



p30konkor.com

۱ دوره تناوب $f(x) = \frac{1}{2} - 3 \sin \frac{\pi}{a} x$ برابر $\frac{\pi}{4}$ است. دوره تناوب تابع $f(x) - 3$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{4}$ ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ ۳ (۳) π ۴ (۴) $\frac{\pi}{4}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۲ در یک مستطیل، جذر مساحت، نصف طول قطر است. اگر B و C دو زاویه ایجاد شده در یک طرف قطر باشد، مقدار تانژانت $(B - C)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۳ ۲ (۲) $\frac{1}{3}$ ۳ (۳) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ۴ (۴) $\sqrt{3}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۳ معادله مثلثاتی $\cos^2 x = \sin x + 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

- ۱ (۱) ۴ ۲ (۲) ۳ ۳ (۳) ۲ ۴ (۴) ۱

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۴ دوره تناوب $f(x) = \frac{1}{2} - \sin \frac{2x}{a}$ برابر $\frac{\pi}{3}$ است. دوره تناوب $y = \cos ax$ کدام است؟

- ۱ (۱) 2π ۲ (۲) 4π ۳ (۳) 6π ۴ (۴) 12π

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۳

۵ اختلاف جوابهای معادله مثلثاتی $\cos^2 x = 3 \sin x - 1$ که در بازه $[0, \pi]$ قرار دارند، کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{5\pi}{6}$ ۲ (۲) $\frac{\pi}{3}$ ۳ (۳) $\frac{\pi}{6}$ ۴ (۴) $\frac{2\pi}{3}$

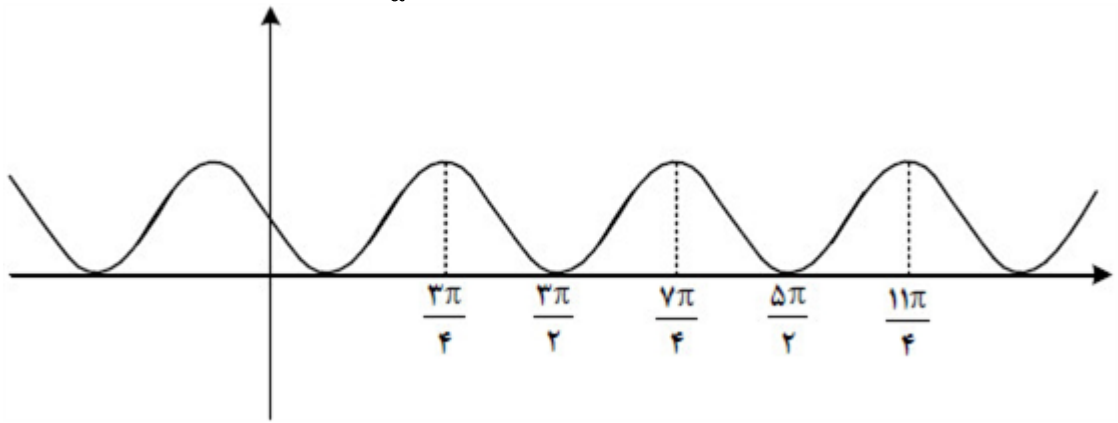
سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۳

۶ در یک لوزی، اندازه هر ضلع برابر جذر حاصل ضرب طول قطرها است. اگر A و B دو زاویه مجاور لوزی باشند، مقدار مثبت تانژانت $\left(\frac{A - B}{2}\right)$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{3}$ ۲ (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ۳ (۳) $\frac{1}{3}$ ۴ (۴) ۳

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۳

۷ شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 + \sin ax$ است. دوره تناوب $y = 3 \cos\left(\frac{x}{a}\right)$ کدام است؟



۲π (۴)

۳π (۳)

۶π (۲)

۴π (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۸ معادله مثلثاتی $\sin^2 x - 4 \sin^2 x \cos x = 0$ چند جواب در بازه $(-\pi, \pi)$ دارد؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۹ اگر اختلاف جواب‌های غیرصفر معادله $\cot\left(\frac{\pi + 4x}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi + 8x}{2}\right)$ در بازه $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ برابر α باشد، مقدار $\cos(3\alpha)$ کدام است؟

$-\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۴)

$\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۳)

$-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۲)

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۰ خطوط $x + 2y = 3$ و $2x + ay = 6$ ، یکدیگر را در نقطه A و خط $x + y = 0$ را به ترتیب در نقاط B و C قطع می‌کنند. اگر مرکز دایره‌ای که از این سه نقطه می‌گذرد، بر نیمساز ناحیه دوم واقع باشد، مقدار $\cot(B - C)$ در مثلث ABC کدام است؟

$-\frac{4}{3}$ (۴)

$-\frac{3}{5}$ (۳)

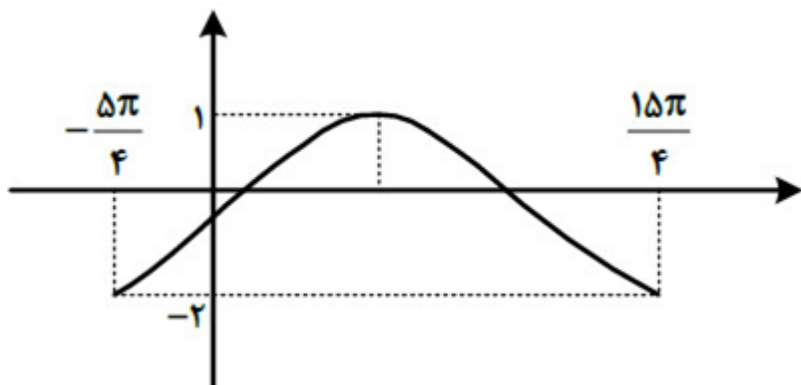
$-\frac{3}{4}$ (۲)

$-\frac{5}{3}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۱

شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - bx\right) + c$ در یک بازه تناوب را نشان می‌دهد. مقدار ab کدام است؟



۴ $0/6$

۳ $-0/6$

۲ $0/3$

۱ $-0/3$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۲

اگر اختلاف جواب‌های معادله $\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi+4x}{2}\right)} + \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi+4x}{2}\right)} = 0$ در بازه $[0, \pi]$ برابر α باشد، مقدار $\text{tg}(\alpha)$ کدام است؟

۴ $-\sqrt{3}$

۳ $\sqrt{3}$

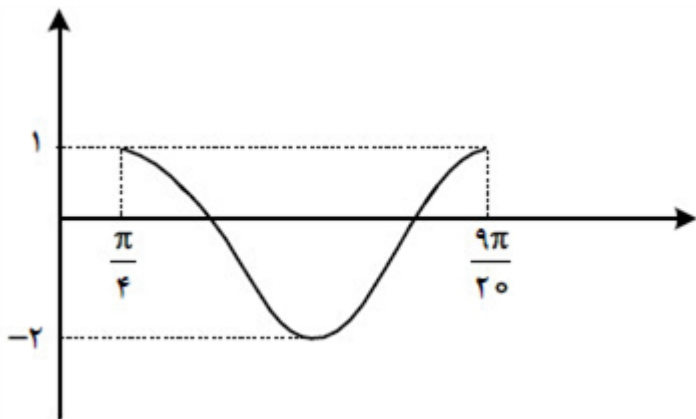
۲ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۳

شکل مقابل، نمودار تابع $y = a \cos^2\left(bx - \frac{\pi}{4}\right) + c$ در یک بازه تناوب را نشان می‌دهد. مقدار ab کدام است؟



۴ $-7/5$

۳ $7/5$

۲ -15

۱ 15

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۴

خطوط $ax - y = 3$ و $3y + x = -9$ یکدیگر را در نقطه A و خط $y - x = 0$ را به ترتیب در نقاط B و C قطع می‌کنند. اگر مرکز دایره‌ای که از این سه نقطه می‌گذرد، بر نیمساز ناحیه اول و سوم واقع باشد، در مثلث ABC، مقدار $\text{tg}(B - C)$ کدام است؟

۴ $\frac{2}{3}$

۳ $\frac{1}{2}$

۲ $\frac{3}{4}$

۱ $\frac{1}{4}$

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

معادله مثلثاتی $\text{tg}^2 x = \text{Cotg} x$ در بازه $[-\pi, \pi]$ چند جواب دارد؟

۱۵

۷ ۴

۶ ۳

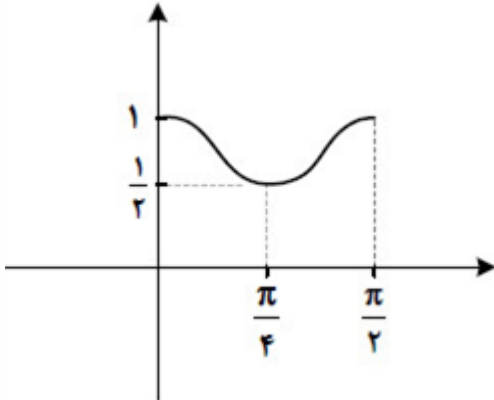
۵ ۲

۴ ۱

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع $y = c + a \text{Cos} bx$ را نشان می‌دهد. مقدار bc کدام است؟ ($b > 0$)

۱۶



۳ ۴

۱ ۳

-۱ ۲

-۳ ۱

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

اگر $\text{tg} \alpha - \text{Cotg} \alpha = \frac{4}{3}$ باشد، مقدار $\text{tg}^2 \alpha$ کدام است؟

۱۷

$-\frac{2}{3}$ ۴

$-\frac{3}{2}$ ۳

$\frac{3}{2}$ ۲

$\frac{2}{3}$ ۱

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

کمترین فاصله بین دو مقدار از جواب‌های معادله $\frac{\text{Cos} x}{1 + \text{Sin} x} = \frac{1 + \text{Sin} x}{\text{Cos} x}$ کدام است؟

۱۸

$\frac{\pi}{3}$ ۴

$\frac{\pi}{2}$ ۳

π ۲

2π ۱

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

تعداد جواب‌های معادله $\text{Sin} \left(x + \frac{\pi}{6} \right) \text{Cos} \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

۱۹

۴ ۴

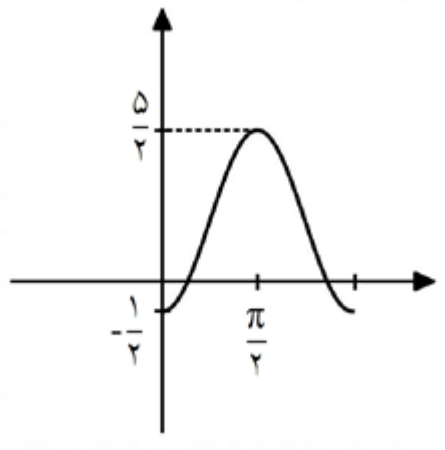
۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع $y = c + a \cos bx$ را نشان می‌دهد. مقدار ac کدام است؟



- ۱) -۵
- ۲) -۳
- ۳) $-\frac{۵}{۲}$
- ۴) $-\frac{۳}{۲}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

اگر $(\sin x + \cos x) = \sqrt{۵}$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام عدد می‌تواند باشد؟

- ۱) $-\frac{۱}{۳}$
- ۲) -۲
- ۳) $\frac{۱}{۲}$
- ۴) ۳

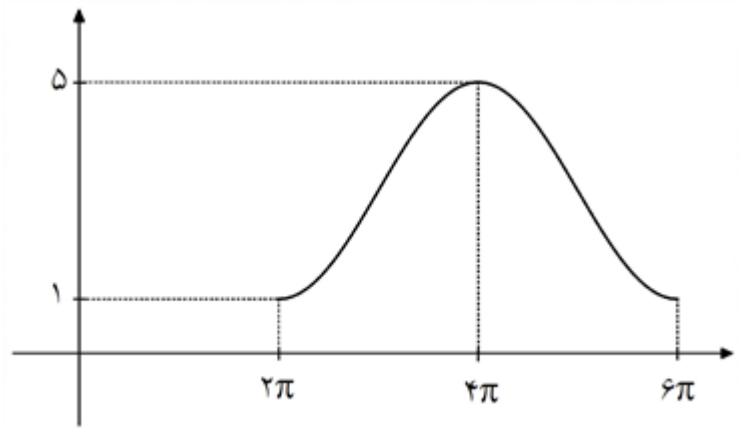
کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos x - \tan^2 x = ۱$ در بازه $[۰, ۲\pi]$ کدام است؟

- ۱) ۵
- ۲) ۴
- ۳) ۳
- ۴) ۲

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۱

شکل زیر، نمودار تابع $y = c + a \cos bx$ را در یک دوره تناوب، نشان می‌دهد. مقدار c کدام است؟



- ۱) ۵
- ۲) ۴
- ۳) ۳
- ۴) ۱

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۱

اگر $-\frac{\pi}{۴} < x < \frac{\pi}{۴}$ و $\tan\left(\frac{\pi}{۴} - x\right) = \frac{۱-m}{۲+m}$ باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟

- ۱) $(-۲, ۱)$
- ۲) $(-۲, ۱]$
- ۳) $(-۱, ۲]$
- ۴) $(-۱, ۲)$

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۱

۲۵ تابع متناوب $f(x) = \begin{cases} x & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & ; 1 < x \leq 2 \end{cases}$ را که دوره‌ی تناوب آن ۲ است، در نظر بگیرید. مساحت ناحیه‌ی محصور به منحنی f و محور x ها در بازه‌ی $[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ ، کدام است؟

- ۴ (۴) ۳/۵ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۶ تعداد جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $5 \sin^2(x) + 2 \cos(2x) = -2$ در فاصله‌ی $[-\pi, \pi]$ ، کدام است؟

- ۷ (۴) ۵ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۷ فرض کنید زاویه‌ی α در ناحیه‌ی چهارم مثلثاتی و $\cos(\alpha) = \frac{2}{3}$ باشد.

حاصل عبارت $\frac{\sin(\alpha + \frac{\pi}{6}) - \sin(\alpha - \pi)}{|\operatorname{tg}^2(\alpha) - 1|}$ ، کدام است؟

- $-\frac{4(2 + \sqrt{5})}{3}$ (۴) $\frac{4(2 - \sqrt{5})}{3}$ (۳) $\frac{4(-2 + \sqrt{5})}{3}$ (۲) $\frac{4(2 + \sqrt{5})}{3}$ (۱)

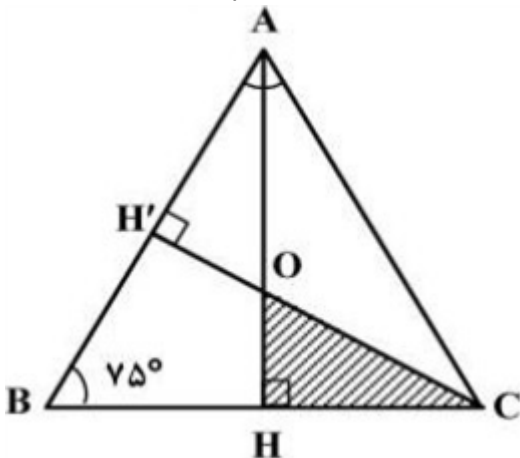
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۸ اگر $f(x) = 32 \cos^2(x) \cos^2(2x) \cos^2(4x) \cos^2(8x) \cos^2(16x)$ باشد، مقدار $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ ، کدام است؟

- $\frac{6 - \sqrt{27}}{32}$ (۴) $\frac{6 - \sqrt{27}}{16}$ (۳) $\frac{6 + \sqrt{27}}{16}$ (۲) $\frac{6 + \sqrt{27}}{32}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۹ در شکل زیر مثلث ABC متساوی‌الساقین و طول ساق AC برابر ۶ است. مساحت مثلث OHC، کدام است؟



- $\frac{9}{2(7 + 4\sqrt{3})}$ (۴) $\frac{18}{7 + 4\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۳۰ تعداد جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\cos^2(x) - \sin^2(x) \cos(3x) = 1$ در فاصله‌ی $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

۶

۵

۳

۱

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۳۱ اگر زاویه‌ی α در ناحیه‌ی سوم مثلثاتی و $\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{3}{4}$ باشد، مقدار $\frac{\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{4}\right) + \cos(\alpha + \pi)}{\operatorname{Cotg}(2\alpha)}$ کدام است؟

$-\frac{1056}{175}$

$\frac{96}{175}$

$\frac{1056}{175}$

$-\frac{96}{175}$

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۳۲ اگر $f(x) = 16 \cos^2(3x) \cos^2(6x) \cos^2(12x) \cos^2(24x)$ باشد، مقدار $f\left(\frac{\pi}{36}\right)$ ، کدام است؟

$\frac{6 + 3\sqrt{3}}{16}$

$\frac{6 + \sqrt{3}}{16}$

$\frac{6 - \sqrt{3}}{16}$

$\frac{6 - 3\sqrt{3}}{16}$

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

۳۳ تعداد جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $4 \sin^2(3x) \cos(3x) = 1$ در بازه‌ی $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ ، کدام است؟

۵

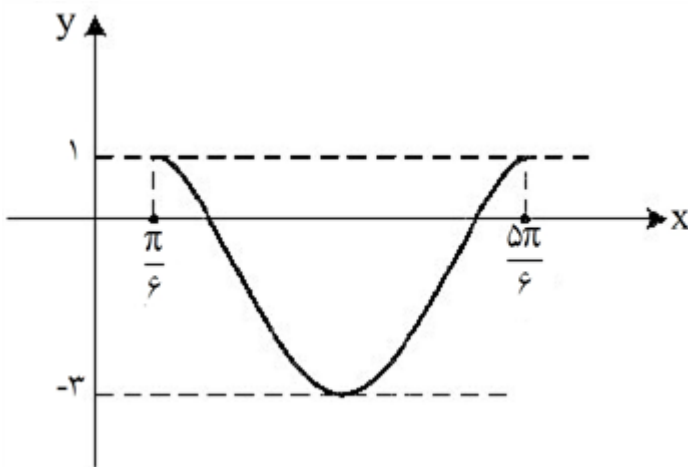
۴

۳

۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۴ شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ ، در یک بازه‌ی تناوب است. مقادیر b و c ، کدام‌اند؟



$b = \frac{3}{2}, c = -1$

$b = \frac{3}{2}, c = -2$

$b = 3, c = -2$

$b = 3, c = -1$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۵ جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ با شرط $x \neq k\pi$ که در آن k یک عدد صحیح است، کدام است؟

$\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$ (۴)

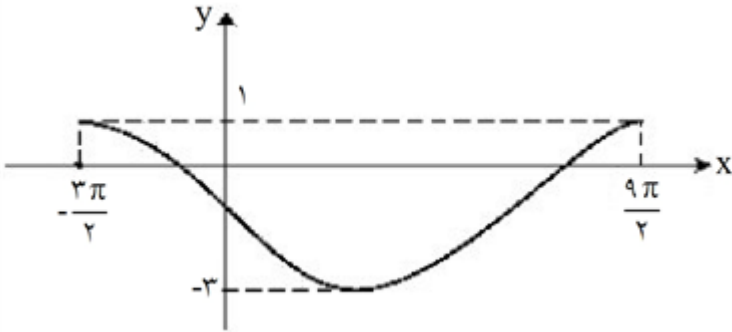
$\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$ (۳)

$\frac{2k\pi}{3}$ (۲)

$\frac{k\pi}{3}$ (۱)

سراسری-تجربی-۹۹

۳۶ شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ را در یک بازه‌ی تناوب، نشان می‌دهد. نسبت $\frac{a}{b}$ ، کدام است؟



-۶ (۴)

-۴ (۳)

-۳ (۲)

-۲ (۱)

سراسری-تجربی-۹۹

۳۷ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\cos^3 x + \cos x = 0$ ، با شرط $\cos x \neq 0$ ، کدام است؟

$k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۴)

$k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۳)

$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۲)

$\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۸ اگر $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$ و انتهای کمان α در ربع سوم باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) \cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) - \operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$

۰/۴۸ (۴)

۰/۲۷ (۳)

-۰/۵۲ (۲)

-۱/۲۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۹ مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin x \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1$ ، در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

5π (۴)

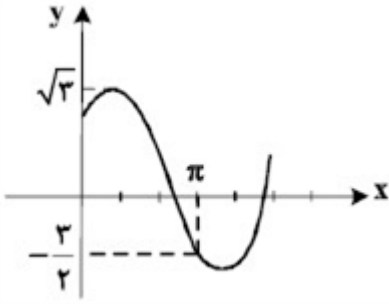
4π (۳)

3π (۲)

$\frac{5\pi}{2}$ (۱)

سراسری-تجربی-۹۸

۴۰ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ است. b کدام است؟



$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

۲ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

سراسری-تجربی-۹۸

۴۱ مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin^2 x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$ ، در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟

5π (۴)

$\frac{9\pi}{2}$ (۳)

4π (۲)

$\frac{14\pi}{3}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴۲ اگر $\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} = 1$ باشد، مقدار $\tan^2 x$ ، کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$-\frac{3}{2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴۳ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\cos^3 x + \cos x = 0$ ، با شرط $\cos x \neq 0$ کدام است؟

$k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۴)

$k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۳)

$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۲)

$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴۴ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\frac{\sin^3 x}{\cos\left(\frac{2\pi}{2} + x\right)} = 1$ ، به کدام صورت است؟

$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۴)

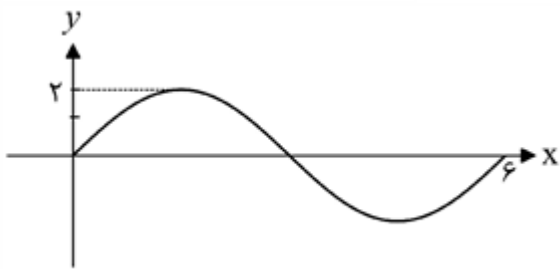
$2k\pi \pm \frac{3\pi}{4}$ (۳)

$2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۲)

$k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. $a + b$ کدام است؟



$$\frac{8}{3} \quad \text{۴}$$

$$\frac{7}{2} \quad \text{۳}$$

$$\frac{5}{2} \quad \text{۲}$$

$$\frac{4}{3} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۴۶ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $\tan^2 x \cos^2 x = 1$ به کدام صورت است؟

$$2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad \text{۴}$$

$$2k\pi - \frac{\pi}{4} \quad \text{۳}$$

$$k\pi + \frac{\pi}{4} \quad \text{۲}$$

$$k\pi - \frac{\pi}{4} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۴۷ جواب کلی معادلهی مثلثاتی $\cos^2 x + 3 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 2 = 0$ به کدام صورت است؟

$$(2k + 1)\pi \quad \text{۴}$$

$$\frac{k\pi}{2} \quad \text{۳}$$

$$2k\pi \quad \text{۲}$$

$$k\pi \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۴۸ اگر $f(x) = x - \sqrt{x}$ و $g(x) = \sin^4 x$ باشند، ضابطه‌ی تابع $f \circ g$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \cos^2 2x \quad \text{۴}$$

$$\frac{1}{4} \cos^2 2x \quad \text{۳}$$

$$-\frac{1}{2} \sin^2 2x \quad \text{۲}$$

$$-\frac{1}{4} \sin^2 2x \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۴۹ نمودار تابع $y = 3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$ ، روی بازه $\left[-\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ در چند نقطه محور x ها را قطع می‌کند؟

$$5 \quad \text{۴}$$

$$4 \quad \text{۳}$$

$$3 \quad \text{۲}$$

$$2 \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

$$T = \frac{\frac{\pi}{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دوره تناوب $f(x) = \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})$ نصف دوره تناوب $f(x)$ است.

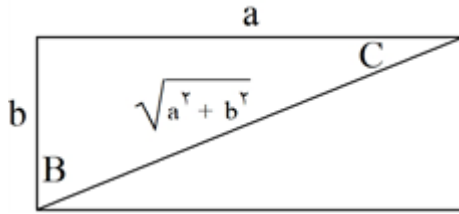
۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۲

$$\tan B = \frac{a}{b}$$

$$\tan C = \frac{b}{a}$$



$$\sqrt{ab} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow a^2 + b^2 = \sqrt{2} ab \Rightarrow \begin{cases} (a+b)^2 = \sqrt{2} ab \Rightarrow a+b = \sqrt{\sqrt{2} ab} \\ (a-b)^2 = \sqrt{2} ab \Rightarrow a-b = \sqrt{\sqrt{2} ab} \end{cases}$$

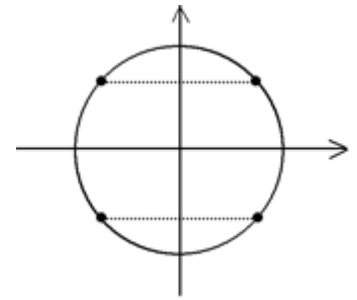
$$\sqrt{\sqrt{2} ab} \times \sqrt{\sqrt{2} ab} = \sqrt{2} \sqrt{2} ab$$

$$\tan(B - C) = \frac{\tan B - \tan C}{1 + \tan B \tan C} = \frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{1 + \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{\frac{a^2 - b^2}{ab}}{1 + 1} = \frac{(a-b)(a+b)}{2ab}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{2} \sqrt{2} ab}{ab}}{\frac{\sqrt{2}}{1}} = \sqrt{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۳



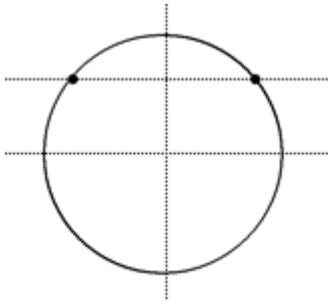
$$\sqrt{1 - \sin^2 x} = \sin x + 1 \Rightarrow \sqrt{1 - \sin^2 x} + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} \\ x = \frac{5\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۴

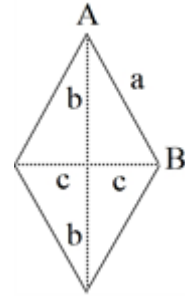
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} - \sin \frac{\sqrt{2}x}{a} \Rightarrow T = \frac{\sqrt{2}\pi}{\left|\frac{\sqrt{2}}{a}\right|} = |a|\pi = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \Rightarrow |a| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$y = \cos ax \Rightarrow T = \frac{\sqrt{2}\pi}{|a|} = \frac{\sqrt{2}\pi}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 2\pi$$



$$\begin{aligned} \cos^2 x &= 3 \sin x - 1 \Rightarrow 1 - 2 \sin^2 x = 3 \sin x - 1 \\ 2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 &= 0 \Rightarrow \sin x = \begin{cases} -2 & \text{غ ق ق} \\ \frac{1}{2} & \text{ق ق} \end{cases} \\ \Rightarrow x &= \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{6} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$a = \sqrt{2b \times 2c} \Rightarrow a^2 = 4bc$$

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 + c^2 - 4bc = 0 \Rightarrow \left(\frac{b}{c}\right)^2 - 4\left(\frac{b}{c}\right) + 1 = 0 \\ \Rightarrow \frac{b}{c} &= 2 \pm \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\tan\left(\frac{A}{2} - \frac{B}{2}\right) = \frac{\tan \frac{A}{2} - \tan \frac{B}{2}}{1 + \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2}}$$

$$\tan \frac{A}{2} = \frac{c}{b} = 2 + \sqrt{3} \quad \tan \frac{B}{2} = \frac{b}{c} = 2 - \sqrt{3}$$

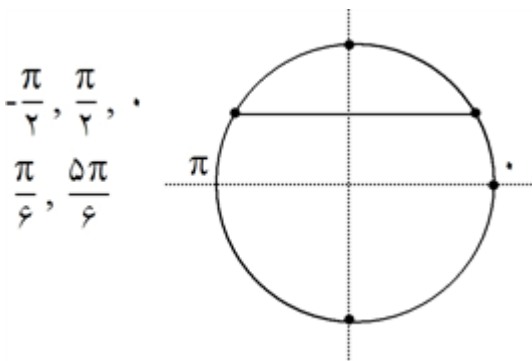
$$\Rightarrow \tan\left(\frac{A}{2} - \frac{B}{2}\right) = \frac{(2 + \sqrt{3}) - (2 - \sqrt{3})}{1 + 1} = \sqrt{3}$$

$$y = 1 + \sin ax \xrightarrow{a < 0} T = \frac{2\pi}{|a|} = \pi \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a = -2$$

$$y = 3 \cos\left(\frac{x}{a}\right) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{a}\right|} = |a| (2\pi) = 4\pi$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\begin{aligned} 2 \sin x \cos x - 4 \sin^2 x \cos x &= 0 \\ \Rightarrow 2 \sin x \cos x (1 - 2 \sin x) &= 0 \\ \Rightarrow \sin^2 x (1 - 2 \sin x) &= 0 \end{aligned}$$

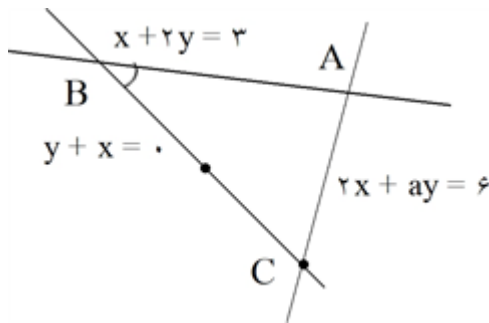
$$\Rightarrow \begin{cases} \sin^2 x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \\ 1 - 2 \sin x = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Cotg} \left(\frac{\pi}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}x \right) = \text{Cos} \left(\frac{\pi}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}x \right) \Rightarrow -\text{tg}(\sqrt{2}x) = -\text{Sin} \sqrt{2}x \Rightarrow \text{tg}(\sqrt{2}x) = \frac{\sqrt{2} \text{tg}(\sqrt{2}x)}{1 + \text{tg}^2 \sqrt{2}x}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{tg}(\sqrt{2}x) = 0 \Rightarrow \sqrt{2}x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{\sqrt{2}} \\ \text{یا} \\ 1 + \text{tg}^2 \sqrt{2}x = \sqrt{2} \Rightarrow \text{tg}^2 \sqrt{2}x = \pm 1 \Rightarrow \sqrt{2}x = k\pi \pm \frac{\pi}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{\sqrt{2}} \pm \frac{\pi}{2} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} -\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4} \\ x_1 = -\frac{\pi}{2} \\ x_2 = \frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = x_2 - x_1 = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sqrt{2}\alpha = \frac{\sqrt{2}\pi}{\sqrt{2}} = \text{Cos}(\sqrt{2}\alpha) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون مرکز دایره‌ای که از ۳ رأس C, B, A می‌گذرد روی ضلع BC قرار دارد پس مثلث در رأس A قائم‌الزاویه است.



$$m_{AB} \cdot m_{AC} = -1 \Rightarrow \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \left(-\frac{\sqrt{2}}{a}\right) = -1 \Rightarrow a = -1$$

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ y + x = 0 \\ 2x - y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(3, 0) \\ B(-3, 3) \\ C(2, -2) \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} AB = \sqrt{3^2 + 9} = 3\sqrt{2} \\ AC = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{tg}(\widehat{B}) = \frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \text{tg}(\widehat{C}) = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{tg}(B - C) = \frac{\text{tg} B - \text{tg} C}{1 + \text{tg} B \text{tg} C}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} - 3}{1 + 1} = -\frac{4}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{Cotg}(B - C) = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Sin} \sqrt{2}\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Cos} \sqrt{2}\alpha \Rightarrow y = a \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Cos} \left(\frac{\pi}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}bx \right) \right) + c$$

$$\Rightarrow y = -\frac{a}{\sqrt{2}} \text{Sin}(\sqrt{2}bx) + \left(\frac{a}{\sqrt{2}} + c \right)$$

$$\left(-\frac{a}{\sqrt{2}}\right) \cdot (\sqrt{2}b) > 0 \Rightarrow ab < 0$$

تابع در همسایگی صفر صعودی است. پس:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a}{\sqrt{2}} + c = \frac{-2+1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{a}{\sqrt{2}} + c = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \left| -\frac{a}{\sqrt{2}} \right| = \frac{1-(-2)}{\sqrt{2}} \Rightarrow |a| = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a = 3, c = -2 \\ \text{یا} \\ a = -3, c = 1 \end{array}$$

$$\frac{\sqrt{2}\pi}{|\sqrt{2}b|} = \frac{15\pi}{4} - \left(\frac{-5\pi}{4} \right) \Rightarrow |b| = \frac{1}{5}$$

$$ab = -3 \times \frac{1}{5} = -0.6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$\sin\left(\frac{\pi + \sqrt{x}}{2}\right) \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} + \sqrt{x}\right) = \cos \sqrt{x}$$

$$\cos\left(\frac{\pi + \sqrt{x}}{2}\right) \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} + \sqrt{x}\right) = -\sin \sqrt{x}$$

$$\Rightarrow \sin \sqrt{x} = \cos \sqrt{x} \Rightarrow \sqrt{x} \sin \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} = \cos \sqrt{x} \xrightarrow{\cos \sqrt{x} \neq 0} \sin \sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\xrightarrow{[0, \pi]} \sqrt{x} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}, \frac{5\pi}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = \frac{5\pi}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{\sqrt{2}} = \frac{4\pi}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \Rightarrow \operatorname{tg} \sqrt{x} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{\pi}{b} = \frac{9\pi}{20} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{5} \Rightarrow b = 5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۳

$$\left. \begin{array}{l} a + c = 1 \\ 1 + c = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a = 3 \\ c = -2 \end{array}$$

$$ab = 15$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون مرکز روی BC قرار دارد، پس $\hat{A} = 90^\circ$ ۱۴

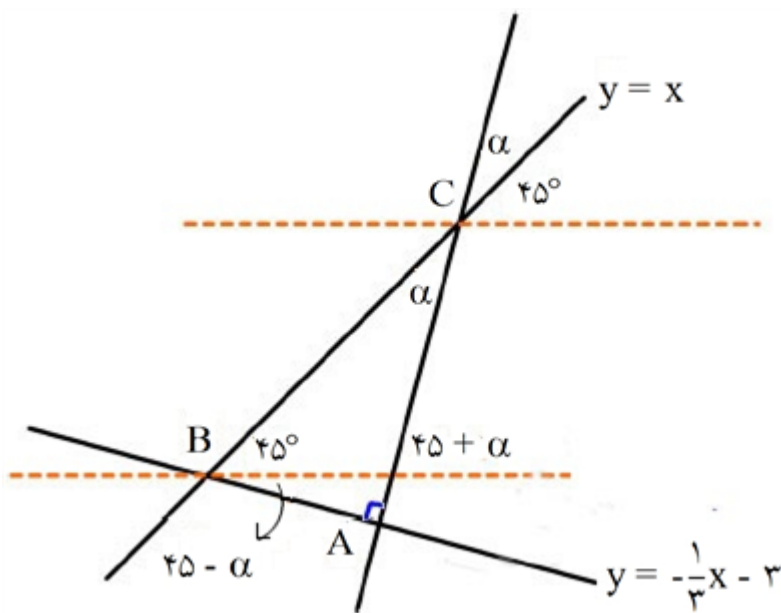
$$\operatorname{tg}(\sqrt{2} + \alpha) = \sqrt{2} \Rightarrow \operatorname{tg}(90^\circ + \sqrt{2}\alpha)$$

$$\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow -\operatorname{Cotg} \sqrt{2}\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \operatorname{Cotg} \sqrt{2}\alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\hat{B} - \hat{C} = 90^\circ - \alpha - \alpha = 90^\circ - \sqrt{2}\alpha$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}(\hat{B} - \hat{C}) = \operatorname{Cotg} \sqrt{2}\alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$



$$\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵

$$\operatorname{tg} \sqrt{x} = \operatorname{Cotg} x \Rightarrow \operatorname{tg} \sqrt{x} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow \sqrt{x} = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow \sqrt{x} = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{\sqrt{2}} \xrightarrow{-\pi \leq x \leq \pi} k = \underbrace{-3, -2, -1, 0, 1, 2}_6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{2}}; T = \frac{\sqrt{2}\pi}{b} \Rightarrow \frac{\pi}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\pi}{b} \Rightarrow b = 2$$

$$\begin{cases} y_{\max} = |a| + c = 1 \\ y_{\min} = -|a| + c = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow c = \frac{2}{\sqrt{2}}; bc = 2 \times \frac{2}{\sqrt{2}} \Rightarrow bc = 2\sqrt{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۷

$$\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{Cotg} \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{-\cos^2 \alpha}{\frac{1}{3} \sin^2 \alpha} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \operatorname{Cotg}^2 \alpha = -\frac{2}{3} \Rightarrow \operatorname{tg}^2 \alpha = -\frac{3}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$\frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x} \Rightarrow \cos^2 x = (1 + \sin x)^2 \Rightarrow (1 - \sin^2 x) = (1 + \sin x)^2$$

$$\Rightarrow (1 - \sin x)(1 + \sin x) = (1 + \sin x)(1 + \sin x) \Rightarrow 1 - \sin x = 1 + \sin x \Rightarrow 2 \sin x = 0$$

$$\Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow \text{اختلاف} = \pi - 0 = \pi$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۹

$$\underbrace{\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}_{\alpha} \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)}_{\beta} = 1$$

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \sin \alpha = \cos \beta$$

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 1 \Rightarrow \cos^2\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \pm 1 \Rightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$x - \frac{\pi}{3} = k\pi \Rightarrow \left. \begin{matrix} x = k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 0 \leq x \leq 2\pi \end{matrix} \right\} x = \frac{\pi}{3}, x = \pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow$$

این معادله در این فاصله ۲ جواب دارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (نمودار در صفر می‌نیمم دارد پس $a < 0$) ۲۰

$$\left. \begin{matrix} |a| + c = 2/5 \\ -|a| + c = -0/5 \end{matrix} \right\} c = 1, |a| = 1/5$$

$$a = -1/5$$

$$ac = -1/5$$

$$\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{5}}{2} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 1 + \sin^2 x = 1/2 \Rightarrow \sin^2 x = 1/2$$

$$\sin^2 x = \frac{\tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \Rightarrow \frac{\tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \tan^2 x = 1 + \tan^2 x$$

$$\Rightarrow 2 \tan^2 x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = -1 \end{cases} \quad \text{فقط } \frac{1}{2} \text{ در گزینه‌ها موجود است.}$$

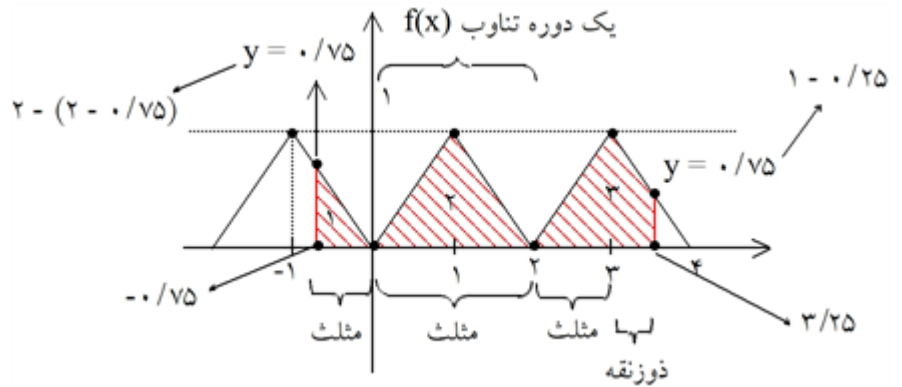
$$1/\cos x = 1 + \tan^2 x \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} \Rightarrow \cos^2 x = 1/2 \Rightarrow \cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \begin{cases} x = \pi/4 \\ \text{یا} \\ x = 3\pi/4 \end{cases}$$

$$c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{5 + 1}{2} = 3$$

$$-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4} \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} - x < \frac{\pi}{2} \quad \text{گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۲۴}$$

پس کمان موردنظر در ربع اول است در این بازه تانژانت مثبت است.

$$\frac{1-m}{2+m} > 0 \Rightarrow -2 < m < 1 \quad \text{پس:}$$



$$S = \underbrace{\left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{4}\right)}_{S_1} \times \frac{1}{2} + \underbrace{\frac{1 \times 2}{2}}_{S_2} + \underbrace{\frac{1 \times 1}{2}}_{S_3} + \underbrace{\left(1 + \frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{4}}_{S_4} = \frac{9}{32} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{7}{32} = 2$$

$$5 \sin^2 x + 2 \cos^2 x = -2 \Rightarrow 5 \sin^2 x + 2 \cos^2 x + 2 = 0$$

$5 \sin^2 x + 2 \cos^2 x + 2$ توابعی نامنفی‌اند پس باید هم زمان صفر باشند تا مجموع صفر گردد لذا

$$5 \sin^2 x = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow x = -\pi, 0, \pi$$

از این سه مقدار فقط دو مقدار $-\pi, \pi$ عبارت $2 \cos^2 x + 2$ را صفر می‌کند پس معادله ۲ جواب دارد

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - (-\sin(\pi - \alpha))}{|\operatorname{tg}^2 \alpha - 1|} = \frac{\cos \alpha + \sin(\pi - \alpha)}{|\operatorname{tg}^2 \alpha - 1|} = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{|\operatorname{tg}^2 \alpha - 1|}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3} \text{ (ربع ام)}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{-\sqrt{5}}{2} = \frac{\frac{-\sqrt{5}}{3} + \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{2 - \sqrt{5}}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{2(2 - \sqrt{5})}{3}$$

$$f\left(\frac{\pi}{12}\right) = f(15^\circ) = 32 \times \cos^2(15^\circ) \cos^2(30^\circ) \cos^2(45^\circ) \cos^2(75^\circ) \cos^2(90^\circ)$$

$$\cos 90^\circ = \cos(180^\circ - 90^\circ) = -\cos 90^\circ$$

$$\cos 75^\circ = \cos(180^\circ - 75^\circ) = -\cos 75^\circ$$

$$= 32 \times \cos^2(15^\circ) \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8} \cos^2(15^\circ)$$

$$\cos^2 x = 2 \cos^2 x - 1 \Rightarrow \cos 30^\circ = 2 \cos^2 15^\circ - 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \cos^2 15^\circ - 1$$

$$\cos^2 15^\circ = \frac{\sqrt{3} + 2}{4} \Rightarrow \frac{3}{8} \times \frac{\sqrt{3} + 2}{4} = \frac{3 + 3\sqrt{3}}{32} = \frac{3 + \sqrt{27}}{32}$$

در صورت سؤال مطرح شده رأس مثلث متساوی الساقین کدام است.

فرض کنیم در این جا $AB = AC = ۶$ باشد. در این صورت ارتفاع AH میانه هم هست پس $BH = CH$.

در مثلث های قائم الزاویه ABH و BCH چون $\widehat{B} = ۷۵^\circ$ پس $\widehat{A}_1 = \widehat{C}_1 = ۱۵^\circ$ بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A}_1 = \widehat{C}_1 = ۱۵^\circ \\ \widehat{H} = \widehat{H}' = ۹۰^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{(ز)} \triangle ABH \sim \triangle OCH \Rightarrow \frac{OH}{BH} = \frac{OC}{AB} \quad (۱)$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \sin^2 ۱۵^\circ = \frac{1 - \cos ۳۰^\circ}{2} \Rightarrow \sin ۱۵^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \cos^2 ۱۵^\circ = \frac{1 + \cos ۳۰^\circ}{2} \Rightarrow \cos ۱۵^\circ = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$$

$$\tan ۱۵^\circ = \frac{\sin ۱۵^\circ}{\cos ۱۵^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}}{\frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} \times \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 - \sqrt{3}}} = ۲ - \sqrt{3}$$

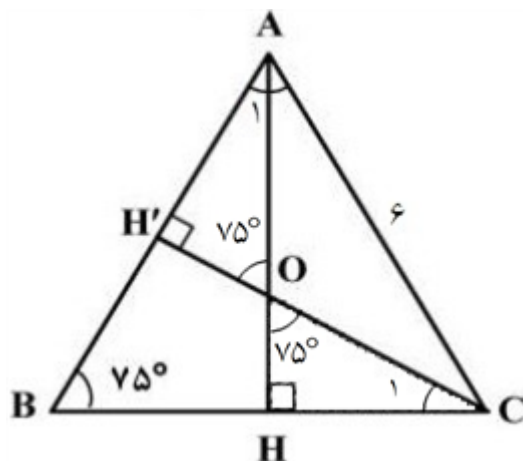
$$\triangle OHC : \operatorname{tg} \widehat{C}_1 = \frac{OH}{CH} \xrightarrow{\widehat{C}_1 = ۱۵^\circ} \operatorname{tg} ۱۵^\circ = \frac{OH}{CH} \xrightarrow{CH=BH} \operatorname{tg} ۱۵^\circ = \frac{OH}{BH} \quad (۲)$$

$$۱, ۲ \text{ از } \Rightarrow \frac{OC}{AB} = \operatorname{tg} ۱۵^\circ \xrightarrow{AB=۶} OC = ۶ \operatorname{tg} ۱۵^\circ \Rightarrow OC = ۶(۲ - \sqrt{3})$$

در مثلث قائم الزاویه OHC چون یک زاویه ی حاده ۱۵° است پس ارتفاع وارد بر OC مساوی $\frac{1}{۴}$ آن است.

$$S_{OHC} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{۴} OC \right) (OC) = \frac{1}{8} OC^2 = \frac{1}{8} (۳۶(۲ - \sqrt{3})^2) = \frac{9}{2} (۷ - ۴\sqrt{3})$$

$$= \frac{9(۷ - ۴\sqrt{3})(۷ + ۴\sqrt{3})}{2(۷ + ۴\sqrt{3})} = \frac{9}{2(۷ + ۴\sqrt{3})}$$



$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x \cos^2 x = \cos^2 x + \sin^2 x = -\sin^2 x \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$\Rightarrow -\sin^2 x \cos^2 x - \sin^2 x = 0 \Rightarrow -\sin^2 x (\cos^2 x + 1) = 0$$

$$\sin^2 x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow$$

k	۰	۱	۲
x	۰	π	2π

$$\cos^2 x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

k	۰	۱	۲
x	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{5\pi}{2}$

در مجموع ۵ ریشه در بازه $[0, 2\pi]$ وجود دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\alpha + \pi)}{\cotg(2\alpha)} = \frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{\cotg 2\alpha}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{\frac{2}{2}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{\frac{2}{2}}{\frac{25}{16}} = \frac{24}{25}$$

$$\frac{1}{\cotg 2\alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\frac{2}{2}}{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\frac{2}{2}}{\frac{7}{16}} = \frac{24}{7}$$

$$\cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{-1}{\sqrt{\frac{25}{16}}} = \frac{-4}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{\cotg 2\alpha} = \frac{\frac{24}{25} - \left(-\frac{4}{5}\right)}{\frac{7}{24}} = \frac{\frac{24+20}{25}}{\frac{7}{24}} = \frac{1056}{175}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \sin^2 \left(\frac{\pi}{12} \right) = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

$$\frac{1}{16} \sin 48x$$

$$\frac{1}{8} \sin 24x$$

$$\frac{1}{4} \sin 12x$$

$$\frac{1}{2} \sin 6x$$

$$f(x) = \frac{16(\sin 3x \cos 3x \cos 6x \cos 12x \cos 24x)^2}{\sin^2 3x}$$

$$f(x) = \frac{\frac{1}{16} \sin^2(48x)}{\sin^2(3x)} = \frac{1}{16} \frac{\sin^2\left(\frac{4\pi}{3}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right)} = \frac{1}{16} \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} = \frac{3}{16} (2 + \sqrt{3}) = \frac{6 + 3\sqrt{3}}{16}$$

$$2 \sin(3x) \cos(3x) = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2 \sin(6x) = 1 \Rightarrow \sin(6x) = \frac{1}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{36} \Rightarrow \begin{cases} k=0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{36} \\ k=1 \Rightarrow x = \frac{13\pi}{36} \end{cases} \\ 6x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{5\pi}{36} \Rightarrow \begin{cases} k=0 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{36} \\ k=1 \Rightarrow x = \frac{17\pi}{36} \end{cases} \end{array} \right.$$

این معادله در بازه $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ دارای ۴ جواب است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$T = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 3 \Rightarrow b = \pm 3 \Rightarrow \text{گزینه ۳ و ۴ غلط}$$

$$\begin{cases} \max : |a| + c = 1 \\ \min : -|a| + c = -3 \end{cases} \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow c = -1 \text{ گزینه ۲ غلط}$$

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \Rightarrow (1) \quad 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} - x \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

$$(2) \quad 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} + x \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} + x$$

$$\Rightarrow x = 2k\pi + \pi = (2k + 1)\pi$$

$$(1) \cup (2) = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

$$T = \frac{9\pi}{2} - \left(-\frac{3\pi}{2}\right) = 6\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{3}$$

$$\min = -3 \Rightarrow -|a| + c = -3 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow |a| = 2$$

$$\max = 1 \Rightarrow |a| + c = 1$$

چون نمودار تابع سینوس باضرب منفی است. (نمودار رو به پایین است). بنابراین $a = -2$ و $b = \frac{1}{3}$

$$b = \frac{1}{3}, a = -2 \Rightarrow \frac{a}{b} = -6 \quad \text{می‌باشد.}$$

البته می‌توان $a = 2, b = -\frac{1}{3}$ در نظر گرفت که جواب نهایی باز هم -۶ می‌شود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $\cos 3x + \cos x = 0 \Rightarrow \cos 3x = -\cos x \Rightarrow \cos(3x) = \cos(\pi - x)$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow 4x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad \checkmark \\ \text{یا} \\ 3x = 2k\pi - \pi + x \Rightarrow 2x = 2k\pi - \pi \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{2} \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\cos\left(k\pi - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad \text{چون}$$

$$\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{8\pi + \pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(\frac{4\pi - \pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$$

$$\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = -\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\operatorname{Cotg} \alpha$$

$$\cos \alpha (-\sin \alpha) + \operatorname{Cotg} \alpha = -\frac{1}{2} \sin 2\alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = -\frac{1}{2} \times \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$= -\frac{1}{2} \times \frac{2 \times \frac{4}{3}}{1 + \frac{16}{9}} + \frac{3}{4} = \frac{27}{100}$$

$$4 \sin x \sin \left(\frac{3\pi}{2} - x \right) = 1 \Rightarrow 4 \sin x (-\cos x) = 1 \Rightarrow -2(2 \sin x \cos x) = 1$$

$$\Rightarrow -2 \sin 2x = 1 \Rightarrow \sin 2x = \left(-\frac{1}{2} \right) \Rightarrow \sin(2x) = \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = k\pi - \frac{\pi}{12} \\ x_2 = k\pi + \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

k	۰	۱	۲
x_1	×	$\pi - \frac{\pi}{12}$	$2\pi - \frac{\pi}{12}$
x_2	$\frac{5\pi}{12}$	$\pi + \frac{5\pi}{12}$	×

$$\text{مجموع} = \pi - \frac{\pi}{12} + 2\pi - \frac{\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} + \pi + \frac{5\pi}{12} = 4\pi + \pi = 5\pi$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شروع صعودی به ازای $x > 0$ پس $b > 0$ بنابراین برای آنکه تابع ماکزیمم شود

باید $\sin \left(\frac{\pi}{2} \right) = 1$ باشد، در نتیجه $x = \frac{\pi}{6}$ است یعنی تابع از نقطه $\left(\frac{\pi}{6}, \sqrt{3} \right)$ می‌گذرد.

$$\left(\frac{\pi}{6}, \sqrt{3} \right) \Rightarrow a + b \sin \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} \right) = \sqrt{3} \Rightarrow a + b = \sqrt{3} \Rightarrow a = \sqrt{3} - b$$

$$f(\pi) = -\frac{3}{2} \Rightarrow a + b \sin \left(\pi + \frac{\pi}{3} \right) = -\frac{3}{2} \Rightarrow a - \frac{\sqrt{3}}{2}b = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow b + \frac{\sqrt{3}}{2}b = \sqrt{3} + \frac{3}{2} \Rightarrow b \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \sqrt{3} \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \Rightarrow b = \sqrt{3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2 \sin x \cos x + \sin x = 0 \Rightarrow \sin x (2 \cos x + 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = 0, \pi, 2\pi$$

$$2 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}, x = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

$$\pi + 2\pi + \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = 5\pi$$

در اینجا نیازی برای به دست آوردن جواب‌های کلی معادله‌ی مثلثاتی نیست، فقط کافی است جواب‌ها را در فاصله‌ی داده شده، مشخص کنیم.

$$\tan \frac{x}{\sqrt{2}} - \cot \frac{x}{\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow \frac{\sin \frac{x}{\sqrt{2}}}{\cos \frac{x}{\sqrt{2}}} - \frac{\cos \frac{x}{\sqrt{2}}}{\sin \frac{x}{\sqrt{2}}} = 1 \Rightarrow \frac{\sin^2 \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) - \cos^2 \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)}{\sin \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \cdot \cos \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{-\cos x}{\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x} = 1 \Rightarrow -\cot x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \tan x = -\sqrt{2}$$

$$\tan \sqrt{2}x = \frac{\sqrt{2} \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{\sqrt{2}(-\sqrt{2})}{1 - (-\sqrt{2})^2} = \frac{-2}{1 - 2} = \frac{2}{1}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. روش اول: ۴۳

$$\cos \sqrt{2}x + \cos x = 0 \Rightarrow \cos \sqrt{2}x = -\cos x \Rightarrow \cos \sqrt{2}x = \cos(\pi - x)$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}x = \sqrt{2}k\pi \pm (\pi - x) \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2}x = \sqrt{2}k\pi + \pi - x \Rightarrow \sqrt{2}x = \sqrt{2}k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{\sqrt{2}} \text{ ق ق} \\ \sqrt{2}x = \sqrt{2}k\pi - \pi + x \Rightarrow \sqrt{2}x = \sqrt{2}k\pi - \pi \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{\sqrt{2}} \text{ غ ق} \end{cases}$$

نکته: $x = k\pi - \frac{\pi}{\sqrt{2}}$ غیر قابل قبول است زیرا به‌ازای آن $\cos x = 0$ می‌شود که در صورت سؤال گفته شده $(\cos x \neq 0)$

$$** \cos \sqrt{2}x = \sqrt{2} \cos^2 x - \cos x \quad \text{روش دوم:}$$

$$\cos \sqrt{2}x + \cos x = 0 \Rightarrow \sqrt{2} \cos^2 x - \cos x + \cos x = 0 \Rightarrow \sqrt{2} \cos^2 x - \cos x = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \cos x (\sqrt{2} \cos x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2} \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \text{ ق ق} \\ \sqrt{2} \cos x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{\pm\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ۴۴

$$\frac{\sin \sqrt{2}x}{\cos \left(\frac{\sqrt{2}\pi}{\sqrt{2}} + x\right)} = 1 \Rightarrow \frac{\sin \sqrt{2}x}{\sin x} \Rightarrow \sin \sqrt{2}x = \sin x$$

$$\sqrt{2}x = \sqrt{2}k\pi + x \Rightarrow x = k\pi \text{ ق ق}$$

$$\sqrt{2}x = \sqrt{2}k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{\sqrt{2}}$$

دقت شود $\sin x$ در مخرج کسر قرار دارد و ریشه‌های $\sin x$ جزء دامنه نمی‌باشد. پس $x = k\pi$ باید از مجموعه جوابحذف شود، یعنی جواب کلی معادله برابر است با: $x = \frac{k\pi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{\sqrt{2}}$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار رسم شده متوجه می‌شویم دوره‌ی تناوب تابع ۶ می‌باشد و می‌دانیم

دوره‌ی تناوب تابع $y = a \sin bx$ از رابطه‌ی $T = \frac{2\pi}{|b|}$ به دست می‌آید. پس داریم:

$$y = a \sin(b\pi x) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 6 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|\pi} = 6 \Rightarrow \frac{1}{|b|} = 3 \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

از طرفی در تابع $y = a \sin bx$ ماکزیمم تابع برابر $|a|$ است. چون در حاصل ماکزیمم برابر ۲ است. پس:

$$|a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2$$

یکسان باشند. یعنی برای a و b دو حالت ایجاد می‌شود.

$$a = 2, b = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 2 \sin \frac{\pi x}{3} \Rightarrow a + b = \frac{7}{3}$$

$$a = -2, b = -\frac{1}{3} \Rightarrow y = -2 \sin \left(\frac{-\pi x}{3} \right) = 2 \sin \frac{\pi x}{3} \Rightarrow a + b = -\frac{7}{3}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$2 \tan x \cos^2 x = 1 \Rightarrow 2 \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \cos^2 x = 1 \Rightarrow 2 \sin x \cdot \cos x = 1 \Rightarrow \sin 2x = 1$$

$$\Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\cos^2 x + 3 \sin \left(\frac{\pi}{2} + x \right) + 2 = 0 \Rightarrow \cos^2 x + 3 \cos x + 2 = 0 \xrightarrow{\cos x = t}$$

$$t^2 + 3t + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi + \pi = (2k+1)\pi \\ \cos x = -2 \end{cases}$$

غ ق ق ق

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = \sin^2 x - \sqrt{\sin^2 x} = \sin^2 x - \sin x$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$= \sin^2 x (\sin^2 x - 1) = -\sin^2 x \cos^2 x = -\left(\frac{1}{2} \sin 2x \right)^2 = -\frac{1}{4} \sin^2 2x$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$3 \sin \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{4} - 2x = k\pi \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = (4k+1) \frac{\pi}{8}$$

$$-\pi \leq (4k+1) \frac{\pi}{8} \leq \frac{3\pi}{4} \Rightarrow -8 \leq 4k+1 \leq 12 \Rightarrow -2/25 \leq k \leq 2/75 \Rightarrow k \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴

