

۱ ضابطه تابع قطعه‌ای f به صورت $f(x) = \begin{cases} 7 - 3x & |x| > 1 \\ -2x & |x| < 1 \end{cases}$ است. اگر $f(1 + a^2) = f\left(\frac{-a^2}{1 + a^2}\right)$ باشد،

اختلاف مقادیر a کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۲ ضابطه تابع قطعه‌ای f به صورت $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 7 & x \geq 1 \\ 2x - 1 & x < 1 \end{cases}$ است. برای چند مقدار $f(1 - |a|) = f(2 + |a|)$ است؟

- ۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

سراسری - ریاضی - تیرماه ۱۴۰۳

۳ مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودارهای دو تابع $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ و $y = \frac{1}{4}x + 2$ ، کدام است؟

- ۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

سراسری - ریاضی - ۹۹

۴ به ازای کدام مقدار a ، نمودار تابع $y = (1 - a)x^2 + 2\sqrt{6}x - a$ همواره بالای محور x ها است؟

- ۱) $a < 1$ ۲) $a < -2$ ۳) $a > 3$ ۴) $-2 < a < 1$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

۵ رابطه $f = \left\{ (2, 3n^2 - 1), (1, 1), \left(3, \frac{1}{n}\right), (2, 2n), (n, 2) \right\}$ تابع است. مقدار تابع f در ۳، کدام است؟

- ۱) -۱ ۲) ۱ ۳) -۳ ۴) ۳

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۶ حداقل چند عضو از مجموعه $f = \left\{ (x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, x = \frac{30}{1 + |y|} \right\}$ حذف شود تا f ، یک تابع باشد؟

- ۱) ۷ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۴

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۷ اگر $f(x) = (ax + 2)(b - x) - 7x^2$ ضابطه یک تابع ثابت باشد، برد تابع f کدام است؟

- ۱) $-\frac{2}{7}$ ۲) $\frac{2}{7}$ ۳) $-\frac{4}{7}$ ۴) $\frac{4}{7}$

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$|1 + a^2| > 1 \text{ و } \left| \frac{-a^2}{1 + a^2} \right| < 1$$

$$\Rightarrow 7 - 3(1 + a^2) = -2 \left(\frac{-a^2}{1 + a^2} \right) \Rightarrow 4 - 3a^2 = \frac{2a^2}{1 + a^2} \xrightarrow{a^2=t \geq 0} 3t^2 + t - 4 = 0$$

$$t = 1 \checkmark \Rightarrow a = \pm 1 \Rightarrow 1 - (-1) = 2$$

$$\Rightarrow t = -\frac{4}{3} \times$$

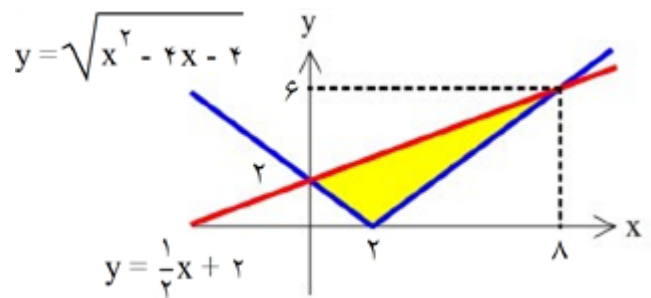
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$1 - |a| < 1 \text{ و } 2 + |a| > 1$$

$$2(1 - |a|) - 1 = a^2 + 4|a| + 4 - |a| - 2 - 7 \Rightarrow 1 - 2|a| = |a|^2 + 3|a| - 5$$

$$\Rightarrow |a|^2 + 5|a| - 6 = 0 \Rightarrow \underbrace{(|a| - 1)}_{a = \pm 1} \underbrace{(|a| + 6)}_{+} = 0 \Rightarrow |a| = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x - 2)^2} = |x - 2|$$

مساحت دو مثلث سفید کوچک - مساحت ذوزنقه = مساحت قسمت رنگی

$$S = \left(\frac{(2+6) \times 8}{2} \right) - \left(\frac{2 \times 2}{2} + \frac{6 \times 6}{2} \right) = 12$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 \text{ ضریب} > 0 \Rightarrow 1 - a > 0 \Rightarrow a < 1 \quad (1) \\ \Delta < 0 \Rightarrow (2\sqrt{6})^2 + 4a(1 - a) < 0 \Rightarrow 24 + 4a - 4a^2 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 6 > 0 \Rightarrow (a + 2)(a - 3) > 0 \Rightarrow a < -2 \text{ یا } a > 3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} a < -2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$3n^2 - 1 = 2n \Rightarrow 3n^2 - 2n - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 1 \Rightarrow f = \{(2, 2), (1, 1), (3, 1), (1, 2)\} \times \\ n = -\frac{1}{3} \checkmark \Rightarrow \left(3, \frac{1}{-3} \right) = (3, -3) \end{cases}$$

۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$1 + |y| \in \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$$

$$|y| \in \{0, 1, 2, 4, 5, 9, 14, 29\} \Rightarrow y \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 5, \pm 9, \pm 14, \pm 29\}$$

پس ۷ عضو باید حذف شود تا به ازای هر x فقط یک y وجود داشته باشد.

$$f(x) = -ax^7 - 7x^7 + abx - 2x + 2b$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$-a - 7 = 0 \Rightarrow a = -7$$

$$-7bx - 2x = 0 \Rightarrow -7bx = 2x \Rightarrow b = \frac{-2}{7}$$

$$f(x) = 2b = \frac{-4}{7}$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴

