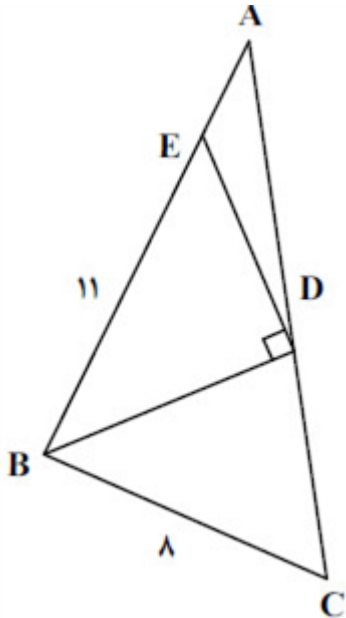


۱ در شکل مقابل،  $BD$  نیمساز است. اگر در مثلث  $BDE$  ارتفاع وارد بر ضلع  $BE$  موازی  $BC$  باشد، طول  $AE$  کدام است؟



۲ / ۴

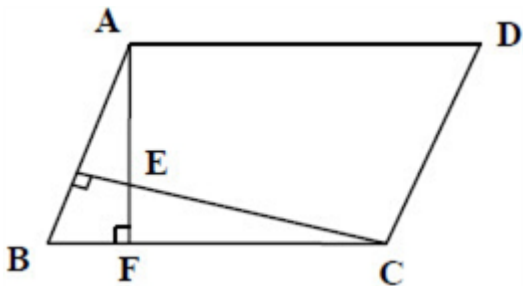
۳ / ۶

۵ / ۴

۶ / ۶

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۲ در متوازی‌الاضلاع شکل مقابل،  $AD = ۱۴$ ،  $BF = ۶$  و  $AE = ۸$  است. اندازه ارتفاع  $AF$  کدام است؟



۱۰

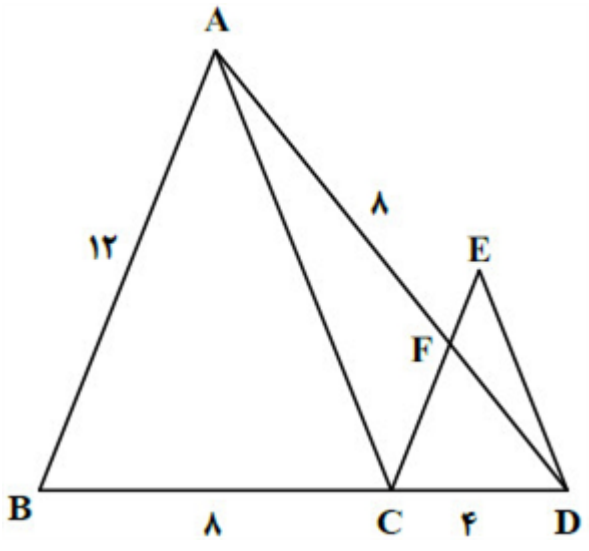
۱۲

۱۴

۱۶

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

در شکل مقابل،  $AB \parallel CE$  و  $AC \parallel ED$  است. اندازه  $ED$  چقدر است؟



$3\sqrt{5}$  (۴)

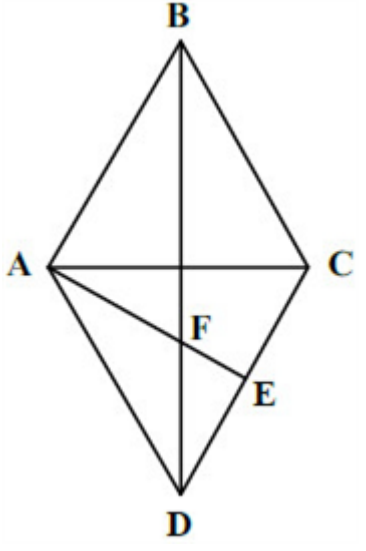
$2\sqrt{7}$  (۳)

$\sqrt{33}$  (۲)

$\sqrt{29}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

در لوزی شکل مقابل، E وسط ضلع CD است. اگر قطر بزرگ لوزی ۳ برابر قطر کوچک باشد، طول EF چند برابر AB است؟



$\frac{\sqrt{10}}{10}$  (۴)

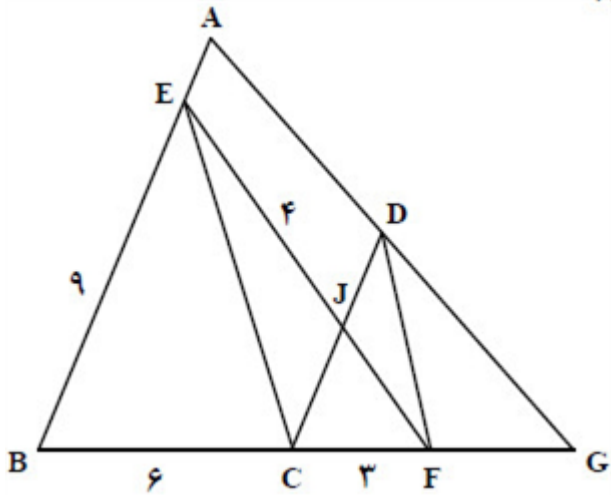
$\frac{\sqrt{10}}{5}$  (۳)

$\frac{\sqrt{5}}{5}$  (۲)

$\frac{\sqrt{5}}{10}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

در شکل مقابل،  $AB \parallel CD$  و  $EC \parallel DF$  است. اندازه  $DF$  چقدر است؟



$\frac{\sqrt{33}}{2}$  (۴)

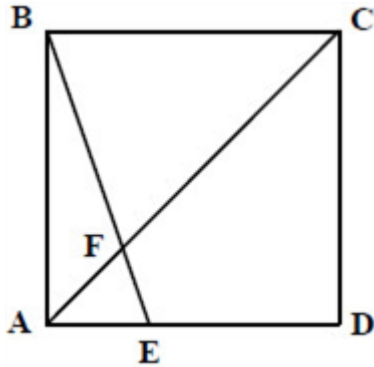
$\frac{\sqrt{33}}{4}$  (۳)

$\frac{\sqrt{11}}{2}$  (۲)

$\frac{\sqrt{11}}{4}$  (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

در مربع شکل مقابل، اندازه  $ED$  دو برابر  $AE$  است. طول  $EF$  چند برابر  $AF$  است؟



$\frac{\sqrt{10}}{2}$  (۴)

$\frac{\sqrt{10}}{3}$  (۳)

$\frac{\sqrt{5}}{2}$  (۲)

$\frac{\sqrt{5}}{3}$  (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

در متوازی‌الاضلاع  $ABCD$ ، نقاط  $M$  و  $N$  وسط اضلاع  $BC$  و  $CD$  هستند. اگر  $AB = ۸$  و فاصله  $A$  از ضلع  $CD$  برابر  $۶$  واحد باشد، مساحت مثلث  $AMN$  کدام است؟

۱۸ (۴)

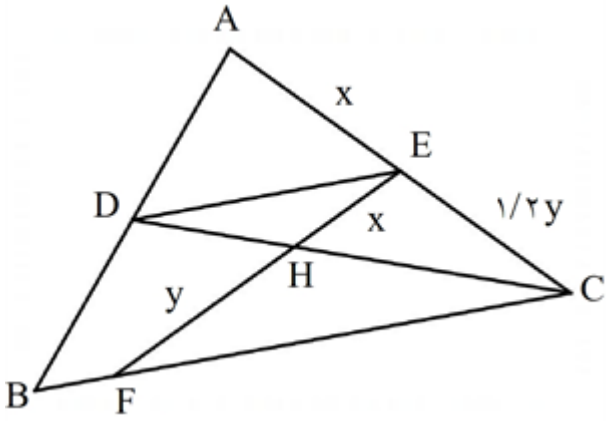
۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

در شکل مقابل،  $DE \parallel BC$  و  $3y = 5x$  است. اگر  $BF = 2$  باشد، اندازه  $BC$  کدام است؟



۵/۲۵ (۴)

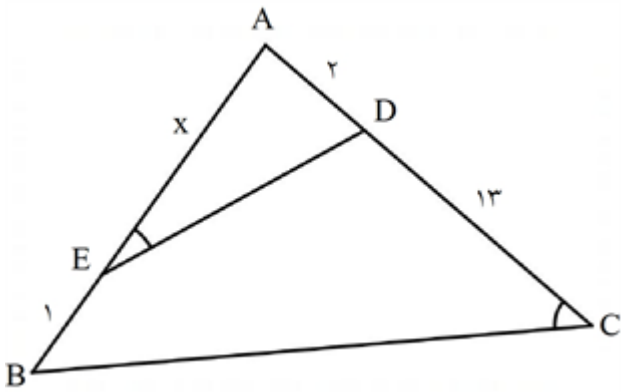
۵/۷۵ (۳)

۶/۲۵ (۲)

۶/۷۵ (۱)

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

در شکل مقابل،  $\widehat{AED} = \widehat{ACB}$  است. مقدار  $x$  کدام است؟



۴ (۴)

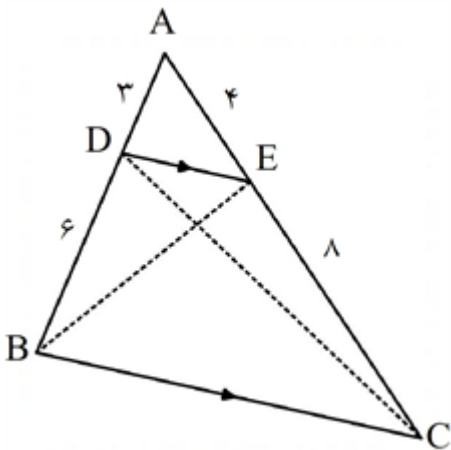
۵ (۳)

۶ (۲)

۷ (۱)

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

در شکل مقابل، نسبت مساحت مثلث CDE به مساحت مثلث BDE کدام است؟



۱ (۴)

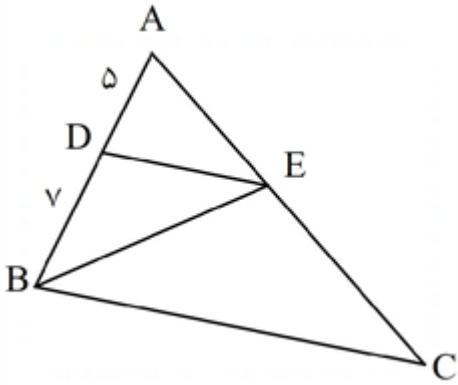
$\frac{2}{3}$  (۳)

$\frac{2}{6}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

در مثلث ABC، ضلع BC موازی ضلع DE است. مساحت مثلث BCE، چند برابر مساحت مثلث BDE است؟



۲/۴ (۴)

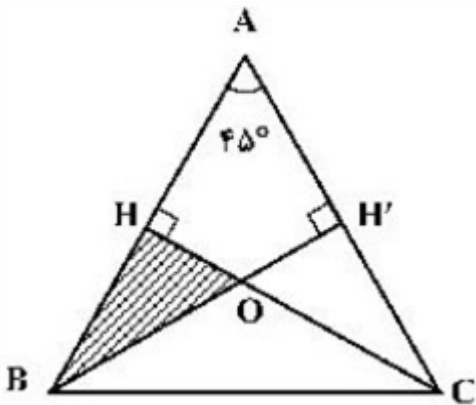
۲/۱ (۳)

۱/۷ (۲)

۱/۵ (۱)

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

در شکل زیر مثلث ABC متساوی الساقین و طول ساق AB برابر ۸ واحد است. مساحت مثلث OHB، کدام است؟



$\frac{16}{3 + 2\sqrt{2}}$  (۴)

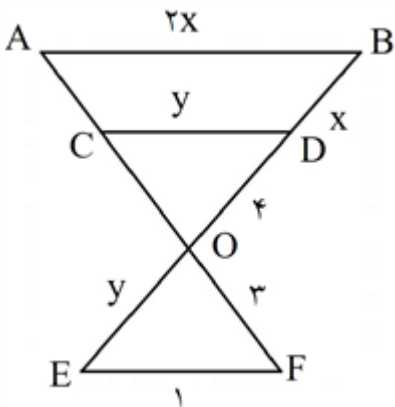
$\frac{12}{3 + 2\sqrt{2}}$  (۳)

$\frac{8}{2 + \sqrt{3}}$  (۲)

$\frac{6}{2 + \sqrt{3}}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

در شکل زیر AB، CD و EF موازی اند. طول پاره خط AC، کدام است؟



۳ (۴)

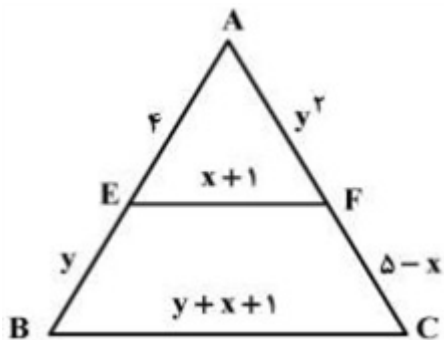
۲ (۳)

$\frac{4}{3}$  (۲)

$\frac{3}{4}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

در شکل زیر EF موازی BC است. مقدار  $y - 2x$ ، کدام است؟



۴ (۴)

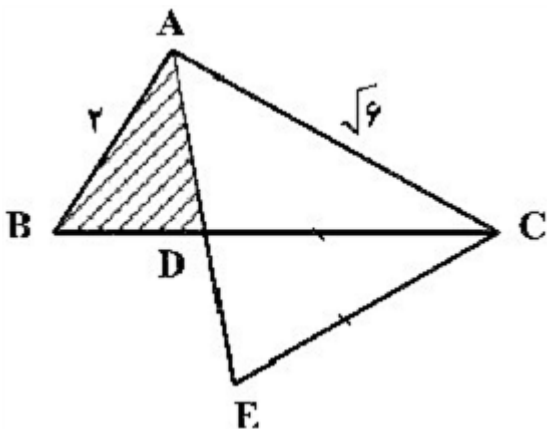
۲ (۳)

-۲ (۲)

-۴ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

در شکل زیر، AD نیمساز زاویه A و  $CE = CD$  است. نسبت مساحت‌های دو مثلث ABD و ACE، کدام است؟



$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۴)

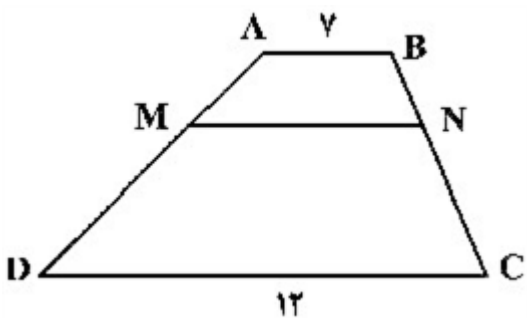
$\frac{2}{4}$  (۳)

$\frac{2}{6}$  (۲)

$\frac{1}{3}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

در دوزنقه‌ی ABCD، پاره‌خط MN موازی قاعده‌ها و  $\frac{MA}{MD} = \frac{2}{3}$  است. اندازه‌ی MN، کدام است؟



$9/5$  (۴)

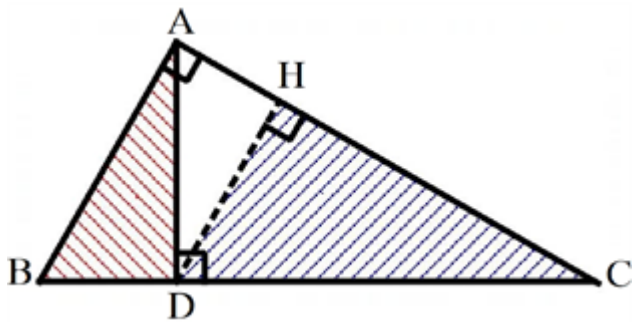
۹ (۳)

$8/75$  (۲)

۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، طول اضلاع قائم  $AB = \sqrt{3}$  و  $AC = 2$  است. نسبت مساحت‌های دو مثلث قائم‌الزاویه  $HCD$  و  $ABD$ ، کدام است؟



$\frac{8}{9}$  (۴)

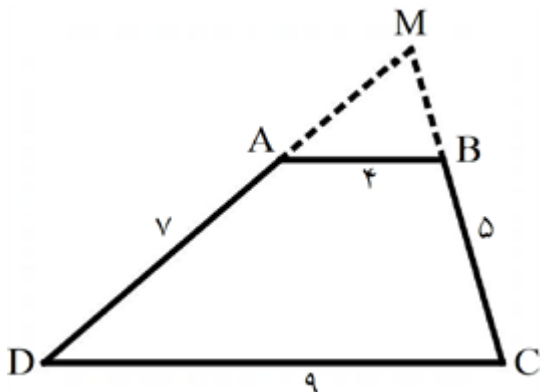
$\frac{16}{21}$  (۳)

$\frac{4}{7}$  (۲)

$\frac{3}{7}$  (۱)

سراسری-تجربی-۹۹

اندازه‌ی اضلاع دوزنقه  $ABCD$  مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث  $MAB$ ، کدام است؟



$14/8$  (۴)

$14/4$  (۳)

$13/6$  (۲)

$13/2$  (۱)

سراسری-تجربی-۹۹

در مستطیل  $ABCD$  به طول  $AB = 17$ ، از نقطه‌ی  $A$  عمود  $AH$  بر قطر  $BD$  رسم شده است. اگر  $BH = 15$  باشد، طول قطر مستطیل از عدد ۱۹، چه قدر بیش‌تر است؟

$\frac{3}{5}$  (۴)

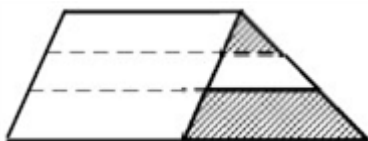
$\frac{7}{15}$  (۳)

$\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{4}{15}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

یک ساق دوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. هر چهار پاره‌خط موازی یک‌دیگرند. نسبت مساحت دو ناحیه سایه‌زده، کدام است؟



$\frac{1}{4}$  (۴)

$\frac{2}{9}$  (۳)

$\frac{1}{5}$  (۲)

$\frac{1}{6}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

در مثلث  $ABC$ ، اضلاع  $AB = 4$  و  $AC = 6$  و  $BC = 7$  است. از رأس  $C$  خطی موازی میانه  $AM$  رسم شده و امتداد  $BA$  را در نقطه  $D$  قطع کرده است. اندازه  $BD$ ، کدام است؟

۹ (۴)

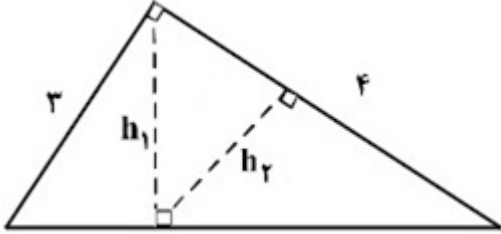
۸/۵ (۳)

۸ (۲)

۷/۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

در شکل مقابل،  $h_1$  و  $h_2$  ارتفاع‌های دو مثلث قائم‌الزاویه هستند. نسبت  $\frac{h_2}{h_1}$ ، کدام است؟



۳/۴ (۴)

۲/۳ (۳)

۴/۵ (۲)

۳/۵ (۱)

سراسری-تجربی-۹۸

در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، اضلاع قائم  $AB = 3\sqrt{5}$  و  $AC = 6$  ارتفاع  $AH$  و میانه  $AM$  رسم شده است. مساحت مثلث  $ABC$ ، چند برابر مساحت مثلث  $AMH$  است؟

۱۸ (۴)

۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

سراسری-تجربی-۹۸

در یک دوزنقه، پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت‌های ۱ و ۲ تقسیم می‌کند. نسبت قاعده‌های آن دوزنقه، کدام است؟

۲/۵ (۴)

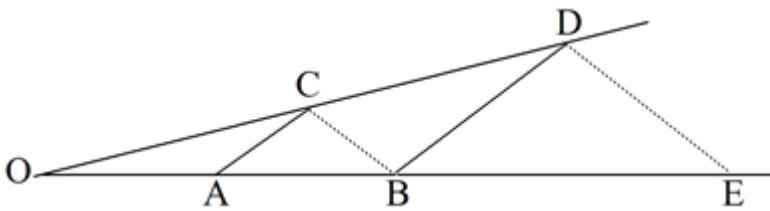
۱/۴ (۳)

۱/۵ (۲)

۱/۶ (۱)

سراسری-تجربی-۹۸

در شکل روبه‌رو، دو جفت پاره‌خط موازی‌اند.  $OA = 3$  و  $AB = 5$ ، اندازه  $BE$  کدام است؟



۱۰ ۲/۳ (۴)

۱۱ ۱/۳ (۳)

۱۲ ۲/۳ (۲)

۱۳ ۱/۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

در مثلث  $ABC$ ، داریم  $\hat{A} = 2\hat{B}$  و  $BC = 6$  و  $AC = 4$ ، اندازه ضلع  $AB$  کدام است؟

۶ (۴)

۵/۵ (۳)

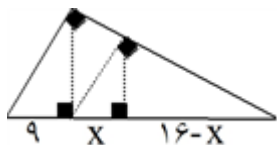
۵ (۲)

۴/۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی



در شکل مقابل، ارتفاع هر سه مثلث قائم‌الزاویه رسم شده است. اندازه‌ی  $x$  کدام است؟



۵/۳۶ (۲)

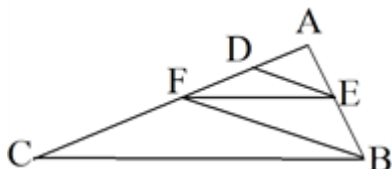
۴/۵۴ (۱)

۶/۷۵ (۴)

۵/۷۶ (۳)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

در شکل مقابل  $BC \parallel EF$  و  $DE \parallel FB$ . اگر  $AD = 3$  و  $DF = 6$  آن‌گاه  $BC$  چند برابر  $EF$  است؟



۲/۵ (۲)

۲ (۱)

۳ (۴)

۲/۷۵ (۳)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

در شکل مقابل  $AM = \frac{2}{3} MB$  و چهار ضلعی متوازی‌الاضلاع است. مساحت متوازی‌الاضلاع چند درصد مساحت مثلث  $ABC$  است؟



۶۰ (۴)

۵۴ (۳)

۵۰ (۲)

۴۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

## پاسخنامه تشریحی

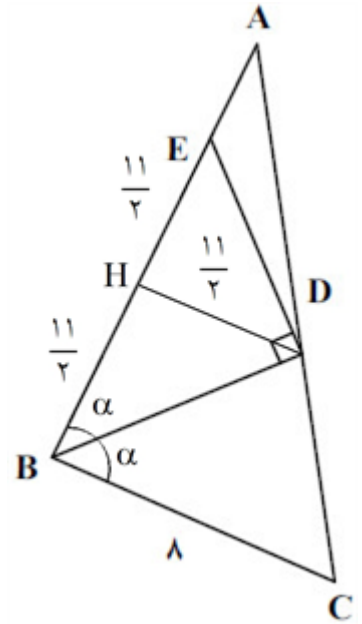
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال ارتفاع DH در مثلث قائم‌الزاویه BDE با ضلع BC موازی است پس BC هم بر AB عمود است پس  $\alpha = 45^\circ$ . در نتیجه مثلث BDE قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است. بنابراین DH میانه هم هست

یعنی  $BH = EH = \frac{11}{2}$  و طول میانه DH نصف وتر BE است پس  $DH = \frac{11}{2}$ .

$$DH \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AH}{AB} = \frac{DH}{BC} \xrightarrow{AE=x} \frac{x + \frac{11}{2}}{x + 11} = \frac{\frac{11}{2}}{8}$$

$$\xrightarrow{\times 2} \frac{2x + 11}{x + 11} = \frac{11}{8} \Rightarrow 16x + 88 = 11x + 121$$

$$\Rightarrow 5x = 33 \Rightarrow x = 6.6$$



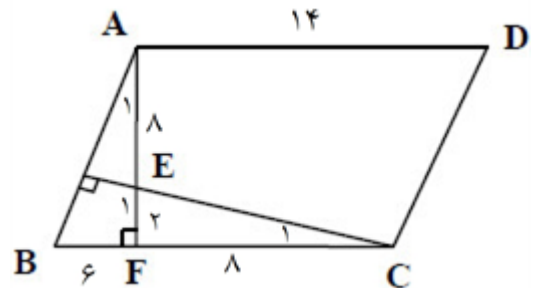
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در متوازی‌الاضلاع دو ضلع روبرو مساویند پس  $FC = 8$ .

در ضمن دو مثلث قائم‌الزاویه AEH و CEF دارای دو زاویه متقابل به رأس مساویند (یعنی  $\hat{E}$ ) پس  $\hat{A}_1 = \hat{C}_1$  در نتیجه:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ \hat{F}_1 = \hat{F}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{(ز)} \triangle ABF \sim \triangle EFC$$

$$\Rightarrow \frac{FC}{AF} = \frac{EF}{BF} \xrightarrow{EF=x} \frac{8}{8+x} = \frac{x}{6} \Rightarrow x^2 + 8x - 48 = 0 \Rightarrow (x+12)(x-4) = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$AF = 8 + x = 8 + 4 = 12 \quad \text{بنابراین:}$$



$$CF \parallel AB \Rightarrow \frac{CF}{12} = \frac{4}{12} = \frac{DF}{DF+8}$$

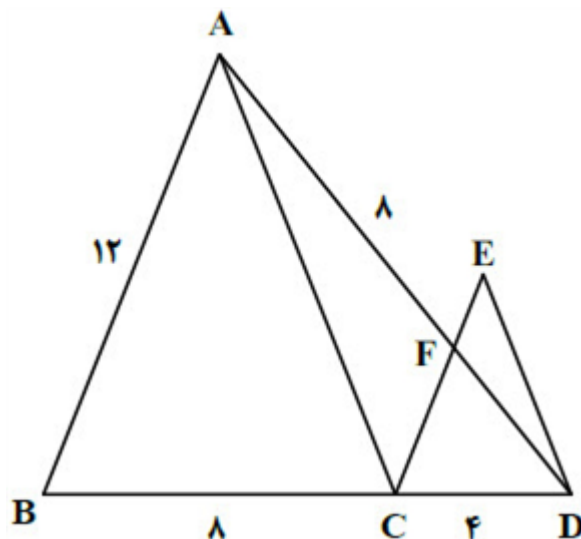
$$\Rightarrow CF = 4, DF = 4$$

مثلث‌های  $\triangle CDF$  و  $\triangle ABD$  متساوی‌الاضلاع می‌باشند.

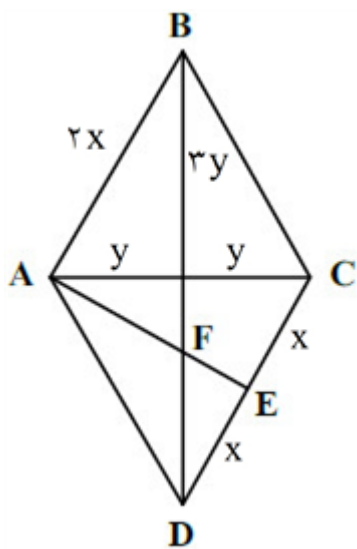
$$AC^2 = AB^2 + CB^2 - 2 \times AB \times CB \times \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow AC^2 = 112 \Rightarrow AC = 4\sqrt{7}$$

$$\frac{ED}{AC} = \frac{FD}{AF} \Rightarrow \frac{ED}{4\sqrt{7}} = \frac{4}{8} \Rightarrow ED = 2\sqrt{7}$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\triangle OAB: (2x)^2 = (2y)^2 + y^2 \Rightarrow 4x^2 = 10y^2 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{10}}{2}y$$

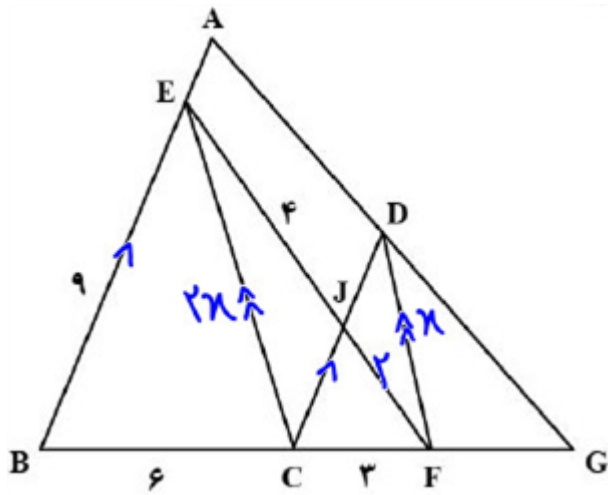
$$\text{رابطه میانه‌ها} \Rightarrow 2(AE)^2 + \frac{DC^2}{4} = AC^2 + AD^2$$

$$EF = \frac{1}{3}AE$$

پس:

$$\Rightarrow 2AE^2 + \frac{4x^2}{4} = 4y^2 + 4x^2 \Rightarrow 2AE^2 = 4y^2 + 4x^2 \Rightarrow AE = 2y \Rightarrow EF = y$$

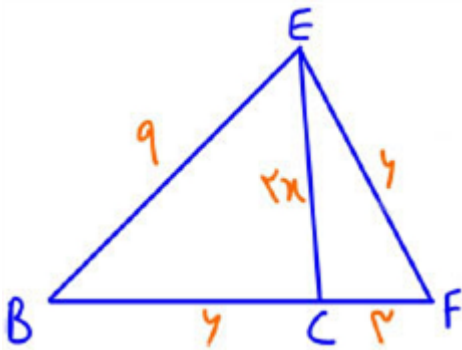
$$\frac{EF}{AB} = \frac{y}{2x} = \frac{y}{2 \cdot \frac{\sqrt{10}}{2}y} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$



$$\triangle BCE \sim \triangle CFD \left( k = \frac{1}{2} \right)$$

$$\Rightarrow DF = \frac{1}{2} CE$$

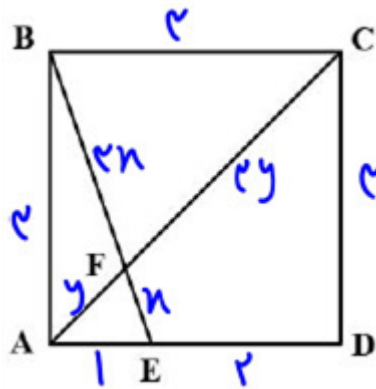
$$\Rightarrow FJ = \frac{EJ}{2} = 2$$



$$\Rightarrow \frac{6 \times 6^2 + 3 \times 9^2}{6+3} = (2x)^2 + 3 \times 6 \Rightarrow 24 + 27 = 4x^2 + 18$$

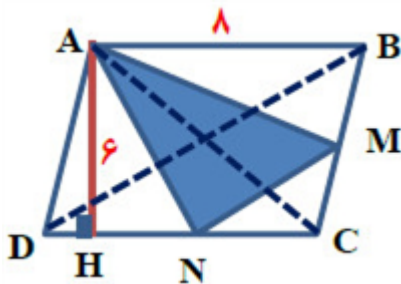
$$\Rightarrow 4x^2 = 33 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{33}}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\frac{x}{y} = \frac{2x}{2y} = \frac{BE}{AC} = \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$S_{ABCD} = DC \times AH = 8 \times 6 = 48$$

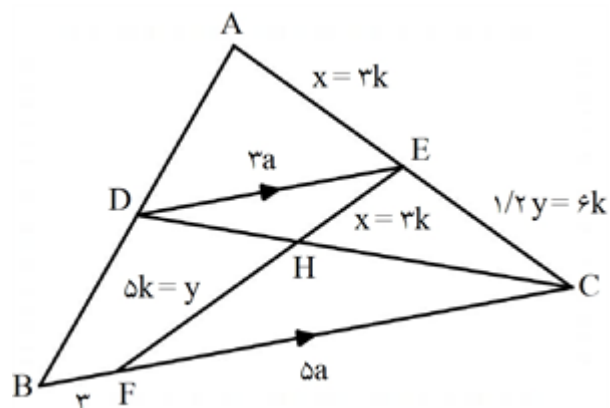
$$S_{ABM} = S_{ACM} = S_{ACN} = S_{ADN} \Rightarrow S_{AMCN} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$$

$$= \frac{1}{4} \times 48 = 12$$

$$\frac{MC}{BC} = \frac{1}{4}, MN \parallel BD \xrightarrow{\text{Tales}} S_{MNC} = \left( \frac{1}{4} \right)^2 S_{BDC} = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{4} S_{ABCD} \right) = 6$$

$$S_{AMN} = 12 - 6 \Rightarrow S_{AMN} = 6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$x = 3k$$

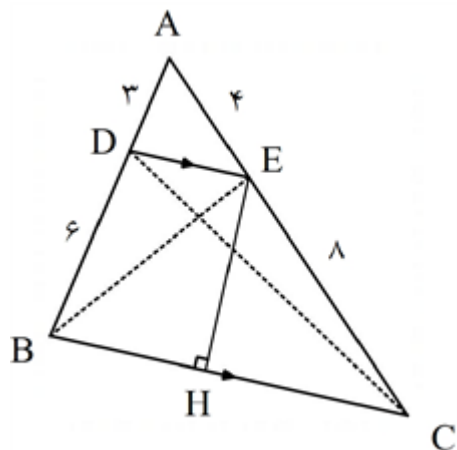
$$y = 5k$$

$$\frac{3a}{3+5a} = \frac{3k}{9k} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = \frac{3}{6} = 0.5 \Rightarrow BC = 3 + 5(0.5) = 5.5$$

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{2}{x+1} = \frac{x}{15} \Rightarrow x(x+1) = 30 \Rightarrow x = 5$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\left. \begin{array}{l} \text{قاعدۀ مشترک} = DE \\ \text{ارتفاع مشترک} = EH \end{array} \right\} \frac{S_{\triangle CDE}}{S_{\triangle BDE}} = 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون دو مثلث ارتفاع برابر دارند پس نسبت مساحتها با نسبت قاعده ها برابر است:

$$\frac{S_{BCE}}{S_{BDE}} = \frac{BC}{DE} = \frac{12}{5} = 2.4$$

در صورت سؤال مشخص نشده ساق بعدی مثلث متساوی الساقین ABC کدام است. فرض کنیم:  $AB = AC = ۸$ . در این صورت مثلث‌های قائم‌الزاویه‌ی  $ABH$  و  $ACH$  متساوی الساقین هم خواهند بود. بنابراین:

$$\triangle AHC : AC^2 = AH^2 + CH^2 \xrightarrow{AH=CH} ۸^2 = ۲AH^2$$

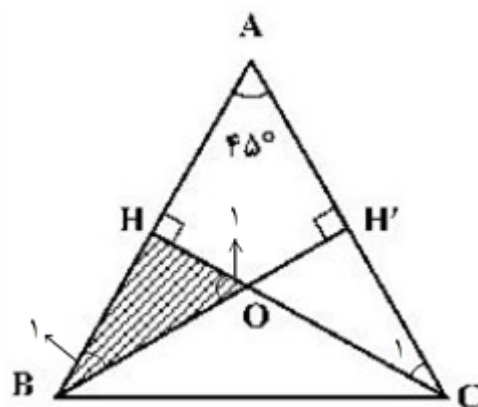
$$\Rightarrow AH^2 = ۳۲ \Rightarrow AH = ۴\sqrt{۲}$$

$$BH = AB - AH \Rightarrow BH = ۸ - ۴\sqrt{۲}$$

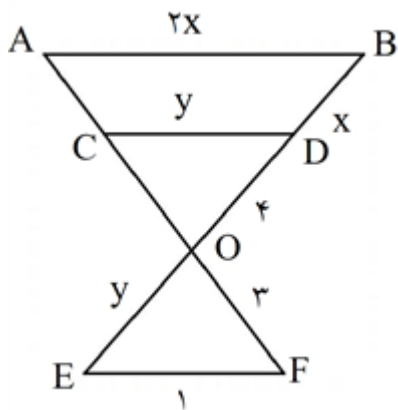
در ضمن در مثلث قائم‌الزاویه OBH چون  $\widehat{B}_1 = ۴۵^\circ$  پس  $\widehat{O}_1 = ۴۵^\circ$  در نتیجه  $OH = BH = ۸ - ۴\sqrt{۲}$  داریم:

$$S_{OBH} = \frac{1}{2}BH \times OH = \frac{1}{2}(۸ - ۴\sqrt{۲})^2 = \frac{۱۶}{2}(۲ - \sqrt{۲})^2 = ۸(۶ - ۴\sqrt{۲})$$

$$= ۱۶(۳ - ۲\sqrt{۲}) = \frac{۱۶(۳ - ۲\sqrt{۲})(۳ + ۲\sqrt{۲})}{۳ + ۲\sqrt{۲}} = \frac{۱۶}{۳ + ۲\sqrt{۲}}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از قضیه‌ی تالس می‌نویسیم:



$$\triangle OAB : CD \parallel AB \Rightarrow \frac{OD}{OB} = \frac{CD}{AB} \Rightarrow \frac{4}{4+x} = \frac{y}{2x}$$

$$\Rightarrow ۸x = 4y + xy \quad (۱)$$

$$CD \parallel EF \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle OCD \sim \triangle OEF$$

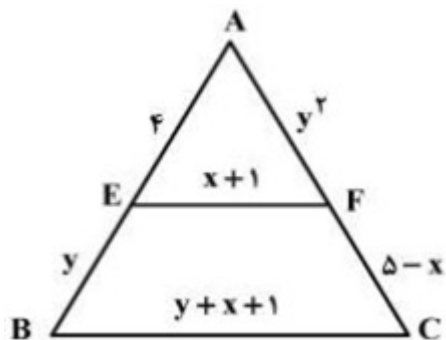
$$\frac{OD}{OE} = \frac{CD}{EF} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{y}{y} \Rightarrow y^2 = ۴ \Rightarrow y = ۲ \quad (۲)$$

$$\text{از (۱), (۲) } \Rightarrow ۸x = ۸ + ۲x \Rightarrow ۶x = ۸ \Rightarrow x = \frac{۴}{۳}$$

بنابراین:

$$CD \parallel EF \Rightarrow \triangle OCD \sim \triangle OEF \Rightarrow \frac{OC}{OF} = \frac{CD}{EF} \Rightarrow \frac{OC}{3} = \frac{y}{y} \xrightarrow{y=۲} OC = ۶$$

$$\triangle OAB : CD \parallel AB \Rightarrow \frac{OC}{AC} = \frac{OD}{BD} \Rightarrow \frac{۶}{AC} = \frac{4}{\frac{۴}{۳}} \Rightarrow \frac{۶}{AC} = ۳ \Rightarrow AC = ۲$$



$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{BE} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{4}{y} = \frac{y^2}{5-x} \Rightarrow y^2 = 20 - 4x \quad (1)$$

$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow \frac{4}{4+y} = \frac{x+1}{y+x+1}$$

$$4y + \cancel{4x} + \cancel{4} = \cancel{4x} + \cancel{4} + xy + y$$

$$\Rightarrow 4y = y(x+1) \Rightarrow x+1 = 4 \Rightarrow x = 3$$

$$y^2 = 20 - 12 \Rightarrow y^2 = 8 \Rightarrow y = 2$$

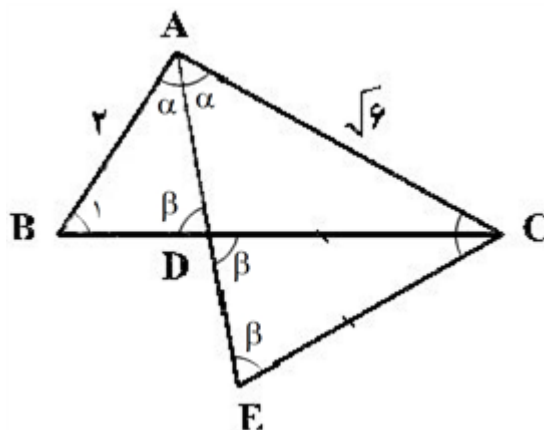
$$y - 2x = 2 - 6 = -4$$

بنابراین:

حال از تساوی ۱ نتیجه می‌گیریم.

پس گزینه ۱ درست است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

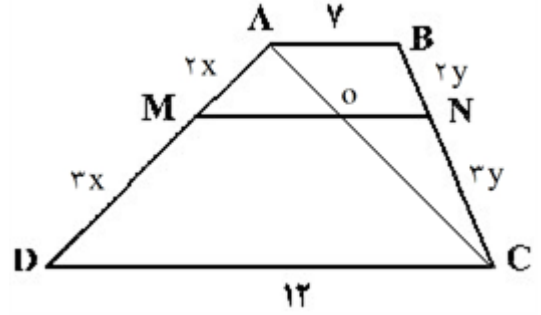


با توجه به شکل دو مثلث ABD و AEC متشابهند چون دو زاویه برابر دارند.

$$(\widehat{BAD} = \widehat{EAC} = \alpha \text{ و } \widehat{BDA} = \widehat{AEC} = \beta)$$

$$\triangle ABD \sim \triangle AEC \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{S_{ACE}} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = \left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بنابر فرض  $\frac{MA}{MD} = \frac{2}{3}$  در نظر می‌گیریم  $MA = 2x$  و  $MD = 3x$ . پس بنابر قضیه تالس در دوزنقه نتیجه می‌گیریم  $BN = 2y$ ,  $CN = 3y$ . حال قطر AC را رسم می‌کنیم تا MN را در نقطه O قطع کند. بنابر قضیه تالس می‌نویسیم:



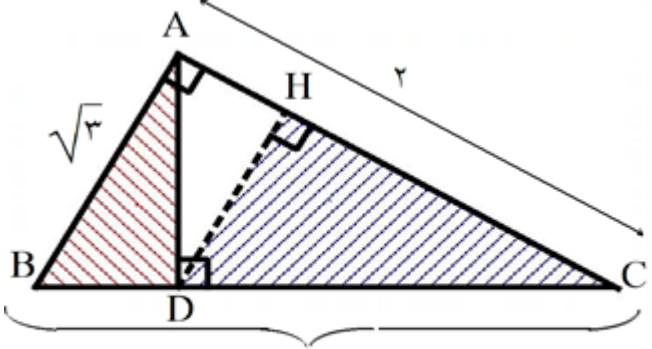
$$\triangle ADC : OM \parallel DC \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{OM}{DC} \Rightarrow \frac{2x}{5x} = \frac{OM}{12} \Rightarrow OM = \frac{24}{5}$$

$$\triangle ABC : ON \parallel AB \Rightarrow \frac{CN}{CB} = \frac{ON}{AB} \Rightarrow \frac{3y}{5y} = \frac{ON}{7} \Rightarrow ON = \frac{21}{5}$$

$$MN = OM + ON = \frac{24}{5} + \frac{21}{5} = \frac{45}{5} = 9 \quad \text{بنابراین:}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۷

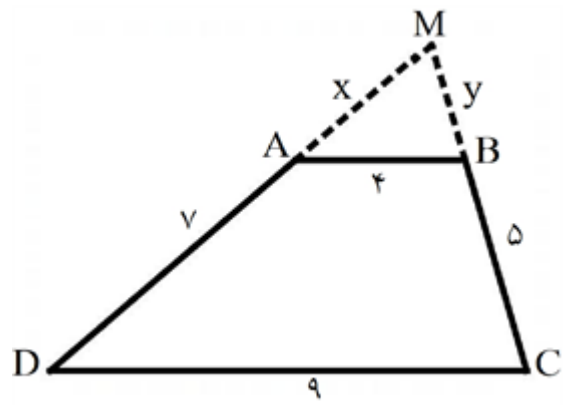
$$AC^2 = DC \times BC \Rightarrow 4 = DC \times \sqrt{7} \Rightarrow DC = \frac{4}{\sqrt{7}}$$



$$\frac{S_{DHC}}{S_{ABD}} = \left(\frac{DC}{AB}\right)^2 = \left(\frac{\frac{4}{\sqrt{7}}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{16}{21}$$

فیثاغورس  $BC = \sqrt{7}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۸

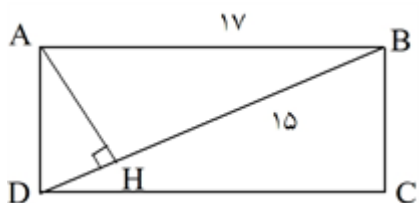


$$\begin{aligned} \frac{x}{x+y} &= \frac{4}{9} \Rightarrow 9x = 4x + 28 \\ \Rightarrow 5x &= 28 \Rightarrow x = \frac{28}{5} = 5\frac{3}{5} \\ \frac{y}{5+y} &= \frac{4}{9} \Rightarrow 9y = 4y + 20 \Rightarrow 5y = 20 \Rightarrow y = 4 \end{aligned}$$

$$p = \text{محیط مثلث MAB} = 4 + 5\frac{3}{5} + 4 = 13\frac{3}{5}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABD برابر رابطه‌ی طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌نویسیم:

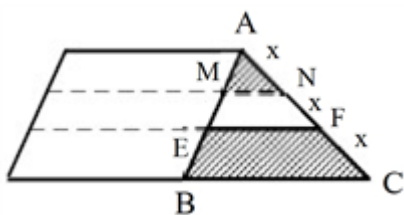


$$AB^2 = BH \times BD \Rightarrow 17^2 = 15 \times BD \Rightarrow BD = \frac{17 \times 17}{15}$$

$$BD - 19 = \frac{17 \times 17}{15} - 19 = \frac{17 \times 17 - 15 \times 19}{15} = \frac{4}{15}$$

بنابراین:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل می‌توان نوشت:



$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \left(\frac{x}{3x}\right)^2 = \frac{1}{9} \quad (1)$$

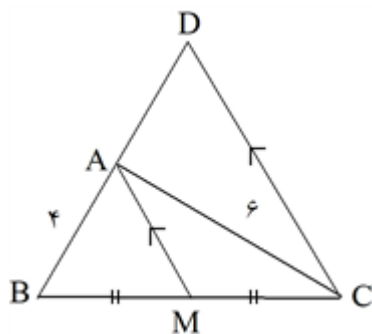
$$EF \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle AEF \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \left(\frac{2x}{3x}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\xrightarrow{\text{تفصیل از صورت}} \frac{S_{BEFC}}{S_{ABC}} = \frac{5}{9} \quad (2)$$

از تقسیم تساوی‌های ۱ و ۲ نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}}}{\frac{S_{BEFC}}{S_{ABC}}} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{5}{9}} \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{BEFC}} = \frac{1}{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



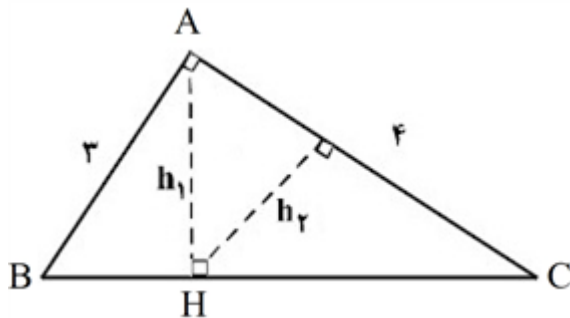
بنابر فرض سوال شکل مقابل را خواهیم داشت:

$$AM \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BM}{MC} = \frac{AB}{AD} \xrightarrow{BM=MC} 1 = \frac{4}{AD} \Rightarrow AD = 4$$

$$BD = AB + AD = 4 + 4 = 8$$

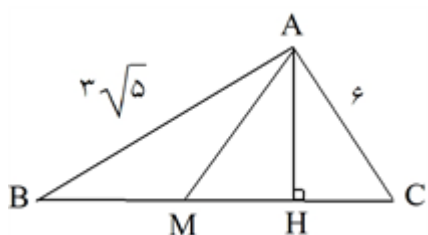
بنابراین:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC و AHC با داشتن دو زاویه مساوی متشابه‌اند. بنابراین نسبت ارتفاع‌های آن‌ها برابر نسبت اضلاع نظیرشان است.



$$\left. \begin{matrix} \widehat{C} = \widehat{C} \\ \widehat{A} = \widehat{H} = 90 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{(ج)} \triangle ABC \sim \triangle AHC \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{AC}{BC} \xrightarrow{BC = \sqrt{16+9} = 5} \frac{h_2}{h_1} = \frac{4}{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بنابر روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌نویسیم:



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 45 + 36 = 81 \Rightarrow BC = 9$$

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow 36 = CH \times 9 \Rightarrow CH = 4$$

$$MH = MC - CH = \frac{9}{2} - 4 = \frac{1}{2}$$

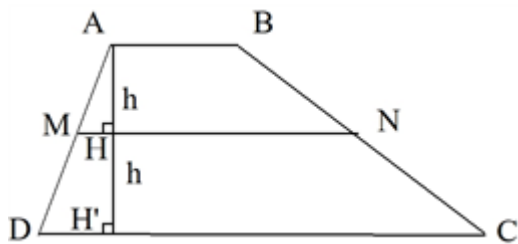
$$\frac{S_{ABC}}{S_{ABH}} = \frac{\frac{1}{2}AH \times BC}{\frac{1}{2}AH \times MH} = \frac{BC}{MH} = \frac{9}{\frac{1}{2}} = 18$$

بنابراین:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق دوزنقه را به هم وصل می‌کند مساوی نصف مجموع دو قاعده است. در صورتی که M و N وسط‌های دو ساق دوزنقه‌ی ABCD باشند پس  $MN = \frac{AB + DC}{2}$  است.

$$MN = \frac{AB + DC}{2}$$

در ضمن بنابر قضیه‌ی تالس اگر ارتفاع AH را رسم کنیم، آن‌گاه  $AH = HH' = h$ . حال بنابر فرض می‌نویسیم.



$$\frac{S_{ABNM}}{S_{MNCD}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}h(AB+MN)}{\frac{1}{2}h(MN+DC)} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AB+MN}{MN+DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN + DC = 2AB + 2MN$$

$$\Rightarrow DC - 2AB = MN \Rightarrow DC - 2AB = \frac{AB + DC}{2} \Rightarrow 2DC - 4AB = AB + DC$$

$$\Rightarrow DC = 5AB \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{1}{5}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. از قضیه‌ی تالس به‌صورت زیر استفاده می‌کنیم.

$$\left. \begin{matrix} AC \parallel BD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OA}{AB} = \frac{OC}{CD} \\ BC \parallel DE \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OC}{CD} = \frac{OB}{BE} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{OB}{BE} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{8}{BE} \Rightarrow BE = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$$

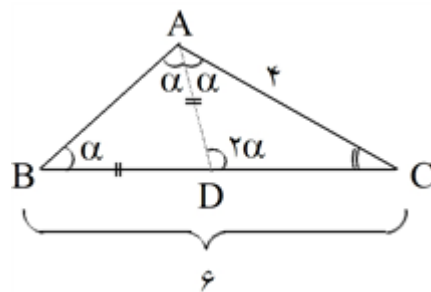
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مثلث ABC، زاویه  $\widehat{A} = 2\widehat{B}$  و  $BC = 6$  و  $AC = 4$ . اگر نیمساز داخلی رأس A را رسم کنیم، چون دو زاویه‌ی داخلی دو مثلث ABC و ACD برابرند، نتیجه می‌گیریم که این دو مثلث متشابه‌اند. با نوشتن نسبت تشابه این دو مثلث، داریم:

$$\triangle ABC \sim \triangle ACD \xrightarrow{\text{نسبت تشابه}} \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{CD} = \frac{BC}{AC}$$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{4}{CD} = \frac{6}{4} \Rightarrow CD = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \Rightarrow BD = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}$$

چون مثلث ABD متساوی‌الساقین است، لذا  $AD = BD = \frac{10}{3}$ . بنابراین با جایگذاری  $AD = \frac{10}{3}$  در نسبت تشابه بالا، به راحتی اندازه‌ی ضلع AB به دست می‌آید. داریم:

$$\xrightarrow{\text{نسبت تشابه}} \frac{AB}{\frac{10}{3}} = \frac{4}{\frac{8}{3}} = \frac{6}{4} \Rightarrow AB = \frac{10}{3} \times \frac{6 \times 6}{4 \times 12} = 5$$



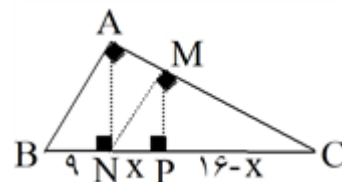
گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. از آن‌جا که MN و AB موازی هم و MP و AN نیز موازی هم باشند، با توجه به قضیه‌ی

$$\triangle ABC : MN \parallel AB \xrightarrow{\text{طبق قضیه ی تالس}} \frac{CM}{MA} = \frac{CN}{NB} = \frac{16}{9} \text{ تالس داریم:}$$

$$\triangle ACN : MP \parallel AN \xrightarrow{\text{طبق قضیه ی تالس}} \frac{CM}{MA} = \frac{CP}{PN} = \frac{16-x}{x}$$

چون نسبت  $\frac{CM}{MA}$  در هر دو تناسب وجود دارد به راحتی نتیجه می‌گیریم که  $\frac{CN}{NB} = \frac{CP}{PN}$  است، یعنی:

$$\frac{16}{9} = \frac{16-x}{x} \Rightarrow 16x = 144 - 9x \Rightarrow 25x = 144 \Rightarrow x = \frac{144}{25} = \frac{576}{100} = 5/76$$



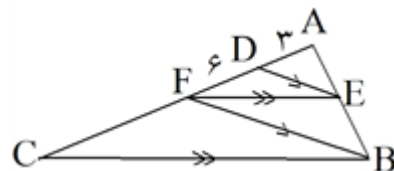
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در شکل مقابل با توجه به قضیه تالس، می‌نویسیم:

$$\triangle ABC : EF \parallel BC \xrightarrow{\text{طبق قضیه ی تالس}} \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB}$$

$$\triangle ABF : DE \parallel FB \xrightarrow{\text{طبق قضیه ی تالس}} \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BF} = \frac{AD}{AF} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

از تناسب دوم داریم  $\frac{AE}{AB} = \frac{1}{3}$ . آن را در تناسب اول جایگذاری می‌کنیم و داریم:

$$\frac{EF}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow BC = 3EF$$

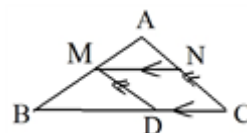


گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC, MD \parallel AC \Rightarrow \triangle BMD \sim \triangle ABC$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{AM}{MB} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AM}{AB} = \frac{2}{5} = k_1 \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = k_1^2 = \frac{4}{25} \\ \frac{BM}{AB} = \frac{3}{5} = k_2 \Rightarrow \frac{S_{\triangle BMD}}{S_{\triangle ABC}} = k_2^2 = \frac{9}{25} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} + \frac{S_{\triangle BMD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{4}{25} + \frac{9}{25} = \frac{13}{25} \Rightarrow \frac{S_{MNC}}{S_{ABC}} = \frac{12}{25} = 48\%$$



۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴

