

۱) برد تابع $y = f(x)$ و $y = kf(x)$ برابر $[b, c]$ است. اگر $k = a^2 - 3a + 3$ باشد، حاصل ضرب مقادیر a کدام است؟

۴) -۳

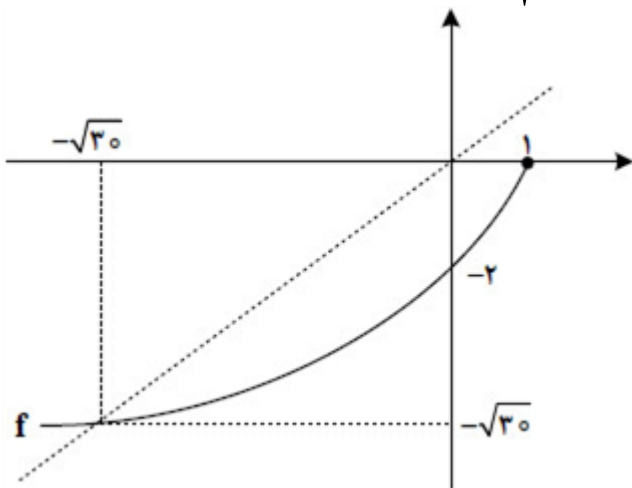
۳) ۳

۲) -۲

۱) ۲

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲) شکل مقابل، نمودار تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f(x)}{-x + f^{-1}(x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



۴) ۵

۳) ۴

۲) بیش از ۷

۱) ۷

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۳) دامنه تابع $y = f(x)$ و $y = f(kx)$ برابر $[b, c]$ است. اگر $k = 2a^2 - a - 5$ باشد، حاصل ضرب مقادیر a کدام است؟

۴) ۲/۵

۳) -۲/۵

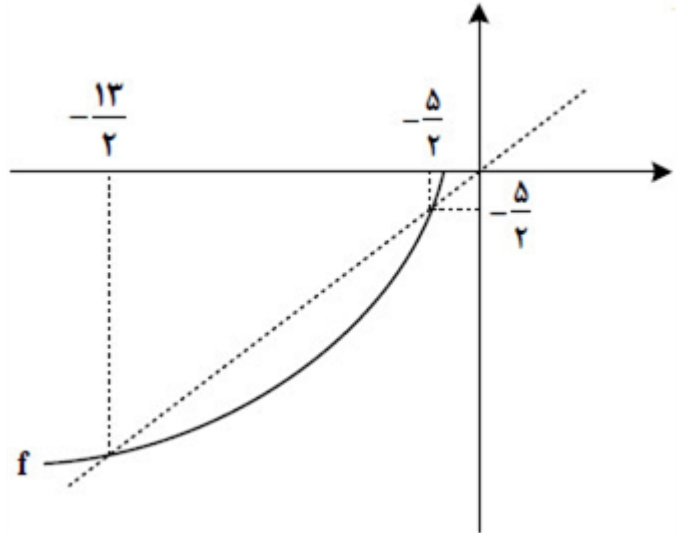
۲) ۳

۱) -۳

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۳



۴ شکل زیر، نمودار تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f^{-1}(x)}{x - f^{-1}(x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



۵ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۵ اگر $y = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}, x \geq 0$ ضابطه تابع وارون $y = ax + a\sqrt{x}$ باشد، مقدار a کدام است؟

۹ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۶ تابع $y = (x-1)|x|$ در بازه (a, b) اکیداً نزولی است. مقدار $a+b$ کدام است؟

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۷ اگر $f = \left\{ \left(\frac{1}{9}, -1 \right), \left(\frac{1}{3}, 1 \right), \left(-\frac{1}{4}, 3 \right), \left(\frac{1}{4}, -3 \right) \right\}$ و $g(x) = -|x|\sqrt{x}$ و $\text{fog}^{-1}(a) = -3$ باشد، مقدار a کدام است؟

$\frac{1}{8}$ (۴)

$-\frac{1}{8}$ (۳)

$\frac{1}{9}$ (۲)

$-\frac{1}{9}$ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۸ مقدار غیرصفر حد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{b\sqrt{2-\sqrt{x}}-b}{ax+b}$ کدام است؟

$\frac{1}{6}$ (۴)

$-\frac{1}{6}$ (۳)

$-\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۹ تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{2}{3} & 2x - 5 \geq 0 \\ -2x^2 + ax - 21 & 2x - 5 < 0 \end{cases}$ روی دامنه تعریف خود، وارون‌پذیر است. اگر f^{-1} وارون تابع f

به ازای بزرگ‌ترین مقدار صحیح a باشد، مقدار $f^{-1}(-3)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

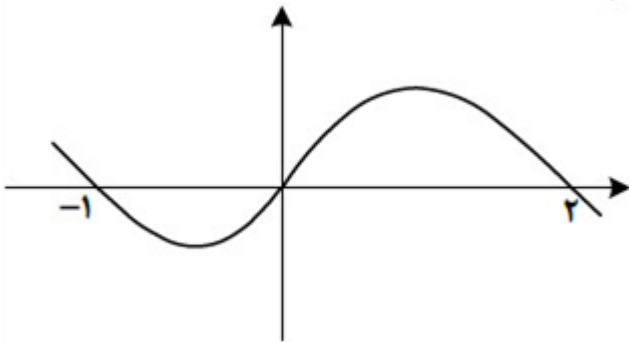
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۰ اگر $f(x) = \left(\left(\frac{1}{2} \right)^x + \text{Log}_{\frac{x}{5}} \right)^2$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $f(x) < (f \circ f)(x)$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\left(0, \frac{1}{8} \right)$ ۲ (۲) $(1, +\infty)$ ۳ (۳) $\left(\frac{1}{8}, +\infty \right)$ ۴ (۴) $(0, 1)$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۱ شکل مقابل، نمودار $f(x - 2)$ را نشان می‌دهد. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{\frac{f(1-x)}{f(x+1)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



- ۱ (۱) ۴ ۲ (۲) ۲ ۳ (۳) صفر ۴ (۴) بیش از ۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۲ اگر $f(x) = x + [x]$ و $g(x) = f([x - f(x)])$ باشد، $\text{fog}\left(-\frac{1}{3}\right)$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۲ ۲ (۲) ۲ ۳ (۳) -۴ ۴ (۴) ۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۳ مقدار غیرصفر حد $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{b\sqrt{2 + \sqrt{x}} - 2b}{ax - b}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{12}$ ۲ (۲) $\frac{1}{6}$ ۳ (۳) $\frac{1}{48}$ ۴ (۴) $\frac{1}{24}$

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۴ تابع $f(x) = \begin{cases} 2 - 3x & 2x + 3 \leq 0 \\ 2 + 2mx - x^2 & 2x + 3 > 0 \end{cases}$ روی دامنه تعریف خود، وارون‌پذیر است. اگر f^{-1} وارون تابع f به

ازای مقدار صحیح m باشد، مقدار $f^{-1}(-19)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۳ ۲ (۲) ۲ ۳ (۳) ۱ ۴ (۴) صفر

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۵ اگر $f(x) = 2[x] - x$ و $g(x) = f([x + f(x)])$ باشد، $\text{gof}\left(-\frac{5}{3}\right)$ کدام است؟

- ۴ (۱) -۴ (۲) -۶ (۳) ۶ (۴)

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۶ اگر $f(x) = (x + \text{Log } x)^5$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $(\text{fof})(x) < f(x^5)$ کدام است؟

- (۰, ۵) (۱) (۰, ۱) (۲) (۵, +∞) (۳) (۱, +∞) (۴)

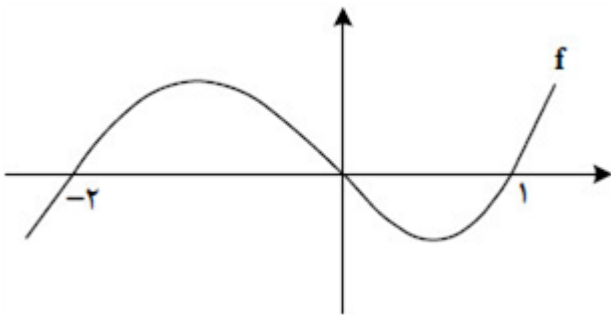
سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۷ در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}$ مقدار $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ کدام است؟

- $\text{Log } \frac{1}{\sqrt{3}}$ (۴) $\text{Log } \sqrt{\frac{3}{2}}$ (۳) $\text{Log } \frac{3}{2}$ (۲) $\text{Log } \frac{1}{2}$ (۱)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۸ نمودار مقابل، تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{-\frac{f(x)}{f(2+x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



- ۵ (۴) ۴ (۳) ۶ (۲) ۳ (۱)

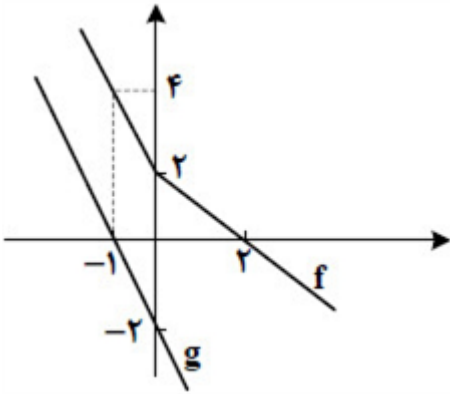
سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۹ اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$ باشد، حاصل $g\left(-\frac{3}{7}\right) + g\left(\frac{5}{9}\right)$ کدام است؟

- $-\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{11}{28}$ (۳) $\frac{19}{20}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۲۰ با توجه به نمودارهای f و g در شکل مقابل، حاصل $g \circ f^{-1}(-2) + f \circ g(-2)$ چقدر است؟



۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

۱۴ (۲)

۱۶ (۱)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۲۱ اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = 1 + x - 2\sqrt{x}$, $x \geq 1$ باشد، $(g \circ g)(1)$ کدام است؟

صفر (۴)

۹ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۲۲ تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{(2x+5)^2} - \sqrt{(5x-2)^2}$ در یک بازه نزولی است. ضابطه f^{-1} در این بازه، کدام است؟

$$f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}, x \geq \frac{2}{5} \quad (۲)$$

$$f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}, x \leq \frac{29}{5} \quad (۱)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x - \frac{7}{3}, x \geq \frac{2}{5} \quad (۴)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x - \frac{7}{3}, x \leq \frac{29}{5} \quad (۳)$$

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۲۳ تابع $f(x) = mx^2 - nx - k$ در هر بازه، هم صعودی و هم نزولی است. اگر مجموعه زیر، تابع $f(\sqrt{5})$ مقدار $\{ (m, n-1), (0, k), (n-1, m^2 + 2m - 1), (3k+2, 2k+1) \}$ کدام است؟

$\sqrt{5}$ (۴)

۱ (۳)

$-\sqrt{5}$ (۲)

-۱ (۱)

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۲۴ تابع f روی R اکیداً نزولی است. اگر $f(3) = 0$ باشد، دامنه $g(x) = \sqrt{x^2 f(x)}$ شامل چند عدد صحیح نامنفی است؟

۴ (۴)

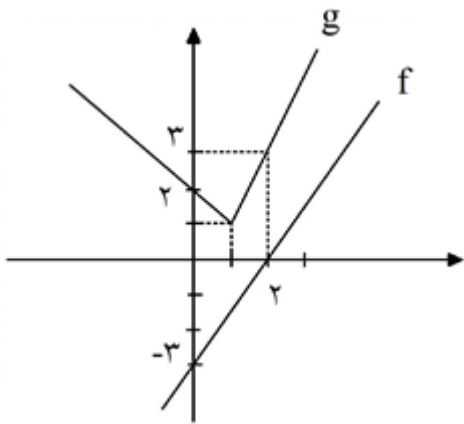
۳ (۳)

۲ (۲)

صفر (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

با توجه به نمودارهای f و g در شکل مقابل، حاصل $g \circ f^{-1}(-2) \times g \circ g(0)$ کدام است؟



۴ -۶

۳ -۴

۲ ۴

۱ ۶

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۶ وارون تابع $y = -3x^2 + 2x - 11$ از کدام نقطه عبور می‌کند؟

۴ (-۱۲, -۱)

۳ (-۱, ۱۰)

۲ (۲, -۳۱)

۱ (۹, -۲)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۷ نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ را در امتداد محور x ها، ۱ واحد در جهت مثبت و سپس قرینه آن نسبت به محور x ها را در امتداد محور y ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه‌های برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

۴ $\frac{\sqrt{10}}{2}$

۳ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

۲ $\frac{\sqrt{5}}{2}$

۱ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۸ اگر $g \circ f(x) = 5x^2 + 11$ و $f(x) = 2x$ باشد، کمترین مقدار $g(x - 7)$ چقدر است؟

۴ ۱۱

۳ ۹

۲ ۷

۱ ۳

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

۲۹ وارون تابع $y = x^2 - x + 1$ از کدام نقطه عبور می‌کند؟

۴ $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{11}{8}\right)$

۳ (۱, ۲)

۲ $\left(\frac{5}{8}, \frac{1}{2}\right)$

۱ (-۱, -۲)

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

۳۰ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 4x - x^2$ را در امتداد محور x ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات کدام است؟

۴ $\sqrt{10}$

۳ $2\sqrt{5}$

۲ ۲

۱ ۱

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

۳۱ فرض کنید $f(x) = x(1 - x^2)$ و $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$. تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $g \circ f$ ، کدام است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۳۲ فرض کنید M نقطه‌ی تلاقی منحنی $y = \sqrt{x+3} - 1$ با تابع وارون خود باشد. فاصله‌ی نقطه‌ی M از مبدأ مختصات، کدام است؟

- ۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) ۳ ۴) $2\sqrt{2}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۳۳ تابع $y = 2^{x+|x|}$ را ۳ واحد در امتداد محور x ها در جهت منفی و سپس در امتداد محور y ها ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. منحنی حاصل، محور x ها را با کدام طول، قطع می‌کند؟

- ۱) $-\frac{5}{2}$ ۲) $-\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) $\frac{7}{2}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۳۴ گزینه‌ی نمودار تابع $y = 2 + \sqrt{x-1}$ را نسبت به خط $y = x$ رسم کرده و سپس نمودار حاصل را ۲ واحد در جهت مثبت محور x ها و ۳ واحد در جهت منفی محور y ها انتقال می‌دهیم و آن را $y = g(x)$ می‌نامیم. مقدار $g(4)$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) -۳ ۳) -۲ ۴) -۴

سراسری - تجربی - ۱۴۰۰

۳۵ فرض کنید $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ و $f(x) = 1 - x^2$. تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $g \circ f$ ، کدام است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

سراسری - تجربی - ۱۴۰۰

۳۶ نمودار تابع $y = 2^{|\sin x|}$ را ابتدا به اندازه‌ی $\frac{\pi}{4}$ در امتداد محور x ها در جهت مثبت و سپس $\frac{3}{4}$ در امتداد محور y ها در جهت منفی انتقال می‌دهیم. تعداد محل تقاطع نمودار حاصل با محور x ها در فاصله‌ی $[0, \pi]$ ، کدام است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

سراسری - تجربی - ۱۴۰۰

۳۷ تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = x - \frac{1}{2x}$ بر دامنه‌ی $(0, +\infty)$ مفروض است. نمودار تابع f^{-1} نیمساز ناحیه‌ی دوم را با کدام طول قطع می‌کند؟

- ۱) $-\frac{3}{2}$ ۲) $-\frac{3}{4}$ ۳) -۱ ۴) $-\frac{1}{2}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۳۸ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2}$ را در نظر بگیرید. $f^{-1}(2)$ کدام است؟

- ۱ $\text{Log}_2(-1 + \sqrt{5})$
 ۲ $\text{Log}_2(1 + \sqrt{5})$
 ۳ $\text{Log}_2(2 + \sqrt{5})$
 ۴ $\text{Log}_2(3 + \sqrt{5})$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۳۹ اگر $f(x) = [x] - x$ و $g(x) = \frac{1-2x}{x+1}$ باشند، برد تابع $g \circ f$ کدام است؟

- ۱ $(-1, 1)$
 ۲ $(-1, 1]$
 ۳ $[1, +\infty)$
 ۴ $(-\infty, 1]$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۴۰ فرض کنید $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + 2\sqrt{x}$ باشد. حاصل $g(3) + g(15)$ کدام است؟

- ۱ ۱۲
 ۲ ۱۱
 ۳ ۱۰
 ۴ ۸

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۴۱ نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 - 2x; (x > 1)$ مفروض است. قرینه‌ی نمودار آن نسبت به محور x ها را، 16 واحد در امتداد محور y ها در جهت مثبت انتقال می‌دهیم. فاصله‌ی نقطه‌ی برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

- ۱ $4\sqrt{5}$
 ۲
 ۳
 ۴

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۴۲ در بازه‌ی (a, b) ، نمودار تابع $y = (x-1)^2$ بالاتر از نمودار تابع $y = 4x^4$ است. بیش‌ترین مقدار $b - a$ ، کدام است؟

- ۱ ۱
 ۲ $\frac{3}{2}$
 ۳ ۲
 ۴ $\frac{5}{2}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۴۳ تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = x - \frac{2}{x}$ در دامنه‌ی $D_f = (-\infty, 0)$ را در نظر بگیرید. نمودار تابع f^{-1} نیمساز ناحیه‌ی چهارم را با کدام طول، قطع می‌کند؟

- ۱ $\frac{3}{4}$
 ۲ ۱
 ۳ $\frac{3}{2}$
 ۴ ۲

سراسری - تجربی - ۹۹

۴۴ فرض کنید در دامنه‌ی $[0, +\infty)$ ، تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2}$ مفروض باشد. $f^{-1}(2)$ کدام است؟

- ۱ $\text{Log}_2(2 - \sqrt{3})$
 ۲ $\text{Log}_2(\sqrt{3} - 1)$
 ۳ $\text{Log}_2(1 + \sqrt{3})$
 ۴ $\text{Log}_2(2 + \sqrt{3})$

سراسری - تجربی - ۹۹

۴۵ اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، مقدار $g(۱۲) + g(۶)$ کدام است؟

۱۴

۱۳

۱۱

۱۰

سراسری-تجربی-۹۹

۴۶ اگر $f(x) = ۲x - [۲x]$ و $g(x) = -x^۲ + ۴x$ باشند، برد تابع $g \circ f$ کدام است؟

$(۱, ۴)$

$(۰, ۴)$

$(۰, ۳)$

$(۰, ۲)$

سراسری-تجربی-۹۹

۴۷ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = |x + ۱| - |x - ۲|$ در کدام بازه، اکیداً صعودی است؟

$(۲, +\infty)$

$(-۱, ۲)$

$(-۱, +\infty)$

$(-\infty, ۲)$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴۸ اگر $f(x) = \frac{۲}{۵}x - ۴$ و $g(x) = x^۲ + x$ باشند، مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(۸)$ کدام است؟

۳

$\frac{۲}{۵}$

۲

$\frac{۱}{۵}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴۹ اگر $f(x) = x^۲ - ۲x - ۳$; $x \geq ۱$ باشد، نمودارهای دو تابع f^{-1} و $g(x) = \frac{x-۹}{۲}$ با کدام طول، متقاطع هستند؟

۲۱

۱۸

۱۵

۱۲

سراسری-تجربی-۹۸

۵۰ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = |x + ۲| + |x - ۱|$ در کدام بازه، اکیداً نزولی است؟

$(-\infty, -۲)$

سراسری-تجربی-۹۸

۵۱ قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y ها تعیین کرده، سپس ۲ واحد به طرف x های مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار حاصل، نیم‌ساز ناحیه‌ی اول و سوم را با کدام طول قطع می‌کند؟

$\frac{۱}{۵}$

۱

$\frac{۰}{۵}$

-۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۲ نمودار تابع $f(x) = \frac{x+۴}{x-۲}$ ، با دامنه‌ی $R - \{۲\}$ ، نمودار وارون خود را با کدام طول قطع می‌کند؟

$۱, ۴$

$۱, -۴$

$-۱, ۴$

$-۱, -۴$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۳ دو تابع $f = \{(۵, ۲), (۷, ۳), (۴, ۱), (۳, ۶), (۹, ۱)\}$ و $g(x) = \sqrt{۵x+۹}$ مفروض‌اند.

اگر $(g^{-1} \circ f^{-1})(a) = ۸$ باشد، a کدام است؟

۷

۶

۳

۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۴ اگر $f(x) = \frac{2x+3}{2-x}$ و $g(x) = \frac{1-3x}{x+2}$ باشند، ضابطه‌ی تابع $g(f(x))$ کدام است؟

- ۱ x ۲ $-x$ ۳ $-x-1$ ۴ $x+1$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۵ اگر $g(x) = 2x+1$ و $(f \circ g)(x) = 8x^2 + 6x + 5$ باشند، تابع $f(x)$ برابر کدام است؟

- ۱ $2x^2 + 3x + 1$ ۲ $2x^2 - 2x + 3$ ۳ $2x^2 - x + 4$ ۴ $2x^2 + x + 3$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۶ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = |x^3|$ با دامنه‌ی R ، چگونه است؟

- ۱ نزولی ۲ صعودی ۳ وارون‌ناپذیر ۴ یک‌به‌یک

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۷ تابع با ضابطه‌ی $f(x) = |2x-6| - |x+1|$ ، در یک بازه، صعودی است. ضابطه‌ی معکوس آن، در این بازه، کدام است؟

- ۱ $-x+7; x > 8$ ۲ $\frac{1}{3}x+2; x > 3$
 ۳ $x+7; x > -4$ ۴ $\frac{1}{2}x-1; -4 < x < 8$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۸ اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{-x^2+x+2}}$ و $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ باشند. دامنه‌ی تابع $f \circ g$ ، کدام است؟

- ۱ $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$ ۲ $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ ۳ $(-2, 0)$ ۴ $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$

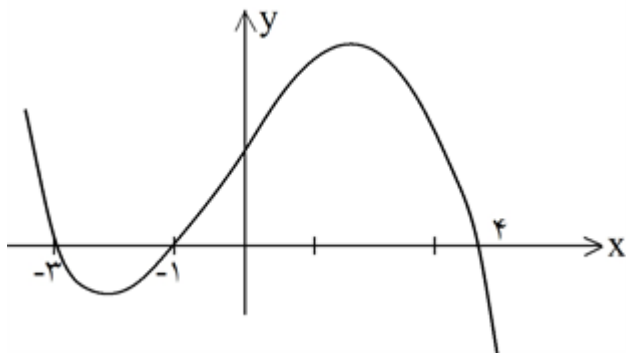
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵۹ به‌ازای کدام مقدار m نمودار تابع $y = 2x^2 + (m+1)x + m+6$ بر نیم‌ساز نایچه‌ی اول محورهای مختصات، مماس است؟

- ۱ -4 ۲ $-12, 4$ ۳ $12, -4$ ۴ 12

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = f(x - 2)$ است. دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $\sqrt{xf(x)}$ ، کدام است؟



- ۱ $[-1, 1] \cup [0, 6]$
 ۲ $[-3, 1] \cup [0, 2]$
 ۳ $[-5, -3] \cup [-1, 2]$
 ۴ $[-5, -3] \cup [0, 2]$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۶۱ اگر $f(x) = \sqrt{x + |x|}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2 - 4x}$ دامنه‌ی تابع $g \circ f$ کدام است؟

- ۱ $(0, 8) \cup (8, +\infty)$
 ۲ $R - \{0, 8\}$
 ۳ $R - \{0\}$
 ۴ $(0, +\infty)$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۶۲ اگر $f(x) = [x]$ مجموعه‌ی مقادیر $f(x - f(x))$ کدام است؟

- ۱ $\{0\}$
 ۲ $\{1\}$
 ۳ $\{0, 1\}$
 ۴ $\{-1, 0, 1\}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۶۳ اگر $f(x) = 2x^2 + 4$ و $f(g(x)) = 4x^2 + 6x$ مقدار $g(-2)$ کدام است؟

- ۱ ۰
 ۲ ۱
 ۳ -۱
 ۴ ۲

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۶۴ ضابطه‌ی معکوس تابع $y = \begin{cases} \frac{|x|}{x} \sqrt{|x|} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$ ، به کدام صورت است؟

- ۱ $y = x\sqrt{|x|} ; x \in R$
 ۲ $y = x\sqrt{|x|} ; x \in R - \{0\}$
 ۳ $y = x|x| ; x \in R - \{0\}$
 ۴ $y = x|x| ; x \in R$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۶۵ اگر توابع f و g به عنوان ماشین به صورت $x \xrightarrow{f} \xrightarrow{g} 2x$ باشد و $g(x) = 3x + 4$ ، مقدار $f(5)$ کدام است؟

- ۱ ۱
 ۲ ۲
 ۳ ۳
 ۴ ۴

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۶۶ اگر $f(x) = x^2 + x - 2$ و $g(x) = \frac{1}{x}(x - 3)$ ، مجموعه طول نقاط از منحنی تابع $f \circ g$ که در زیر محور x ها قرار گیرند، برابر کدام بازه است؟

- ۱ $(-5, 1)$
 ۲ $(-1, 5)$
 ۳ $(-2, 1)$
 ۴ $(1, 5)$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۶۷ در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 - 2[x]$ مقدار $f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}} f(\sqrt{3})\right)$ کدام است؟

۲/۷۵ (۴)

۲/۵ (۳)

۲/۲۵ (۲)

۱/۷۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۶۸ اگر $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ضابطه تابع $f(x^2) - 2f(x) + 1$ کدام است؟

$\frac{2x-1}{x^2-1}$ (۴)

$\frac{2x+1}{1-x^2}$ (۳)

$\frac{2x}{x^2-1}$ (۲)

$\frac{1}{1-x^2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۶۹ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = ax^2 + bx + c$ محور xها را در نقطه‌ای به طول یک و محور yها را در نقطه‌ای به عرض -۶ قطع کرده و از نقطه $(-2, -6)$ می‌گذرد، $f(-1)$ کدام است؟

-۴ (۴)

-۵ (۳)

-۷ (۲)

-۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

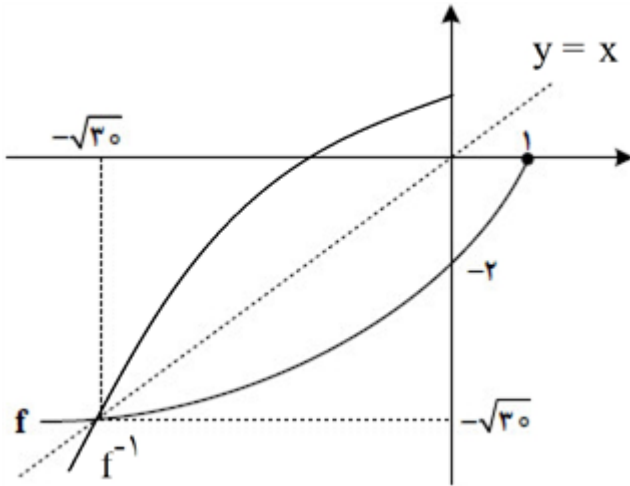
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از آنجا که برد دو تابع برابر است پس ضریب پشت $f(x)$ در هر دو تابع برابر است

$$k = 1$$

یعنی:

$$1 = a^2 - 3a + 3 \Rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \Rightarrow p = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\sqrt{\frac{\ominus}{-x + f^{-1}(x)}} \geq 0 \Rightarrow -x + f^{-1}(x) < 0$$

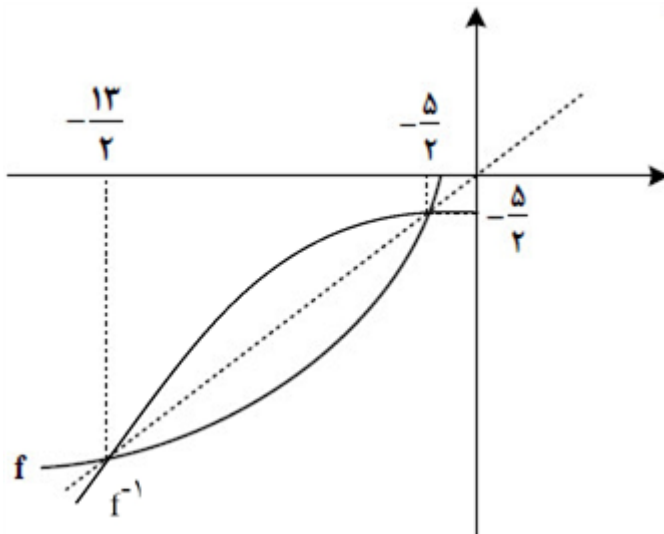
$$\Rightarrow f^{-1}(x) < x \Rightarrow x < -\sqrt{30} \Rightarrow \text{بیش از ۷}$$

$$K = 1 \Rightarrow 2a^2 - a - 5 = 1 \Rightarrow 2a^2 - a - 6 = 0$$

$$\text{حاصلضرب مقادیر } a = -\frac{6}{2} = -3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\frac{f^{-1}(x)}{x - f^{-1}(x)} \geq 0 \xrightarrow{f^{-1}(x) < 0} x - f^{-1}(x) < 0$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) > x \Rightarrow x \in \left(-\frac{13}{2}, -\frac{5}{2}\right)$$

$$\Rightarrow -6, -5, -4, -3$$

$$f(x) = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2} \xrightarrow{x=3} f(3) = \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{4} \Rightarrow f^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = 3 \Rightarrow \frac{a}{4} + \frac{a}{2} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{3a}{4} = 3 \Rightarrow a = 4$$

تذکر: در اصل سؤال، شرط $x \geq 0$ نبود که در این صورت تابع وارون‌پذیر نمی‌باشد و منظور طراح، بخشی از تابع است که وارون‌پذیر است. در کل داریم:

$$f(x) = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}, x \geq 0 \Rightarrow f^{-1}(x) = 4x + 4\sqrt{x}, x \geq 0$$

$$f(x) = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}, -1 \leq x \leq 0 \Rightarrow f^{-1}(x) = 4x - 4\sqrt{x}, 0 \leq x \leq \frac{1}{4}$$

$$f(x) = (x-1)|x| = \begin{cases} x(x-1) & x \geq 0 \\ x(1-x) & x < 0 \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f'(x) = \begin{cases} 2x-1 & x > 0 \\ 1-2x & x < 0 \end{cases}$$

$$a+b = \frac{1}{2} \leftarrow a=0, b=\frac{1}{2}$$

تابع f در بازه $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ اکیداً نزولی است. بنابراین:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} f \circ g^{-1}(a) = -3 \Rightarrow f(g^{-1}(a)) = -3 \\ f\left(\frac{1}{4}\right) = -3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow g^{-1}(a) = \frac{1}{4} \Rightarrow g\left(\frac{1}{4}\right) = a = -\frac{1}{8}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون حد صورت صفر است پس حد مخرج نیز باید صفر باشد.

$$a+b=0 \Rightarrow a=-b \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{b(\sqrt{2-\sqrt{x}}-1)}{-bx+b} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-\sqrt{x}}-1}{1-x} \xrightarrow{\sqrt{x}=t}$$

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-t}-1}{1-t^2} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\cancel{1-t}}{(\cancel{1-t})(1+t)}(\sqrt{2-t}+1)}{3 \times 2} = \frac{1}{6}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \\ -2x^2 + ax - 21 \end{cases} \quad \begin{aligned} x \geq \frac{5}{2} &\Rightarrow \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \geq -\frac{1}{4} \Rightarrow y \geq -\frac{1}{4} \\ x < \frac{5}{2} &\Rightarrow y < g\left(\frac{5}{2}\right) \Rightarrow y < \frac{5}{2}a - \frac{67}{2} \end{aligned}$$

$g(x)$

ابتدا خود سهمی در فاصله $\left(-\infty, \frac{5}{2}\right)$ باید وارون‌پذیر باشد پس:

$$\frac{5}{2} \leq x_s \Rightarrow \frac{5}{2} \leq \frac{-a}{-4} \Rightarrow a \geq 10$$

از طرفی برد هر دو ضابطه نباید اشتراکی داشته باشند. بنابراین:

$$\frac{5}{2}a - \frac{67}{2} \leq -\frac{1}{4} \Rightarrow 10a - 134 \leq -1$$

$$10a \leq 133 \Rightarrow a \leq 13\frac{1}{2}$$

$$10 \leq a \leq 13\frac{1}{2}$$

شرط وارون‌پذیر تابع f:

پس بزرگترین مقدار صحیح $a = 13$

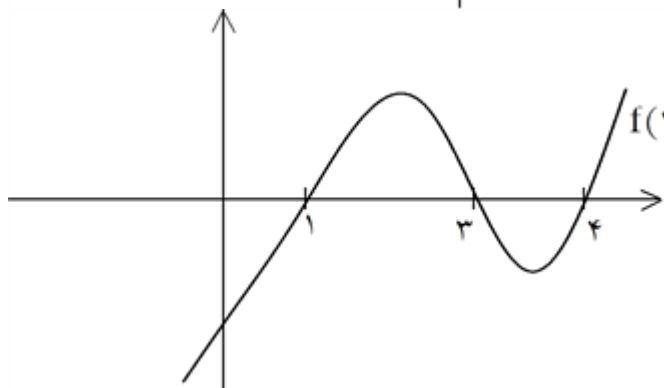
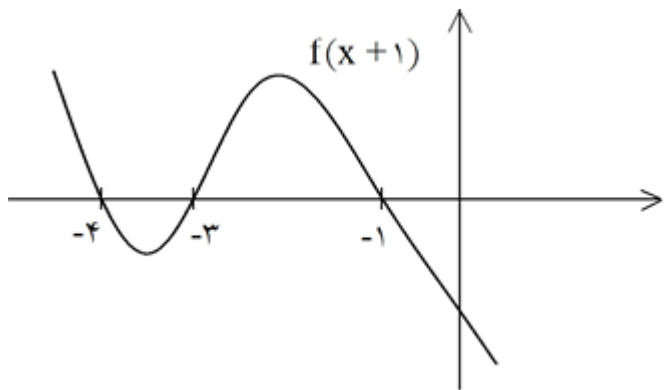
$$f^{-1}(-3): -2x^2 + 13x - 21 = -3 \Rightarrow 2x^2 - 13x + 18 = 0$$

$$\begin{cases} x = 2 \checkmark \\ \text{یا} \\ x = \frac{9}{2} \text{ غ ق ق} \end{cases} \quad \text{چون } x < \frac{5}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. f تابعی اکیداً نزولی است.

$$\begin{aligned} f(f(x)) < f\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}\right) &\Rightarrow f(x) > \left(\left(\frac{1}{2}\right)^x\right)^2 \Rightarrow \left(\left(\frac{1}{2}\right)^x + \text{Log}_{\frac{x}{5}}\right)^2 > \left(\left(\frac{1}{2}\right)^x\right)^2 \\ \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x + \text{Log}_{\frac{x}{5}} > \left(\frac{1}{2}\right)^x &\Rightarrow \text{Log}_{\frac{x}{5}} > 0 \Rightarrow 0 < x < 1 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $f(x - 2)$ را ۳ واحد به چپ منتقل می‌کنیم تا $f(x + 1)$ به دست آید پس نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم تا $f(1 - x)$ شود.



$$\left. \begin{aligned} \frac{f(1+x)}{f(1+x)} &\geq 0 \\ x &\in \mathbb{Z} \\ x &\in \{0, 1, 3, 4\} \end{aligned} \right\}$$

$$f\left(g\left(-\frac{1}{3}\right)\right) = f\left(f\left(-\frac{1}{3}\right)\right) = f(2) = 4$$

$$g\left(-\frac{1}{3}\right) = f\left(\left[-\frac{1}{3} - f\left(-\frac{1}{3}\right)\right]\right) = f\left(\left[-\frac{1}{3} + \frac{4}{3}\right]\right) = f(1) = 2$$

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3} - 1 = -\frac{4}{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$a - b = 0 \Rightarrow b = a \Rightarrow a = \frac{b}{1}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{2 + \sqrt{x}} - 2}{\frac{x}{8} - 1} \times \frac{\sqrt{2 + \sqrt{x}} + 2}{2 + 2} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{x} - 2}{\frac{x}{4} - 4} \times \frac{\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 2^2}{4 + 4 + 4} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{6x - 48} = \frac{1}{6}$$

تذکر: سؤال با قاعده هوییتال نیز قابل حل است.

$$R_1 = \left[\frac{13}{2}, +\infty \right)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

ضابطه دوم: $-x^2 + 2mx + 2 = -(x - m)^2 + m^2 + 2$

باید رأس سهمی $(x = m)$ داخل بازه $x > -\frac{3}{2}$ نباشد، پس:

$$m \leq -\frac{3}{2} \xrightarrow{m^2 + 2 \leq \frac{13}{4}} m = -2 \Rightarrow y_2 = -(x + 2)^2 + 6$$

$$f^{-1}(-19) \Rightarrow -(x + 2)^2 + 6 = -19 \Rightarrow (x + 2)^2 = 25 \xrightarrow{x > -\frac{3}{2}} x = 3$$

$$f\left(-\frac{5}{3}\right) = 2 \left[-\frac{5}{3} \right] - \left(-\frac{5}{3} \right) = -\frac{10}{3} + \frac{5}{3} = -\frac{5}{3}$$

$$f\left(-\frac{7}{3}\right) = 2 \left[-\frac{7}{3} \right] - \left(-\frac{7}{3} \right) = -\frac{14}{3} + \frac{7}{3} = -\frac{7}{3}$$

$$\text{gof}\left(-\frac{5}{3}\right) = g\left(f\left(-\frac{5}{3}\right)\right) = g\left(-\frac{7}{3}\right) = f\left(\left[-\frac{7}{3} + f\left(-\frac{7}{3}\right)\right]\right) = f\left(\left[-\frac{7}{3} - \frac{7}{3} + \frac{7}{3}\right]\right) = f(-\frac{7}{3}) = -\frac{7}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع f اکیداً صعودی است. ۱۶

$$f(f(x)) < f(x^{\flat}) \Rightarrow f(x) < x^{\flat} \Rightarrow (x + \text{Log } x)^{\flat} < x^{\flat} \Rightarrow x + \text{Log } x < x \\ \Rightarrow \text{Log } x < 0 \Rightarrow x \in (0, 1)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = x \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{(2^x)^{\flat} - 1}{(2^x)^{\flat} + 1} \Rightarrow 2(2^x)^{\flat} - 2 = (2^x)^{\flat} + 1$$

$$\Rightarrow (2^x)^{\flat} = 3 \Rightarrow 2^x = \sqrt[2]{3} \xrightarrow{\text{Log}_2} \text{Log}_2 \sqrt[2]{3} = \text{Log}_2 \sqrt[4]{3} \Rightarrow x = \text{Log}_2 \sqrt[4]{3}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$-\frac{f(x)}{f(x+2)} \geq 0 \Rightarrow \frac{f(x)}{f(x+2)} \leq 0$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = -2, 0, 1$$

$$f(x+2) = 0 \Rightarrow x+2 = -2, 0, 1 \Rightarrow x = -4, -2, -1$$

X	-4	-2	-1	0	1	
	+	-	-	+	-	+

$\in \mathbb{Z} \Rightarrow 0, 1, -2$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$\frac{x}{1+|x|} = -\frac{3}{4} \xrightarrow{x < 0} \frac{x}{1-x} = -\frac{3}{4} \Rightarrow 4x = -3 + 3x \Rightarrow 4x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{4} \Rightarrow g\left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{4}$$

$$\frac{x}{1+|x|} = \frac{5}{9} \xrightarrow{x > 0} \frac{x}{x+1} = \frac{5}{9} \Rightarrow 9x = 5x + 5 \Rightarrow 4x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{4} \Rightarrow g\left(\frac{5}{9}\right) = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع} = \frac{1}{4}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۰

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 2 & ; x \leq 0 \\ -x + 2 & ; x \geq 0 \end{cases}, g(x) = -2x - 2; f(f(-2)) = f(2) = -4$$

$$x \geq 0 \Rightarrow f^{-1}(x) = -x + 2; g(f^{-1}(-2)) = g(4) = -10; g(f^{-1}(-2)) + f(f(-2)) = -14$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۱

$$y = (\sqrt{x} - 1)^2 \xrightarrow{x \geq 1} \sqrt{y} = \sqrt{x} - 1 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} + 1$$

$$g(x) = f^{-1}(x) = (\sqrt{x} + 1)^2$$

$$g(g(1)) = g(4) = 9$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۲

$$\begin{cases} x \leq \frac{-5}{3} \Rightarrow y = -(2x + 5) - (-5x + 2) \Rightarrow y = 3x - 7 \\ x \geq \frac{2}{5} \Rightarrow y = (2x + 5) - (5x - 2) \Rightarrow y = -3x + 7 \end{cases}$$

$$y = -3x + 7 \Rightarrow 3x = -y + 7 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}y + \frac{7}{3} \xrightarrow{y \geq \frac{2}{5}} f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}, x \leq \frac{29}{5}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۲۳

$$\left. \begin{aligned} f \text{ تابع ثابت} \Rightarrow m = n = 0 \Rightarrow f(x) = -k \\ (m, n - 1) = (0, k) \Rightarrow k = n - 1 = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(x) = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۴

$$x^2 f(x) \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow \text{اعداد صحیح نامنفی} = \{0, 1, 2, 3\}$$

x	$-\infty$	۳	$+\infty$
f(x)	+	-	

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۲۵

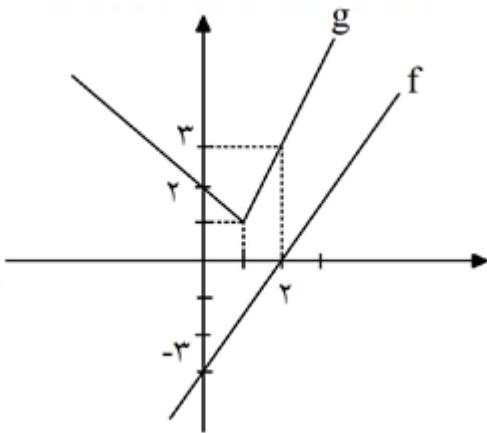
$$g \circ g(0) = g(2) = 3$$

$$f(x) = \frac{2}{3}x - 3$$

$$f^{-1}(-2) = ? \Rightarrow f(?) = -2$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}x - 3 = -2 \Rightarrow \frac{2}{3}x = 1 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow g\left(\frac{3}{2}\right) = ?$$

$$x < 1 \Rightarrow g(x) = -x + 2 \Rightarrow g\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{4}{3} \Rightarrow \text{حکم} = \frac{4}{3} \times 3 = 4$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۶

$$y(-2) = 24 - 4 - 11 = 9 \Rightarrow (-2, 9) \in f \Rightarrow (9, -2) \in f^{-1}$$

$$f(x) = \frac{1}{x} \xrightarrow{\text{یکی به راست ۱}} \frac{1}{x-1} \xrightarrow{\text{قرینه به محور } x} \frac{-1}{x-1} \xrightarrow{\text{تا پایین ۲}} \frac{-1}{x-1} - 2$$

$$\frac{1}{x} = \frac{-1}{x-1} - 2 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = -2 \Rightarrow \frac{2x-1}{x^2-x} = -2 \Rightarrow \cancel{2x} - 1 = -2x^2 + \cancel{2x}$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, y = \pm \sqrt{2}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{2} \right), (0, 0) \Rightarrow d = \sqrt{\frac{1}{2} + 2} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$g(2x) = 5x^2 + 11 \Rightarrow g(x) = \frac{5x^2}{4} + 11 \quad \text{گزینه ۴ پاسخ صحیح است.}$$

مینیمم آن ۱۱ است و اگر ۷ واحد هم به سمت راست برود باز همان است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f^{-1}(-1) = -2 \Rightarrow f(-2) = -1 \Rightarrow -8 + 2 + 1 \neq -1 \quad \text{گزینه ۱:}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{1}{8} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{5}{8} \quad \text{گزینه ۲:}$$

$$4(x+2) - (x+2)^2 = -x^2 + 4 \quad \text{گزینه ۴ پاسخ صحیح است.}$$

$$4x - x^2 = -x^2 + 4 \Rightarrow x = 1$$

$$\text{نقطه تلاقی } (1, 3) \quad OA = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(f \circ f) \circ g(x) = \begin{cases} f \circ f(1) = f(0) = 0 & x > 0 \\ f \circ f(0) = 0 & x = 0 \\ f \circ f(-1) = f(0) = 0 & x < 0 \end{cases} = \begin{cases} 0 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

همواره پیوسته

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع اکیداً صعودی است، پس وارون خود را روی خط $y = x$ قطع می‌کند.

$$\sqrt{x+3} - 1 = x \Rightarrow \sqrt{x+3} = x+1 \quad \text{بنابراین:}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان میرسانیم}} x^2 + 2x + 1 = x + 3 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ ق ق} \\ x = -2 \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$M(1, 1) \Rightarrow MO = \sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2} \Rightarrow MO = \sqrt{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = 2^{x+|x|} \xrightarrow{\text{واحد در جهت منفی محور } x^3} y = 2^{(x+2)+|x+2|} \xrightarrow{\text{واحد در جهت منفی } y^2 \text{ ها}} y = 2^{x+2+|x+2|}$$

$$y = 2^{x+2+|x+2|} - 2 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 2^{x+2+|x+2|} = 2^1 \Rightarrow x+2+|x+2| = 1$$

$$\begin{cases} x \geq -2 \Rightarrow 2(x+2) = 1 \Rightarrow x = -2/5 \\ x < -2 \Rightarrow (x+2) - (x+2) = 1 \Rightarrow 0 = 1 \text{ غ ق} \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. قرینه $y = 2 + \sqrt{x-1}$ نسبت به خط $y = x$ تابع وارون آن است.

$$y = 2 + \sqrt{x-1} \Rightarrow y - 2 = \sqrt{x-1} \xrightarrow{\text{به توان میرسانیم}} y^2 - 4y + 4 = x - 1$$

$$\Rightarrow x = y^2 - 4y + 5 \Rightarrow f(x) = x^2 - 4x + 5$$

$$\Rightarrow f(x) = (x - 2)^2 + 1$$

$$\xrightarrow{\text{واحد در جهت } x \text{ مثبت}} y = (x - 2 - 2)^2 + 1 \xrightarrow{\text{واحد در جهت } y \text{ منفی}} g(x) = (x - 4)^2 + 1 - 3$$

$$\Rightarrow g(x) = (x - 4)^2 - 2 \Rightarrow g(4) = (4 - 4)^2 - 2 = -2$$

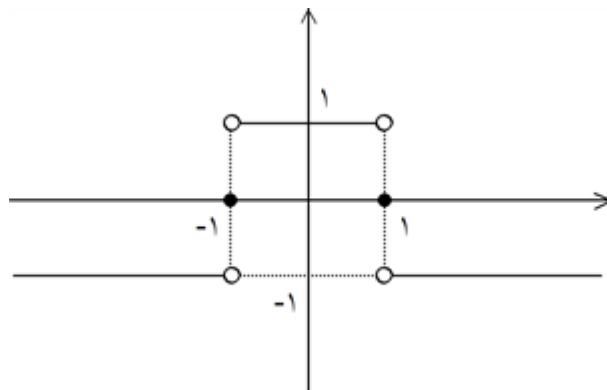
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید ضابطه تابع $(g \circ f)(x)$ را حساب کنیم. بنابراین ضابطه g به شرط $1 - x^2$ مثبت باشد برابر ۱ و اگر $1 - x^2$ منفی باشد، حاصل y برابر -۱ و اگر $1 - x^2$ برابر صفر باشد، حاصل y برابر صفر است.

$$\begin{cases} 1 - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 1 \Rightarrow -1 < x < 1 \Rightarrow g(f(x)) = 1 \\ 1 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow g(f(x)) = 0 \\ 1 - x^2 < 0 \Rightarrow x^2 > 1 \Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < -1 \Rightarrow g(f(x)) = -1 \end{cases}$$

با توجه به حاصل $g(f(x))$ و حدود x ضابطه و $(g \circ f)(x)$ برابر است با:

$$(g \circ f)(x) = \begin{cases} 1 & ; -1 < x < 1 \\ 0 & ; x = \pm 1 \\ -1 & ; x < -1 \text{ یا } x > 1 \end{cases}$$

یا رسم نمودار تابع تعداد نقاط ناپیوسته را حساب می‌کنیم.



در شکل مشخص است که تابع در $x = -1$ و $x = 1$ ناپیوسته است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار تابع $f(x) = \sqrt{2}^{|\sin x|}$ را $\frac{\pi}{4}$ در امتداد محور x ها در جهت مثبت انتقال می‌دهیم:

$$y = \sqrt{2}^{|\sin(x - \frac{\pi}{4})|} \Rightarrow y = \sqrt{2}^{-|\cos x|} \Rightarrow y = \sqrt{2}^{|\cos x|}$$

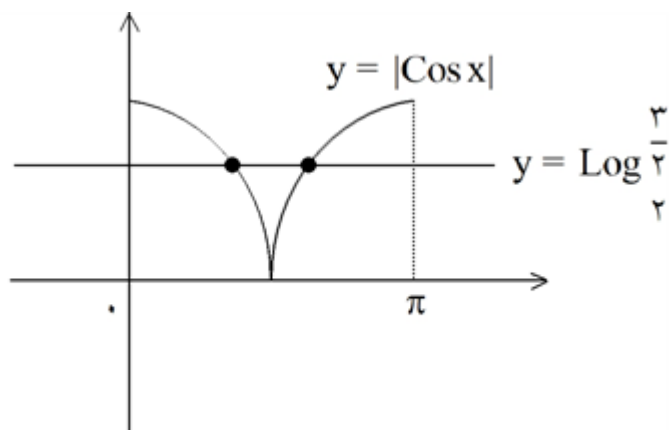
سپس $\frac{3}{2}$ در جهت محور y های منفی منتقل می‌کنیم.

$$y = \sqrt{2}^{|\cos x|} - \frac{3}{2}$$

برای یافتن محل تلاقی با محور طول‌ها برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$\sqrt{2}^{|\cos x|} - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow \sqrt{2}^{|\cos x|} = \frac{3}{2} \Rightarrow |\cos x| = \text{Log} \frac{3}{2}$$

چون $\frac{3}{2} < 2$ است و $\text{Log} \frac{3}{2} = 1$ بنابراین $0 < \text{Log} \frac{3}{2} < 1$ است.



دو نمودار در بازه $[0, \pi]$ دو نقطه تلاقی دارند بنابراین معادله دو جواب دارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

روش اول: نیمساز ناحیه دوم $y = -x$ است بنابراین نقطه موردنظر در تابع وارون برابر است با: (چون در ربع دوم است باید a منفی باشد)

$$(a, -a) \in f^{-1} \Rightarrow (-a, a) \in f \Rightarrow f(-a) = a$$

$$\Rightarrow -a + \frac{1}{2a} = a \Rightarrow \frac{1}{2a} = 2a \Rightarrow 2a^2 = 1 \Rightarrow a^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ ق ق} \\ a = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\text{بد } x = -2 \left\{ \begin{array}{l} f^{-1}(x) = -x \\ f(x) = x - \frac{1}{2x} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow f^{-1}(-1) = 1 \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - 1$$

روش دوم:

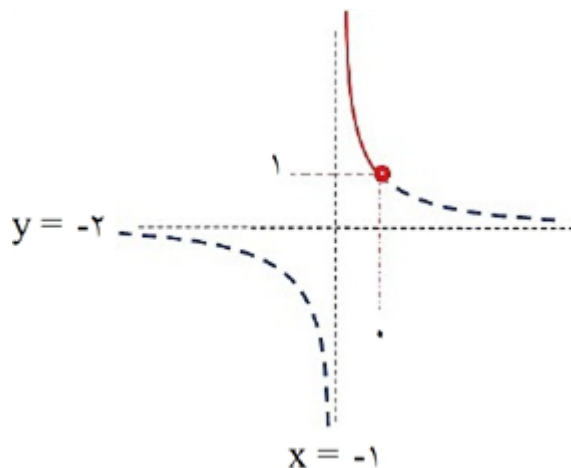
$$\text{خوب } x = -\frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} f^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \\ f(x) = x - \frac{1}{2x} \end{array} \right.$$

$$f^{-1}(2) = x \Rightarrow f(x) = 2 \Rightarrow 2^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2 \xrightarrow{2^x=A} \frac{A - \frac{1}{A}}{2} = 2 \Rightarrow \frac{A^2 - 1}{A} = 4$$

$$\Rightarrow A^2 - 4A - 1 = 0$$

$$A = 2 + \sqrt{5} \text{ ق ق} \Rightarrow 2^x = 2 + \sqrt{5} \Rightarrow x = \text{Log}_2(2 + \sqrt{5}) \Rightarrow f^{-1}(2) = \text{Log}_2(2 + \sqrt{5})$$

$$A = 2 - \sqrt{5} \text{ غ ق ق}$$



$$0 \leq x - [x] < 1 \xrightarrow{\times(-1)} -1 < [x] - x \leq 0$$

$$R \xrightarrow{f} (-1, 0], \quad x \neq -1 \xrightarrow{g} R - \{-2\}$$

$$\text{اشتراک } (-1, 0] \xrightarrow{g} [1, +\infty)$$

$$g(x) = \frac{-2x+1}{x+1}$$

$$x + 2\sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$x + 2\sqrt{x} = 15 \Rightarrow x = 9$$

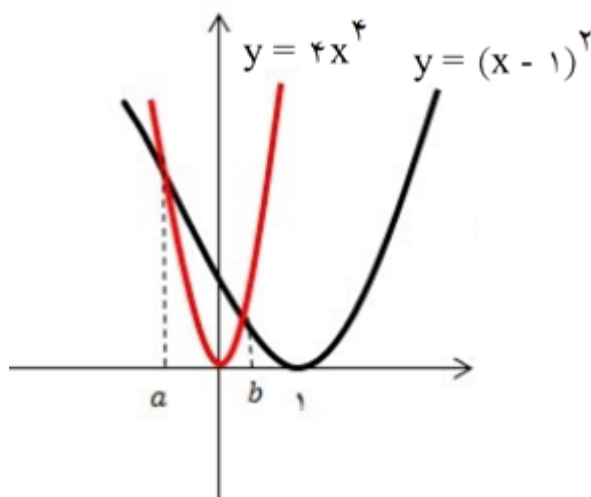
$$g(3) + g(15) = 1 + 9 = 10$$

$$f(x) = x^2 - 2x \xrightarrow{\text{قرینه محور } x \text{ ها}} f(x) = -x^2 + 2x \xrightarrow{+16 \text{ محور } y \text{ ها}}$$

$$f(x) = -x^2 + 2x + 16 = x^2 - 2x$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ ق ق غ} \\ x = 4 \text{ ق ق } (x > 1) \end{cases} \Rightarrow A \begin{cases} 4 \\ 8 \end{cases}$$

$$OA = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$



$$(x-1)^2 > 2x^2 \Rightarrow |x-1| > \sqrt{2}x$$

$$x \geq 1 \Rightarrow \sqrt{2}x < x-1 \Rightarrow \sqrt{2}x - x + 1 < 0 \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{2} > 0 \Rightarrow \text{عبارت همواره مثبت است} \\ \Rightarrow \emptyset \\ \text{و نمی تواند منفی باشد.} \end{cases}$$

$$x \leq 1 \Rightarrow \sqrt{2}x < -x+1 \Rightarrow \sqrt{2}x + x - 1 < 0 \Rightarrow -1 < x < \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow b - a = \frac{1}{\sqrt{2}} - (-1) = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f^{-1}(x) = -x \Rightarrow f(-x) = x$$

نیمساز ناحیه چهارم $y = -x$ است.

$$-x + \frac{2}{x} = x \Rightarrow \frac{2}{x} = 2x \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

دامنه $x < 0$ است پس $x = -1$ قابل قبول است.

$$(-1, 1) \in f \Rightarrow (1, -1) \in f^{-1}$$

پس طول تقاطع $x = 1$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2} = 2 \Rightarrow 2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x = 4 \Rightarrow t + \frac{1}{t} = 4 \xrightarrow{\times t} t^2 + 1 = 4t \Rightarrow t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$\Rightarrow t = 2 \pm \sqrt{3}$$

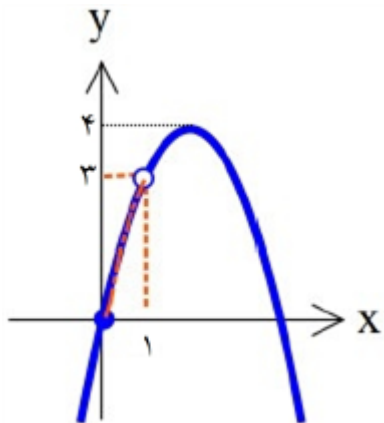
$$\Rightarrow \begin{cases} 2^x = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow x = \text{Log}_2(2 + \sqrt{3}) \\ 2^x = 2 - \sqrt{3} < 0 \text{ غ ق ق} \end{cases} \xrightarrow{t=2^x} \begin{cases} 2^x = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow x = \text{Log}_2(2 + \sqrt{3}) + \sqrt{3} \\ 2^x = 2 - \sqrt{3} < 0 \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. x و y آن با $g(x)$ معکوس است.

$$f(x) = x + \sqrt{x} \Rightarrow g(\hat{r}) \Rightarrow f(x) = \hat{r} \Rightarrow x + \sqrt{x} = \hat{r} \Rightarrow x = 4 \Rightarrow (4, \hat{r}) \in f \Rightarrow g(\hat{r}) = 4$$

$$g(12) \Rightarrow f(x) = 12 \Rightarrow x + \sqrt{x} = 12 \Rightarrow x = 9 \Rightarrow (9, 12) \in f \Rightarrow g(12) = 9$$

$$g(\hat{r}) + g(12) = 13$$



باید صدق کند $R_{f(x)} = D_{g(x)}$

$$R_{f(x)} = \{0 \leq 2x - [2x] < 1\} \Rightarrow \begin{cases} g(0) = 0 \\ g(1) = -1 + 4 = 3 \end{cases} \Rightarrow R_f = [0, 3)$$

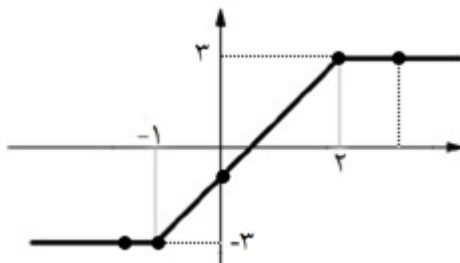
g در این بازه صعودی است

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به کمک نقطه‌یابی نمودار f را رسم می‌کنیم.

$$f(x) = |x + 1| - |x - 2|$$

نقاط شکست

x	-2	-1	2	3
y	-3	-3	3	3



پس f در بازه‌ی $(-1, 2)$ اکیداً صعودی است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(\lambda) = g^{-1}(f^{-1}(\lambda))$$

$$f(x) = \lambda \Rightarrow \frac{2}{\Delta}x - 4 = \lambda \Rightarrow \frac{2}{\Delta}x = 12 \Rightarrow x = 30 \Rightarrow f^{-1}(\lambda) = 30 \Rightarrow g^{-1}(f^{-1}(\lambda)) = g^{-1}(30)$$

$$g(x) = 30 \Rightarrow x^2 + x = 30 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow g^{-1}(30) = 3$$

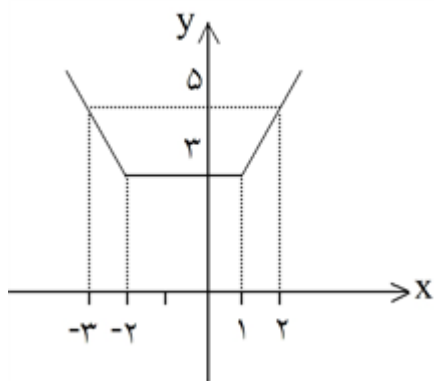
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. کافی است عرض محل برخورد f با وارون g^{-1} را به دست آوریم:

$$g(x) = \frac{x-9}{2} = y \Rightarrow x-9 = 2y \Rightarrow x = 2y+9 \Rightarrow \left. \begin{aligned} g^{-1}(x) &= 2x+9 \\ f(x) &= x^2 - 2x - 3, x \geq 1 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 2x + 9 \Rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \text{ ق ق} \Rightarrow y = 2(6) + 9 = 21 \\ x = -2 \text{ ق غ} \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمودار تابع را به کمک نقطه‌یابی رسم می‌کنیم.

$$y = |x + 2| + |x - 1|$$



نقاط شکست

x	-۳	-۲	۱	۲
y	۵	۳	۳	۵

پس تابع در فاصله‌ی $(-\infty, -2)$ اکیداً نزولی است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

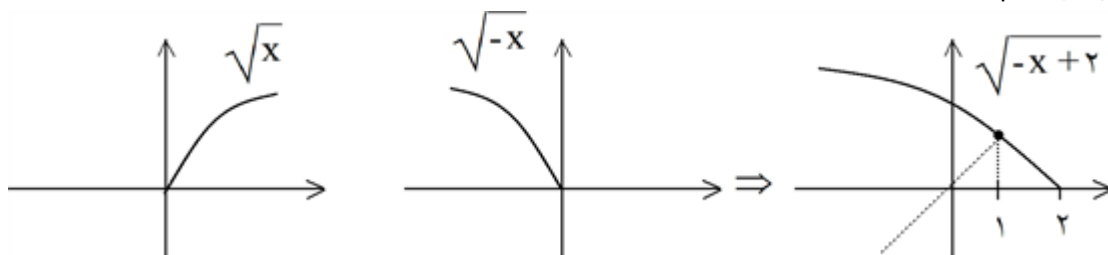
$$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f(-x) = \sqrt{-x} \xrightarrow{\text{انتقال}} f(2-x) = \sqrt{-x+2}$$

$$y = x \text{ محل برخورد با } \sqrt{-x+2} = x \Rightarrow x^2 = -x+2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+2) = 0 \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$$

$$x=1 \Rightarrow \sqrt{-1+2} = 1 \checkmark \quad x=-2 \Rightarrow \sqrt{-(-2)+2} = -2 \times$$

روش دوم:



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{x+4}{x-2} \Rightarrow xy - 2y = x+4 \Rightarrow xy - x = 2y+4 \Rightarrow x(y-1) = 2y+4$$

$$\Rightarrow x = \frac{2y+4}{y-1} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{2x+4}{x-1}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+4}{x-1}, x \neq 1$$

برای یافتن محل برخورد دو نمودار باید برابر یکدیگر قرار دهیم:

$$f(x) = f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{x+4}{x-2} = \frac{2x+4}{x-1} \Rightarrow 2x^2 - 4x + 4x - 8 = x^2 + 3x - 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

این دو تابع در دو نقطه متقاطع هستند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۵۳

$$f^{-1} = \{(2, 5), (3, 7), (1, 4), (6, 3), (1, 9)\} \Rightarrow f^{-1}(2) = 7$$

$$g^{-1}(x) = \frac{x^2 - 9}{5}$$

$$\begin{aligned} 3 &\xrightarrow{f^{-1}} 7 \xrightarrow{g^{-1}} a \\ &\Rightarrow f(g(a)) = 3 \Rightarrow a = 3 \\ 3 &\xleftarrow{f} 7 \xleftarrow{g} a \end{aligned}$$

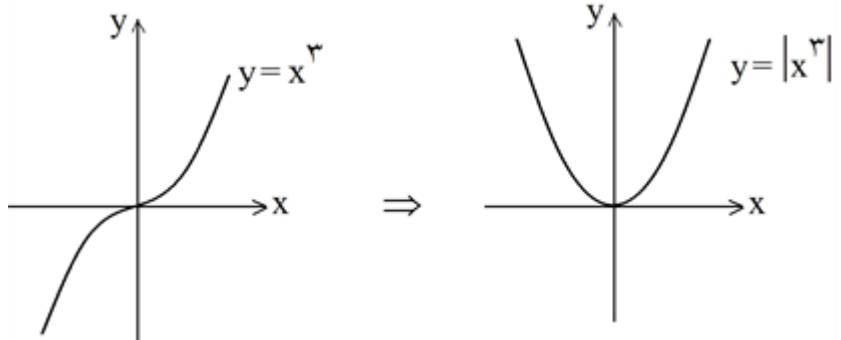
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۴

$$g(f(x)) = g\left(\frac{2x+3}{2-x}\right) = -x-1 \text{ or } 1 \xrightarrow{f} 5 \xrightarrow{g} -2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۵

$$f(g(x)) = 8x^2 + 6x + 5 = 2(2x+1)^2 - (2x+1) + 4 \Rightarrow f(x) = 2x^2 - x + 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۶



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۵۷

$$f(x) = |2x - 6| - |x + 1| = \begin{cases} (2x - 6) - (x + 1) & x \geq 3 \\ -2x + 6 - (x + 1) & -1 \leq x < 3 \\ -2x + 6 - (-x - 1) & x < -1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x - 7 & x \geq 3 \\ -3x + 5 & -1 \leq x < 3 \\ -x + 7 & x < -1 \end{cases}$$

با توجه به ضابطه‌ها مشخص است که ضابطه‌ی $y = x - 7$ برای $x \geq 3$ صعودی است.

$$x \geq 3 \xrightarrow{-7} x - 7 \geq -4 \Rightarrow y \geq -4$$

$$y = x - 7 \Rightarrow y + 7 = x \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = x + 7$$

نکته: در تابع معکوس جای دامنه و برد عوض می‌شود. بنابراین $y \geq -4$ برای تابع معکوس محدوده‌ی دامنه می‌شود.

$$-x^2 + x + 2 > 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

x	-∞	-1	2	+∞
$-x^2 + x + 2$	-	-	+	-
$-x^2 + x + 2 > 0$		ج		

$$D_f = (-1, 2)$$

$$D_g = \mathbb{R}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < \left(\frac{1}{4}\right)^x < 2\right\}$$

$$\xrightarrow{\left(\frac{1}{4}\right)^x \text{ مثبت است}} \left\{x \in \mathbb{R} \mid \left(\frac{1}{4}\right)^x < 2\right\} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid 2^{-2x} < 2^1\right\}$$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid -2x < 1\} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > -\frac{1}{2}\right\} = \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باید معادله تلافی نمودار تابع $y = 2x^2 + (m+1)x + m + 6$ با نیمساز ناحیه اول ($y = x$) ریشه‌ی مضاعف داشته باشد.

$$2x^2 + (m+1)x + m + 6 = x \Rightarrow 2x^2 + mx + m + 6 = 0 \xrightarrow{\Delta=0} m^2 - 4(2)(m+6) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 8m - 48 = 0 \Rightarrow (m-12)(m+4) = 0 \Rightarrow m = 12, m = -4$$

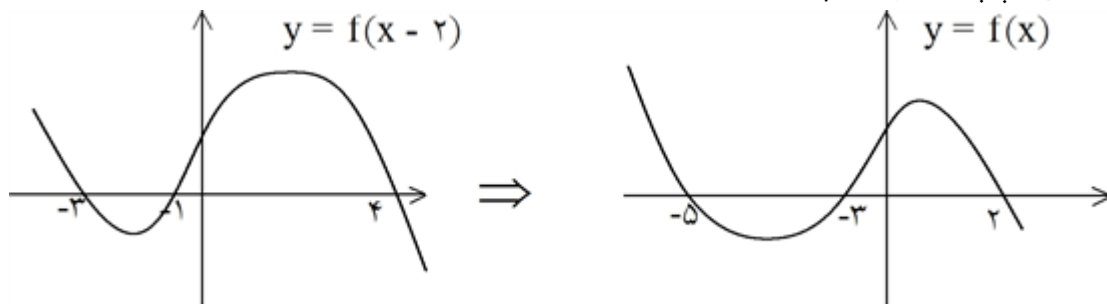
چون تأکید شده نمودار بر نیمساز ناحیه اول مماس است. ریشه‌ی مضاعف معادله تلافی (طول نقطه‌ی تماس) باید مثبت باشد.

$$m = 12 \Rightarrow 2x^2 + 13x + 18 = 0 \Rightarrow x^2 + 6.5x + 9 = 0$$

$$m = -4 \Rightarrow 2x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

پس $m = -4$ صحیح است. نمودار بر نیمساز ربع اول مماس است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به این که نمودار $y = f(x-2)$ داریم برای رسم $y = f(x)$ باید نمودار را دو واحد به طرف چپ منتقل کنیم.



$$\sqrt{xf(x)} \Rightarrow xf(x) \geq 0 \xrightarrow{\text{هم علامت باشند}} \begin{cases} x \geq 0 \text{ و } f(x) \geq 0 \Rightarrow x \in [0, 2] \\ x \leq 0 \text{ و } f(x) \leq 0 \Rightarrow x \in [-5, -3] \end{cases}$$

$$\Rightarrow D = [-5, -3] \cup [0, 2]$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای تعیین دامنه تابع $g \circ f$ ابتدا دامنه‌های f و g را مشخص می‌کنیم. داریم:

$$f(x) = \sqrt{x + |x|} \xrightarrow{D_f} x + |x| \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 : 2x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \xrightarrow{\text{اشتراک}} x \geq 0 \\ x < 0 : x - x \geq 0 \Rightarrow 0 \geq 0 \xrightarrow{\text{اشتراک}} \text{همواره برقرار} \end{cases} \xrightarrow{\text{اجتماع}} x \in \mathbb{R} \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

$$g(x) = \frac{1}{x^2 - 4x} \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{0, 4\}$$

حال با توجه به دامنه‌ی تعریف تابع مرکب، می‌نویسیم:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{x + |x|} \in (\mathbb{R} - \{0, 4\})\right\}$$

باید مقادیری از x که به ازای آن‌ها $f(x) = \sqrt{x + |x|}$ برابر ۰ یا ۴ می‌شوند را از \mathbb{R} کنار بگذاریم. داریم:

$$\sqrt{x + |x|} = 0 \Rightarrow x + |x| = 0 \Rightarrow |x| = -x \Rightarrow x \leq 0$$

$$\sqrt{x + |x|} = 4 \Rightarrow x + |x| = 16 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 : 2x = 16 \Rightarrow x = 8 \\ x < 0 : x - x = 16 \Rightarrow 0 = 16 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

بنابراین اگر از \mathbb{R} ، $x = 8$ و $x \leq 0$ را کنار بگذاریم، دامنه‌ی $g \circ f$ به دست می‌آید:

$$D_{g \circ f} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \not\leq 0, x \neq 8\} = \mathbb{R} > 0 - \{8\} = (0, 8) \cup (8, +\infty)$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $f(x) = [x]$ است. برای تعیین مقادیر تابع $f(x - f(x))$ یا همان $f(x - [x])$ کافی است به این نکته توجه کنیم که تابع داخلی، یعنی $x - [x]$ همواره در فاصله‌ی $(0, 1)$ تغییر می‌کند، پس داریم:

$$f(x) = [x] \Rightarrow f(x - f(x)) = f(x - [x]) = [x - [x]] = 0$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $f(x) = 2x^2 + 4$ و $f(g(x)) = 4x^2 + 6x$ است. برای تعیین مقدار $g(-2)$ ابتدا خودمان با داشتن ضابطه‌ی f ضابطه‌ی $f(g(x))$ را ساخته و برابر $4x^2 + 6x$ قرار می‌دهیم و آن‌گاه با جایگذاری $x = -2$ مقدار $g(-2)$ را به دست می‌آوریم. داریم:

$$\begin{cases} f(x) = 2x^2 + 4 \Rightarrow f(g(x)) = 2g^2(x) + 4 \Rightarrow 2g^2(x) + 4 = 4x^2 + 6x \Rightarrow g^2(x) = 2x^2 + 3x - 2 \\ f(g(x)) = 4x^2 + 6x \end{cases} \xrightarrow{x=-2} g^2(-2) = 2(-2)^2 + 3(-2) - 2 = 0 \Rightarrow g(-2) = 0$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} \sqrt{|x|} & x \neq 0 \\ \cdot & x = 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} -\sqrt{-x} & x < 0 \\ \sqrt{x} & x > 0 \\ \cdot & x = 0 \end{cases}$$

$$R_f = R \Rightarrow D_{f^{-1}} = R$$

$$\begin{cases} y = -\sqrt{-x} \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{به توان ۲}} y^2 = -x \Rightarrow x = -y^2, y < 0 \\ y = \sqrt{x} \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{به توان ۲}} y^2 = x \Rightarrow x = y^2, y \geq 0 \end{cases}$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases} = x|x|$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۵

$$g(f(x)) = 2x \Rightarrow g(f(5)) = 10 \Rightarrow 3f(5) + 4 = 10 \Rightarrow f(5) = 2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۶

$$\begin{aligned} f(x) \leq 0 &\Rightarrow x^2 + x - 2 \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq g(x) \leq 1 \Rightarrow -2 \leq \frac{1}{4}(x-3) \leq 1 \\ &\Rightarrow -4 \leq x-3 \leq 2 \Rightarrow -1 \leq x \leq 5 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶۷

$$f(x) = x^2 - 2[x] \Rightarrow f(\sqrt{3}) = 3 - 2[\sqrt{3}] = 3 - 2 = 1$$

$$-\frac{1}{4}f(\sqrt{3}) = -\frac{1}{4} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{4}f(\sqrt{3})\right) = f\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16} - 2\left[-\frac{1}{4}\right] = \frac{1}{16} + 2 = \frac{33}{16} = 2\frac{1}{16}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۶۸

$$f(x) = \frac{x}{x-1} \Rightarrow f(x^2) - 2f(x) + 1 = \frac{x^2}{x^2-1} - \frac{2x}{x-1} + 1 = \frac{x^2 - 2x(x+1) + x^2 - 1}{x^2 - 1}$$

$$\frac{x^2 - 2x^2 - 2x + x^2 - 1}{x^2 - 1} = \frac{-2x - 1}{x^2 - 1} = \frac{2x + 1}{1 - x^2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بدیهی است نقاط $(1, 0)$ و $(0, -6)$ و $(-2, -6)$ در تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ صدق می‌کنند. ۶۹

$$(0, -6) \Rightarrow c = -6$$

$$(1, 0) \Rightarrow a + b - 6 = 0$$

$$(-2, -6) \Rightarrow 4a - 2b - 6 = -6 \Rightarrow \begin{cases} a + b = 6 \\ 2a - b = 0 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \end{cases} \end{cases}$$

پس تابع داده شده به صورت $f(x) = 3x^2 + 3x - 6$ خواهد بود که $f(-1) = 2 - 3 - 6 = -7$ برابر است با: $f(-1) = 2 - 4 - 6 = -8$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴

۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴

