

۱) اگر نقطه $(\frac{1}{4}, 1)$ روی تابع وارون تابع $y = \frac{ax}{1 + |x|}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- ۱) -۳ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $-\frac{1}{2}$ ۴) ۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲) اگر نقطه $(-\frac{1}{8}, -\frac{3}{5})$ روی تابع وارون تابع $y = \frac{x}{a + a|x|}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- ۱) $\frac{5}{27}$ ۲) ۵ ۳) ۳ ۴) $\frac{3}{5}$

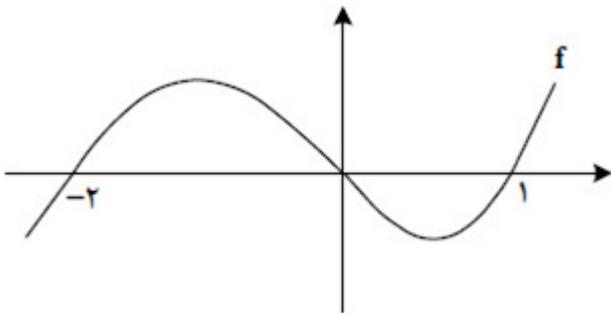
سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۳) ریشه‌های معادله $ax^2 - ax + b = 0$ نیم‌واحد از ریشه‌های معادله $ax^2 + ax - 6 = 0$ بیشتر است. مقدار $\left[\frac{ab}{4}\right]$ کدام است؟ (□ نماد جزء صحیح است.)

- ۱) -۴ ۲) -۳ ۳) -۲ ۴) -۱

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۴) نمودار مقابل، تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{-\frac{f(x)}{f(2+x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



- ۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۵

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۵) نمودار وارون تابع $f(x) = \frac{x-3}{2}$ را در راستای محور y ها، ۶ واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم. اگر نقطه تلاقی نمودار منحنی حاصل با نمودار f باشد، فاصله A از مبدأ مختصات کدام است؟

- ۱) $2\sqrt{5}$ ۲) $\sqrt{5}$ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) $\sqrt{2}$

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۶ اگر $0 < \frac{1-3x}{x+1} < -2$ باشد، مجموعه مقادیر $\left[\frac{x}{2}\right]$ چند عضو دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

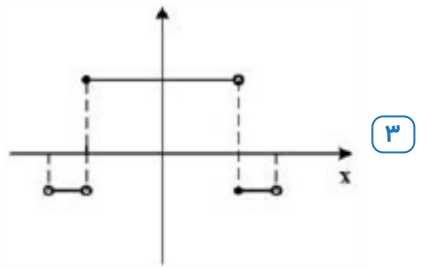
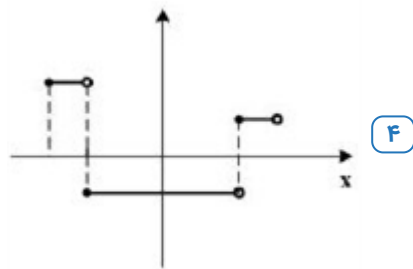
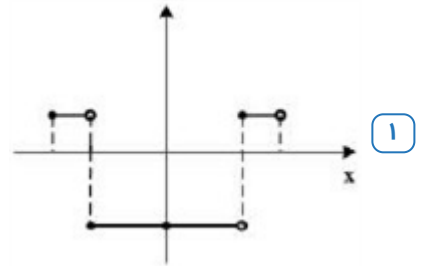
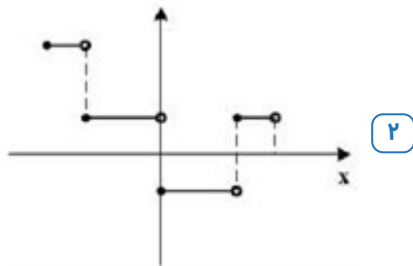
کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۷ اگر $0 \leq \frac{4-2x}{3x+1}$ باشد، مجموعه مقادیر $[3x]$ چند عضو دارد؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

سراسری - تجربی - تیرماه ۱۴۰۱

۸ نمودار تابع $y = 2||3x| - 1|$ به ازای $-\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2}$ ، کدام است؟



سراسری - تجربی - ۱۴۰۰

۹ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ را در امتداد محور x ها، ۱۲ واحد در جهت مثبت و سپس در امتداد محورهای y ها، ۲ واحد در جهت مثبت، انتقال می‌دهیم. فاصله‌ی نقطه‌ی برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

- ۴ $\sqrt{10}$ (۴) ۳ $\sqrt{17}$ (۳) ۲ $\sqrt{7}$ (۲) ۱ $\sqrt{15}$ (۱)

سراسری - تجربی - ۹۹

۱۰ اگر $[x-2] = 1$ باشد، نمودارهای دو تابع $f(x) = |x-3| - |x-4|$ و $g(x) = 2x^2 + x - 17$ در چند نقطه مشترک هستند؟

- ۴ فاقد نقطه‌ی مشترک (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۱ تابع با ضابطه $f(x) = |x^3|$ با دامنه‌ی R ، چگونه است؟

- ۴ یک‌به‌یک (۴) ۳ وارون‌ناپذیر (۳) ۲ صعودی (۲) ۱ نزولی (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

تابع با ضابطه‌ی $f(x) = |2x - 6| - |x + 1|$ ، در یک بازه، صعودی است. ضابطه‌ی معکوس آن، در این بازه، کدام است؟

$\frac{1}{3}x + 2; x > 3$ (۲)

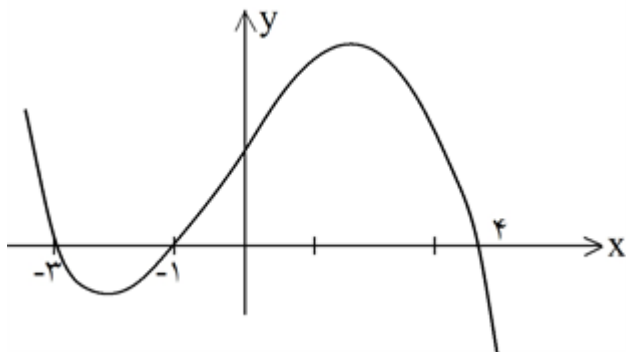
$-x + 7; x > 8$ (۱)

$\frac{1}{2}x - 1; -4 < x < 8$ (۴)

$x + 7; x > -4$ (۳)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۳ شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = f(x - 2)$ است. دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $\sqrt{xf(x)}$ ، کدام است؟



$[-5, -3] \cup [0, 2]$ (۴) $[-5, -3] \cup [-1, 2]$ (۳) $[-3, 1] \cup [0, 2]$ (۲) $[-1, 1] \cup [0, 4]$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۴ اگر $x^2 + x < 0$ باشد، حاصل $[x] + [x^2] + [x^3] + [x^4]$ کدام است؟

۱ (۴)

صفر (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۵ اگر $f(x) = [x]$ ، مجموعه‌ی مقادیر $f(x - f(x))$ کدام است؟

$\{-1, 0, 1\}$ (۴)

$\{0, 1\}$ (۳)

$\{1\}$ (۲)

$\{0\}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۶ اگر $f(x) = \sqrt{x + |x + 2|}$ ، دامنه‌ی تابع $f(-x)$ کدام است؟

$x \geq 1$ (۴)

$x \leq 1$ (۳)

$x \geq -1$ (۲)

$x \leq -1$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۷ نمودار تابع $y = [x^2]$ ، روی بازه $x \in (-2, 2)$ از چند پاره‌خط تشکیل شده است؟ (نماد $[]$ به مفهوم جزء صحیح است.)

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۸ در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 - 2[x]$ ، مقدار $f\left(-\frac{1}{2}f(\sqrt{3})\right)$ ، کدام است؟

$2/75$ (۴)

$2/5$ (۳)

$2/25$ (۲)

$1/75$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

اگر $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ، ضابطه تابع $f(x^2) - 2f(x) + 1$ کدام است؟

$$\frac{2x-1}{x^2-1} \quad \text{۴}$$

$$\frac{2x+1}{1-x^2} \quad \text{۳}$$

$$\frac{2x}{x^2-1} \quad \text{۲}$$

$$\frac{1}{1-x^2} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) = 1 \Rightarrow f(1) = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{a(-1)}{1+|-1|} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{-a}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left(-\frac{1}{8}, -\frac{3}{5}\right) \in f^{-1} \Rightarrow \left(-\frac{3}{5}, -\frac{1}{8}\right) \in f \Rightarrow \frac{-\frac{3}{5}}{a + \frac{3}{5}a} = -\frac{1}{8} \Rightarrow -\frac{3}{8a} = -\frac{1}{8} \Rightarrow a = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\alpha + \beta = \alpha' + \beta' + 1 \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{-a}{2a} + 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow 2x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha', \beta' = -2, \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha, \beta = -\frac{3}{2}, 2 \Rightarrow \frac{b}{2} = \alpha\beta = -3 \Rightarrow b = -6$$

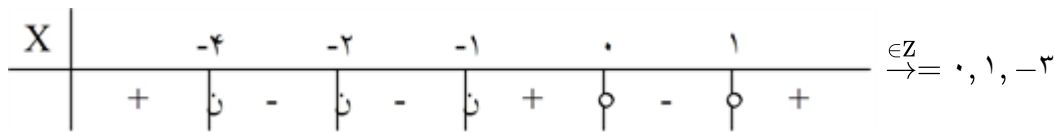
$$\left[\frac{ab}{4}\right] = \left[-\frac{6}{4}\right] = -2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$-\frac{f(x)}{f(x+2)} \geq 0 \Rightarrow \frac{f(x)}{f(x+2)} \leq 0$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = -2, 0, 1$$

$$f(x+2) = 0 \Rightarrow x+2 = -2, 0, 1 \Rightarrow x = -4, -2, -1$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{x-3}{2} \Rightarrow x-3 = 2y \Rightarrow x = 2y+3 \Rightarrow f^{-1}(x) = 2x+3 \xrightarrow{-6} g(x) = 2x-3$$

$$\begin{cases} y = \frac{x-3}{2} \\ y = 2x-3 \end{cases} \Rightarrow 2x-3 = \frac{x-3}{2} \Rightarrow A: \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow OA = \sqrt{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$-2 < \frac{1-3x}{x+1} < 0 \xrightarrow{+1} -1 < \frac{2-2x}{x+1} < 1$$

$$\Rightarrow \left|\frac{2-2x}{x+1}\right| < 1 \Rightarrow |2x-2| < |x+1| \Rightarrow (2x-2)^2 < (x+1)^2 \Rightarrow (2x-2)^2 - (x+1)^2 < 0$$

$$\Rightarrow (2x-2-x-1)(2x-2+x+1) < 0 \Rightarrow (x-3)(3x-1) < 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} < x < 3 \Rightarrow \frac{1}{6} < \frac{x}{2} < \frac{3}{2} \Rightarrow \left[\frac{x}{2}\right] = 0 \text{ یا } 1$$

$$\frac{4-2x}{3x+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{-1}{3} < x \leq 2 \Rightarrow -1 < 3x \leq 6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$[3x] = -1, 0, 1, \dots, 6$$

گزینه ۳ نادرست است. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (2|[\sqrt{x}] - 1) = -1 \Rightarrow$

گزینه‌های ۱ و ۴ نادرست هستند. $\lim_{x \rightarrow 0^-} (2|[\sqrt{x}] - 1) = 1 \Rightarrow$

بنابراین با حذف گزینه‌های ۱ و ۳ و ۴، گزینه‌ی ۲ درست است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$12 \Rightarrow x \rightarrow x - 12$ واحد در جهت مثبت محور x ها

$2 \Rightarrow y \rightarrow y + 2$ واحد در جهت مثبت محور y ها

$$\sqrt{x - 12} + 2 = \sqrt{x} \Rightarrow \underbrace{x - 12 \geq 0}_{x \geq 12} \Rightarrow x \geq 12$$

دامنه جواب

$$\sqrt{x - 12} = \sqrt{x} - 2 \Rightarrow x - 12 = x - 4\sqrt{x} + 4 \Rightarrow 4\sqrt{x} = 16 \Rightarrow \sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 16$$

$$x = 16 \Rightarrow y = 4$$

$$A(16, 4), B(0, 0) \Rightarrow AB = \sqrt{16^2 + 4^2} = \sqrt{2^8 + 2^4} = \sqrt{2^4(2^4 + 1)} = 4\sqrt{17}$$

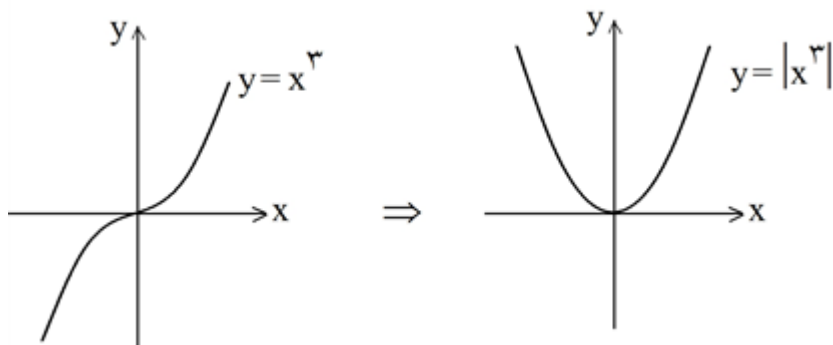
گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$[x - 2] = 1 \Rightarrow [x] = 3 \Rightarrow 3 \leq x < 4 \Rightarrow f(x) = (x - 3) + (x - 4) = 2x - 7$$

$$g(x) = f(x) \Rightarrow 2x^2 + x - 17 = 2x - 7 \Rightarrow 2x^2 - x - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 & \text{غ ق} \\ x = \frac{5}{2} & \text{غ ق} \end{cases}$$

در فاصله‌ی $(3, 4)$ نمی‌باشند.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = |2x - 6| - |x + 1| = \begin{cases} (2x - 6) - (x + 1) & x \geq 3 \\ -2x + 6 - (x + 1) & -1 \leq x < 3 \\ -2x + 6 - (-x - 1) & x < -1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x - 7 & x \geq 3 \\ -3x + 5 & -1 \leq x < 3 \\ -x + 7 & x < -1 \end{cases}$$

با توجه به ضابطه‌ها مشخص است که ضابطه‌ی $y = x - 7$ برای $x \geq 3$ صعودی است.

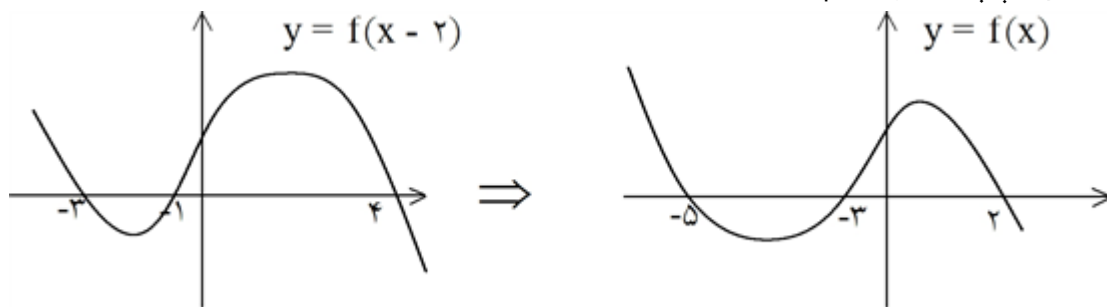
$$x \geq 3 \xrightarrow{-7} x - 7 \geq -4 \Rightarrow y \geq -4$$

$$y = x - 7 \Rightarrow y + 7 = x \xrightarrow{x \leftarrow y} y = x + 7$$

نکته: در تابع معکوس جای دامنه و برد عوض می‌شود. بنابراین $y \geq -4$ برای تابع معکوس محدوده‌ی دامنه می‌شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به این که نمودار $y = f(x - 2)$ داریم برای رسم $y = f(x)$ باید نمودار را دو واحد

به طرف چپ منتقل کنیم.



$$\sqrt{xf(x)} \Rightarrow xf(x) \geq 0 \xrightarrow{\substack{\text{باید } x \text{ و } f(x) \\ \text{هم علامت باشند}}} \begin{cases} x \geq 0 \text{ و } f(x) \geq 0 \Rightarrow x \in [0, 2] \\ x \leq 0 \text{ و } f(x) \leq 0 \Rightarrow x \in [-5, -3] \end{cases}$$

$$\Rightarrow D = [-5, -3] \cup [0, 2]$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر $x^2 + x < 0$ باشد، نتیجه می‌گیریم که $-1 < x < 0$ است. حال برای تعیین حاصل

$[x] + [x^2] + [x^3] + [x^4]$ کافی است حدود عبارتهای داخل براکت‌ها را مشخص کنیم. داریم:

$$-1 < x < 0 \Rightarrow [x] = -1$$

$$x < 0 \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم ۲}} 0 < x^2 < 1 \Rightarrow [x^2] = 0$$

$$x < 0 \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم ۳}} -1 < x^3 < 0 \Rightarrow [x^3] = -1 \Rightarrow [x] + [x^2] + [x^3] + [x^4] = (-1) + 0 + (-1) + 0 = -2$$

$$x < 0 \xrightarrow{\text{به توان می‌رسانیم ۴}} 0 < x^4 < 1 \Rightarrow [x^4] = 0$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $f(x) = [x]$ است. برای تعیین مقادیر تابع $f(x - f(x))$ یا همان $f(x - [x])$ ،

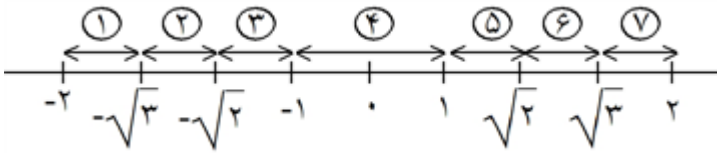
کافی است به این نکته توجه کنیم که تابع داخلی، یعنی $x - [x]$ همواره در فاصله‌ی $(0, 1)$ تغییر می‌کند، پس داریم:

$$f(x) = [x] \Rightarrow f(x - f(x)) = f(x - [x]) = [x - [x]] = 0$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \sqrt{x + |x + 2|} \Rightarrow f(-x) = \sqrt{-x + |-x + 2|} \Rightarrow -x + |-x + 2| \geq 0$$

$$\Rightarrow x \leq |x - 2| \xrightarrow{\substack{\text{به توان ۲} \\ \text{می‌رسانیم}}} x^2 \leq x^2 - 4x + 4 \Rightarrow x \leq 1$$



$$-2 < x < 2 \Rightarrow 0 \leq x^2 < 4 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 0 \leq x^2 < 1 \Rightarrow \text{یک پاره خط} \\ 1 \leq x^2 < 2 \Rightarrow \text{دوپاره خط} \\ 2 \leq x^2 < 3 \Rightarrow \text{دوپاره خط} \\ 3 \leq x^2 < 4 \Rightarrow \text{دوپاره خط} \end{array} \right\} \text{۷ پاره خط}$$

$$f(x) = x^2 - 2[x] \Rightarrow f(\sqrt{3}) = 3 - 2[\sqrt{3}] = 3 - 2 = 1$$

$$-\frac{1}{\sqrt{3}}f(\sqrt{3}) = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}f(\sqrt{3})\right) = f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{4} - 2\left[-\frac{1}{\sqrt{3}}\right] = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

$$f(x) = \frac{x}{x-1} \Rightarrow f(x^2) - 2f(x) + 1 = \frac{x^2}{x^2-1} - \frac{2x}{x-1} + 1 = \frac{x^2 - 2x(x+1) + x^2 - 1}{x^2 - 1}$$

$$\frac{x^2 - 2x^2 - 2x + x^2 - 1}{x^2 - 1} = \frac{-2x - 1}{x^2 - 1} = \frac{2x + 1}{1 - x^2}$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴

