



p30konkor.com

۱ سهمی گذرا از نقاط  $(1, a)$  و  $(-2, a)$  بر خط  $y + 3 = 0$  مماس بوده و از هر چهار ناحیه مختصات می‌گذرد. اگر فاصله نقطه برخورد سهمی با محور عرض‌ها تا مبدأ مختصات ۲ واحد باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱) ۲۰
- ۲) -۲۰
- ۳) -۶
- ۴) ۶

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۲ نقاط  $(1, \beta)$  و  $(-5, \beta)$  روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر  $-\frac{1}{4}$  است. اگر سهمی محور  $y$ ها را در

نقطه‌ای به عرض  $\frac{3}{4}$  قطع کند، مقدار  $\beta$  کدام است؟

- ۱) ۴
- ۲) ۳
- ۳) -۲
- ۴) -۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳ رأس سهمی  $y = kx^2 - 4x - 6$  روی خط  $y = -4x - 4$  قرار دارد. عرض رأس سهمی کدام است؟

- ۱) ۲
- ۲) ۶
- ۳) -۴
- ۴) -۸

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۴ نمودار تابع  $y = \frac{2}{x^2 - 3x + 2}$ ، به ازای چند مقدار صحیح بین دو خط افقی  $y = 0$  و  $y = -2$  واقع می‌شود؟

- ۱) ۱
- ۲) ۳
- ۳) ۴
- ۴) صفر

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۵ کمترین مقدار تابع  $y = mx^2 - 12x + 5m - 1$  برابر ۲ است. محور تقارن سهمی، کدام است؟

- ۱)  $x = 2$
- ۲)  $x = 2/5$
- ۳)  $x = 3$
- ۴)  $x = 3/5$

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۶ نمودار تابع  $y = 3x^2 + (2m - 1)x + m + \frac{4}{3}$  در ناحیه دوم بر نیمساز آن ناحیه مماس است. طول رأس سهمی، کدام است؟

- ۱)  $-\frac{1}{18}$
- ۲)  $-\frac{5}{18}$
- ۳)  $-\frac{7}{6}$
- ۴)  $-\frac{1}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷ فرض کنید مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی  $\frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(2x - 3)}{x - 3\sqrt{x} + 2} > 0$  فقط یک بازه باشد. مقدار  $m$ ، کدام است؟

- ۱)  $-1$       ۲)  $\frac{1}{3}$       ۳)  $1$       ۴)  $\frac{7}{3}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۸ فرض کنید مجموعه جواب نامعادله‌ی  $\frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(x - 3\sqrt{x} + 2)}{2x - 3} \geq 0$ ، به ازای  $x > \frac{3}{2}$ ، بازه‌ی  $[2, 4]$  باشد. مقدار  $m$ ، کدام است؟

- ۱)  $-2$       ۲) صفر      ۳)  $1$       ۴)  $2$

سراسری - ریاضی - ۱۴۰۰

۹ به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$ ، سهمی به معادله‌ی  $y = (1 - m)x^2 + 2(m - 3)x - 1$ ، همواره پایین محور  $x$  ها است؟

- ۱)  $1 < m < 5$       ۲)  $2 < m < 5$       ۳)  $2 < m < 4$       ۴)  $2 < m < 6$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۰ به ازای کدام مقادیر  $m$ ، نمودار تابع  $y = (m + 2)x^2 - 2mx + 1$  همواره در بالای محور  $x$  ها است؟

- ۱)  $m > -2$       ۲)  $-2 < m < -1$       ۳)  $-2 < m < 2$       ۴)  $-1 < m < 2$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۱ به ازای کدام مقادیر  $m$ ، عبارت  $(m - 1)x^2 + 6x + 2m + 1$ ، برای هر مقدار دلخواه  $x$  مثبت است؟

- ۱)  $m < -2$       ۲)  $m > 2/5$       ۳)  $1 < m < 2$       ۴)  $1 < m < 2/5$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۲ به ازای کدام مجموعه مقادیر  $a$ ، هر نقطه از نمودار تابع  $f(x) = (a - 1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a$ ، در بالای محور  $x$  ها است؟

- ۱)  $a < -1$       ۲)  $a > 1$       ۳)  $a > 2$       ۴)  $1 < a < 2$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۱۳ بازه  $(-\frac{5}{4}, 0)$  بزرگترین بازه‌ای است که نمودار  $y = -2x^2 - \frac{3}{4}x + c$  بالای نمودار  $y = \frac{x}{|x|}$  قرار می‌گیرد. مقدار  $c$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{2}{3}$       ۲)  $\frac{1}{2}$       ۳)  $\frac{1}{4}$       ۴)  $\frac{1}{6}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

سهمی  $y = ax^2 + 7x + 16a$  در نقطه A بر نیمساز ناحیه چهارم محورهای مختصات مماس است. مقدار  $a$ ، کدام است؟

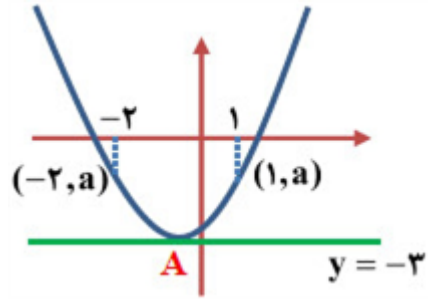
۴ -۱

۳ ۱

۲  $\frac{1}{4}$ ۱  $-\frac{1}{4}$ 

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



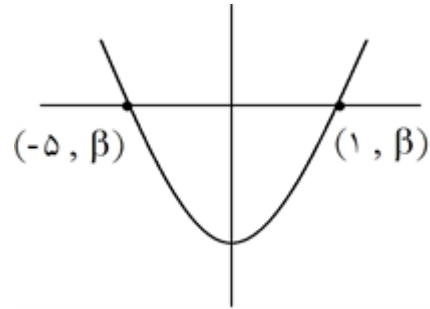
$$y = a'x^2 + b'x + c', c' = -2$$

$$\begin{cases} x_A = \frac{(-2)+1}{2} = \frac{-1}{2} = -\frac{b'}{2a'} \Rightarrow a' = b' \cdot A \in f(x) \\ y_A = -2 \end{cases}$$

$$-2 = \frac{a'}{4} - \frac{b'}{4} - 2 \Rightarrow a' - 2b' = -4 \xrightarrow{a'=b'} a' = b' = 4$$

$$y = 4x^2 + 4x - 2 \xrightarrow{(1,a) \in f(x)} a = 6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$x = \frac{-5+1}{2} = -2, \text{ راس سهمی } y = -\frac{1}{4}$$

$$y = a(x+2)^2 - \frac{1}{4} \xrightarrow{\substack{x=1 \\ y=\beta}} \frac{\beta}{4} = 4a - \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}(x+2)^2 - \frac{1}{4} \xrightarrow{x=1} \beta = \frac{9}{4} - \frac{1}{4} = 2$$

$$\text{راس سهمی } S\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

پس راس سهمی  $S\left(\frac{2}{k}, -\frac{4}{k} - 6\right)$  است. این نقطه باید روی خط  $y = -4x - 6$  قرار گیرد.

$$\Rightarrow -\frac{4}{k} - 6 = -\frac{8}{k} - 6 \Rightarrow \frac{4}{k} = 2 \Rightarrow k = 2$$

در نتیجه عرض راس سهمی  $-\frac{4}{2} - 6 = -8$  است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$-2 < \frac{2}{x^2 - 3x + 2} < 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 3x + 2}{2} < -\frac{1}{2} \Rightarrow x^2 - 3x + 2 < -1 \Rightarrow x^2 - 3x + 3 < 0$$

عبارت  $x^2 - 3x + 3$  همواره مثبت است و پاسخ مسئله صفر مقدار صحیح است.

$$m > 0$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون تابع دارای کمترین مقدار است پس:

$$\min = 2 \Rightarrow -\frac{\Delta}{4a} = 2 \Rightarrow -\frac{144 - 4m(5m - 1)}{4m} = 2 \Rightarrow \frac{36 - m(5m - 1)}{m} = -2$$

$$36 - 5m^2 + m = -2m \Rightarrow 5m^2 - 3m - 36 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -2/4 \text{ غ ق} \\ m = 3 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\text{محور تقارن } : x = -\frac{(-12)}{2m} = \frac{12}{6} = 2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. خط  $x < 0$  و  $y = -x$  بر سهمی مماس است، پس معادله تقاطع جواب مضاعف منفی

$$۳x^۲ + (۲m - ۱)x + m + \frac{۴}{۳} = -x \Rightarrow ۳x^۲ + ۲mx + m + \frac{۴}{۳} = ۰ \quad \text{دارد:}$$

$$\Rightarrow \Delta = ۴m^۲ - ۱۲m - ۱۶ = ۰ \Rightarrow m^۲ - ۳m - ۴ = (m - ۴)(m + ۱) = ۰ \Rightarrow m = ۴ \text{ یا } -۱$$

جواب مضاعف باید منفی باشد، پس  $m$  باید مثبت باشد.

$$\Rightarrow m = ۴ \Rightarrow \text{سهمی: } y = ۳x^۲ + ۷x + \frac{۱۶}{۳}$$

طول رأس این سهمی  $x_s = -\frac{۷}{۶}$  است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا عبارت بدون درجه را تعیین علامت می‌کنیم:

$$A = \frac{2x - 3}{x - 3\sqrt{x} + 2} = \frac{2x - 3}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{(2x - 3)(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 2)}{(x - 1)(x - 4)}$$

x	۰	۱	$\frac{3}{2}$	۴	$+\infty$
A	-		+ ○	-	+

حال عبارت  $A(m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4$  را با توجه به گزینه‌ها تعیین علامت می‌کنیم:

①  $m = -1 \Rightarrow \overbrace{(4x + 4)}^+ A \Rightarrow$  جدول تغییر نمی‌کند

پس جواب کسر اصلی، یک بازه نمی‌شود.

②  $m = \frac{1}{3} \Rightarrow \left(-\frac{1}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 4\right)A = -\frac{1}{9}\left(x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}\right)A$

x	۰	۱	$\frac{3}{2}$	۴	$+\infty$
A	-		+ ○	-	+
$-\frac{1}{9}\left(x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}\right)$	+		+ ○	-	-
	-		+ ○	+	-

پاسخ  $\left(1, \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, 4\right)$  است که دو بازه است.

③  $m = 1 \Rightarrow (-4x + 4)A$

x	۰	۱	$\frac{3}{2}$	۴	$+\infty$
A	-		+ ○	-	+
$-4x + 4$	+	○	-	-	-
	-		- ○	+	-

جواب بازه‌ی  $\left(\frac{3}{2}, 4\right)$  است که یک بازه است.

$$\frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(x - 3\sqrt{x} + 2)}{2x - 3} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 2)}{2x - 3} \geq 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4) \overbrace{(\sqrt{x} - 1)}^{(+)} \underbrace{(\sqrt{x} - 2)}_{(+)}}{\underbrace{2x - 3}_{(+)}} \geq 0 \\ & \Rightarrow ((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(x - 4) \geq 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{\underbrace{2x - 3}_{(+)}}{\underbrace{2x - 3}_{(+)}} \geq 0$$

چون جواب بازه‌ی  $[2, 4]$  شده پس  $x = 2$ ، ریشه‌ی عبارت درجه ۲ است.

$$(m^2 - 1)(4) - 4m + 4 = 0 \Rightarrow 4m^2 - 4 - 4m + 4 = 0 \Rightarrow 4m^2 - 4m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} m = 0 & \Rightarrow \overbrace{(-x^2 + 4)}^{(+)}(x - 4) \geq 0 \Rightarrow \overbrace{(+x + 2)}^{(+)}(-x + 2)(x - 4) \geq 0 \\ & \Rightarrow (-x + 2)(x - 4) \geq 0 \Rightarrow 2 \leq x \leq 4 \text{ قابل قبول است.} \end{aligned}$$

$$m = 2 \Rightarrow (3x^2 - 4x + 4)(x - 4) \geq 0 \Rightarrow \underbrace{(x - 2)(3x - 2)}_{(+)}(x - 4) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ \text{یا} \\ x \leq 2 \end{cases}$$

غیر قابل قبول است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = (1 - m)x^2 + 2(m - 3)x - 1$$

$$\begin{aligned} \text{سه‌می همواره پایین محور } x \text{ ها است.} & \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow \cancel{m - 3}^2 + \cancel{1 - m} < 0 \\ a < 0 \Rightarrow 1 - m < 0 \Rightarrow m > 1 \end{cases} \\ \Rightarrow m^2 - 6m + 9 + 1 - m < 0 & \Rightarrow m^2 - 7m + 10 < 0 \Rightarrow 2 < m < 5 \end{aligned}$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. برای آن‌که همواره  $y = ax^2 + bx + c > 0$  باشد، اولاً  $\Delta < 0$  و ثانیاً  $a > 0$

$$y = (m + 2)x^2 - 2mx + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = m + 2 > 0 \Rightarrow m > -2 \\ \Delta = 4m^2 - 4(m + 2) < 0 \Rightarrow -1 < m < 2 \end{cases}$$

بنابراین:

$$\text{اشتراک} \rightarrow -1 < m < 2$$

تابع درجه‌ی دوم  $y = ax^2 + bx + c$  همواره مثبت است هر گاه:  $\Delta < 0, a > 0$ .

پس در عبارت  $(m-1)x^2 + 6x + 2m+1$  خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow (6^2) - 4(2m+1)(m-1) < 0 \Rightarrow 4m^2 - 4m - 40 > 0 \\ a > 0 \Rightarrow m-1 > 0 \Rightarrow m > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4m^2 - 4m - 40 > 0 \\ m > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m^2 - m - 10 > 0 \Rightarrow (m+2)(2m-5) > 0 \\ m > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m < -2 \cup m > \frac{5}{2} \\ m > 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} m > \frac{5}{2} \Rightarrow m > 2/5$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.  $f(x) = (a-1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a$ .

شرط این‌که نمودار تابع درجه‌ی ۲،  $f$  بالای محور  $x$ ‌ها باشد، این است که  $\Delta < 0$  و ضریب  $x^2$  مثبت باشد.

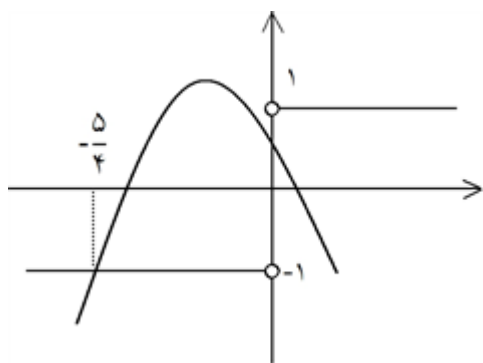
$$a-1 > 0 \Rightarrow a > 1$$

$$\Delta' = (\sqrt{2})^2 - a(a-1) = 2 - a^2 + a \xrightarrow{\Delta' < 0} 2 - a^2 + a < 0$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 2 > 0 \Rightarrow (a-2)(a+1) > 0 \Rightarrow a < -1 \text{ یا } a > 2$$

با توجه به شرط  $a > 1$  پس  $a > 2$  صحیح است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به گزینه‌ها  $0 < c < 1$ .



$$\begin{aligned} f\left(-\frac{5}{4}\right) &= -1 \Rightarrow -2\left(-\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{2}{4}\left(-\frac{5}{4}\right) + c = -1 \\ &\Rightarrow -\frac{25}{8} + \frac{15}{8} + c = -1 \Rightarrow c = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} y = ax^2 + 7x + 16a \\ y = -x \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تقاطع}} ax^2 + 7x + 16a = -x \Rightarrow ax^2 + 8x + 16a = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta=0} 16 - a(16a) = 0 \Rightarrow 16(1 - a^2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow x^2 + 8x + 16 = 0 \Rightarrow (x+4)^2 = 0 \Rightarrow x = -4 \times \\ a = -1 \Rightarrow -x^2 + 8x - 16 = 0 \Rightarrow -(x-4)^2 = 0 \Rightarrow x = 4 \checkmark \end{cases}$$



۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴

