sqrt{3})^2}} = \frac{6 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = \frac{\cancel{2}(3 + \sqrt{3})}{\cancel{2}\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 1$$

$$3x - 2 + \sqrt{4x - 3} = 0 \Rightarrow \sqrt{4x - 3} = 2 - 3x \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم}} 4x - 3 = (2 - 3x)^2$$

$$\Rightarrow 4x - 3 = 4 - 12x + 9x^2 \Rightarrow 9x^2 - 16x + 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{7}{9} \end{cases}$$

در حل معادلات رادیکالی باید جواب‌های به دست آمده را در معادله‌ی اولیه قرار داده و بررسی کنیم که آیا در معادله

$$x = 1 \Rightarrow 3 - 2 + \sqrt{1} \neq 0 \Rightarrow x = 1 \text{ غیر قابل قبول است} \quad \text{صدق می‌کنند:}$$

$$x = \frac{7}{9} \Rightarrow 3\left(\frac{7}{9}\right) - 2 + \sqrt{4\left(\frac{7}{9}\right) - 3} = \frac{7}{3} - 2 + \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \neq 0 \Rightarrow x = \frac{7}{9} \text{ غیر قابل قبول است}$$

بنابراین این معادله هیچ جواب حقیقی ندارد.

روش دوم:

$$3x - 2 + \sqrt{4x - 3} = 0 \Rightarrow \sqrt{4x - 3} = 2 - 3x \Rightarrow \begin{cases} 4x - 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{3}{4} \\ 2 - 3x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{2}{3} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x \in \emptyset$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر جواب‌های معادله‌ی $3x^2 + ax + b = 0$ را با X و جواب‌های معادله‌ی معلوم

$$3x^2 - 4x - 1 = 0 \text{ را با } x \text{ نمایش دهیم، داریم:}$$

$$X = x + 1 \Rightarrow x = X - 1 \xrightarrow{\text{جایگذاری در معادله ی معلوم}} 3(X - 1)^2 - 4(X - 1) - 1 = 0 \Rightarrow 3X^2 - 10X + 6 = 0$$

حال از آنجا که جواب‌های معادلات $3x^2 - 10x + 6 = 0$ و $3x^2 + ax + b = 0$ یکسان‌اند، نتیجه می‌گیریم $a = -10$ و $b = 6$ می‌باشد.

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. برای این‌که نقاط $(a, 3)$ و $(6, 4a + 1)$ و مبدأ مختصات در یک راستا باشند، باید شیب

خط واصل دوجه‌دوی این نقاط یکسان باشد. داریم:

$$A(a, 3), B(6, 4a + 1), O(0, 0)$$

$$\begin{cases} m_{OA} = \frac{3}{a} \\ m_{OB} = \frac{4a+1}{6} \end{cases} \Rightarrow m_{OA} = m_{OB} \Rightarrow \frac{3}{a} = \frac{4a+1}{6} \Rightarrow 4a^2 + a = 18 \Rightarrow$$

$$4a^2 + a - 18 = 0 \xrightarrow{\Delta=289} a = \frac{-1 \pm 17}{8} = 2, \frac{-9}{4}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. اگر جواب‌های معادله‌ی $2x^2 + ax + 9 = 0$ را α و β بنامیم، داریم $\beta = 2\alpha$. از طرفی

می‌دانیم:

$$P = \frac{c}{a} = \frac{9}{2} \xrightarrow{P=\alpha\beta} \alpha\beta = \frac{9}{2} \xrightarrow{\beta=2\alpha} \alpha(2\alpha) = \frac{9}{2} \Rightarrow 2\alpha^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow \alpha^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \alpha = \pm \frac{3}{2}$$

با توجه به آن‌که در صورت تست گفته شده «مجموع دو جواب مثبت»، پس $\alpha = \frac{3}{2}$ قابل قبول است و داریم:

$$\alpha = \frac{3}{2} \Rightarrow \beta = 2\alpha = 3 \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{3}{2} + 3 = \frac{4}{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. رأس داده شده مربوط به مثلث قائم‌الزاویه است زیرا:

$$\begin{cases} m_{AC} = \frac{2}{3} \\ m_{BC} = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} AC \cdot BC \xrightarrow[BC = \sqrt{2+9} = \sqrt{13}]{AC = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}} S = \frac{\sqrt{13} \times \sqrt{13}}{2} = 6/5$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر دو ریشه‌ی حقیقی معادله‌ی $mx^2 + 3x + m^2 - 2 = 0$ معکوس یکدیگر باشد

$$x' = \frac{1}{x''} \Rightarrow x'x'' = 1 \Rightarrow \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow \frac{m^2 - 2}{m} = 1 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases} \text{ داریم}$$

دقت شود باید ریشه‌ها حقیقی باشند. پس گزینه‌ای درست است که باعث شود $\Delta \geq 0$ باشد $m = 2$ را در معادله

$$m = 2 \Rightarrow 2x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 - 16 < 0 \Rightarrow m = -1 \text{ امتحان می‌کنیم:}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون شیب و خط $2y + x = 6$ و $2x - y = 7$ عکس و قرینه‌ی یکدیگر می‌باشند، دو ضلع داده شده مجاور هم می‌باشند. از طرفی مختصات نقطه‌ی A در هیچ‌یک از دو خط صدق نمی‌کند پس رأس A مقابل به دو ضلع واقع شده است به صورت روبه‌رو:

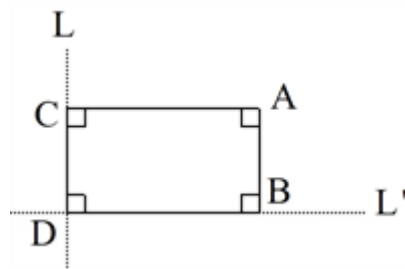
کافی است فاصله‌ی نقطه‌ی A را از هریک از دو ضلع به‌دست آورده تا طول و عرض مستطیل به‌دست آید و از آن‌جا مساحت را تعیین کنیم. فاصله‌ی نقطه‌ی $A(x, y)$ از خط $ax + by + c = 0$ از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$AH = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$x + 2y - 6 = 0 \Rightarrow AH = \frac{|8 + 10 - 6|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

$$2x - y - 7 = 0 \Rightarrow AH' = \frac{|16 - 5 - 7|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$A = AH \cdot AH' = \frac{12}{\sqrt{5}} \times \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{48}{5} = 9/6$$



پاسخنامه کلیدی

| | | | | |
|----|---|---|---|---|
| ۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

| | | | | |
|----|---|---|---|---|
| ۳۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

