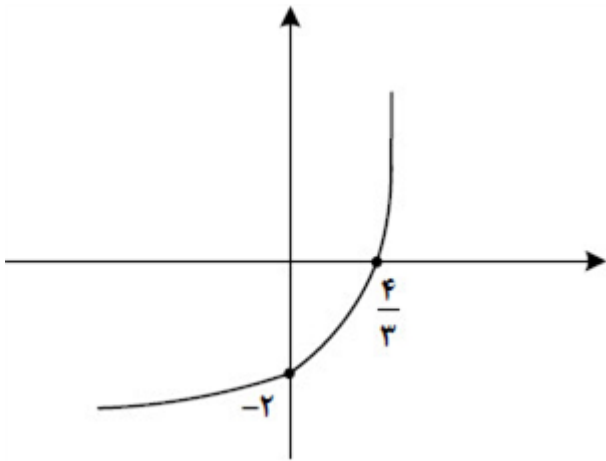


۱ شکل مقابل، نمودار تابع $y = -1 + \text{Log}_c(ax + b)$ است. اگر $b - c = \frac{8}{3}$ باشد، حاصل $(a + c)b$ کدام است؟



۱/۳ (۴)

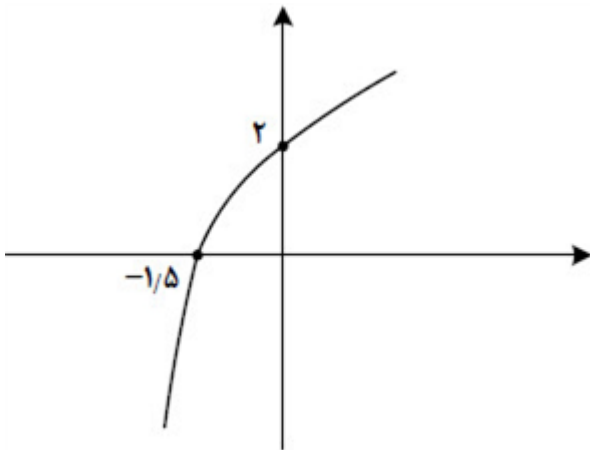
-۳ (۳)

۱/۵ (۲)

-۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲ شکل مقابل، نمودار تابع $y = 1 - \text{Log}_c(ax - b)$ است. اگر $b + c = -\frac{3}{2}$ باشد، حاصل $(a + c)b$ کدام است؟



-۲ (۴)

-۲/۵ (۳)

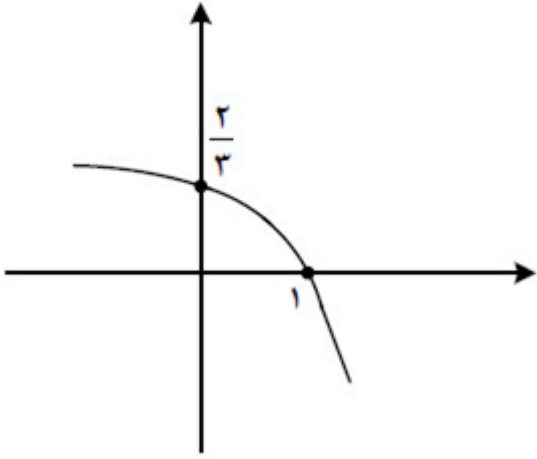
-۳ (۲)

-۳/۵ (۱)

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۲



۳ شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = 1 + c \times 3^{a+bx}$ است. مقدار $f(-1)$ کدام است؟



$\frac{7}{8}$ (۴)

$\frac{5}{3}$ (۳)

$\frac{8}{9}$ (۲)

$\frac{10}{9}$ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۴ اگر $\text{Log } 2 \simeq 0/3$ و $\text{Log } 3 \simeq 0/4$ باشد،

اختلاف ریشه‌های معادله $(\text{Log } \frac{5}{3})x^2 + (\text{Log } 9)x - \text{Log } 15 = 0$ چقدر است؟

$\frac{26}{11}$ (۴)

$\frac{14}{11}$ (۳)

$\frac{14}{3}$ (۲)

$\frac{26}{3}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۵ اگر $\text{Log } 2 \simeq 0/3$ و $\text{Log } 3 \simeq 0/4$ باشد،

اختلاف ریشه‌های معادله $x^2(\text{Log } 30) + 2x(\text{Log } 6) - \text{Log } \frac{5}{6} = 0$ چقدر است؟

۱ (۴)

$1/4$ (۳)

$0/5$ (۲)

$0/7$ (۱)

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۶ اگر $\text{Log } \frac{5}{3} = a$ و $\text{Log } \frac{b}{9} = 1 + a$ باشد، مقدار $\text{Log } \frac{\sqrt{b}}{15}$ کدام است؟

$2/5$ (۴)

۲ (۳)

$1/5$ (۲)

۱ (۱)

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۷ بزرگ‌ترین عضو مجموعه $A = \left\{ m^2 + n^2 \mid m, n \in \mathbb{N}, 8^{-\frac{1}{3}m} \times 4^{-n} + 4^{-m} \times 8^{-\frac{1}{3}n} > \frac{1}{128} \right\}$ کدام است؟

۲ (۴)

۵ (۳)

۹ (۲)

۱۲ (۱)

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۸ مقدار $\text{Log} \frac{m}{n} = a$ و مقدار $\text{Log} \frac{m^2 n}{mn} = b$ است. اگر $a > 0$ باشد، حاصل $[b]$ چقدر است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۹ دامنه $f(x) = \sqrt{\frac{x}{\text{Log } x}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۱۰ α و β ریشه‌های معادله $ax^2 - 8x + 4 = 0$ است. اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ای با ریشه‌های $\alpha\beta^2$ و $\alpha^2\beta$ برابر باشند، مقدار $\text{Log} \sqrt{\frac{a}{\sqrt{2}}}$ کدام است؟ ($a > 0$)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۱۱ تابع $f(x) = \sqrt[3]{\sqrt{ax+b}}$ از نقطه $(\frac{1}{\sqrt{2}}, 1)$ عبور می‌کند. اگر $f^{-1}(8) = 5$ باشد، حاصل $a - b$ چقدر است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) صفر (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۲ اگر $\text{Log} \frac{3}{2} = a$ و $\text{Log} \frac{b}{8} = \frac{2}{3}(1+a)$ باشد، مقدار $\text{Log}(3b - 8)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲/۵ (۲) ۳ (۳) ۲/۵ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۳ تابع $f(x) = a + b\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$ از مبدأ مختصات عبور می‌کند. اگر $f^{-1}(-1) = -1$ باشد، حاصل $a - b$ چقدر است؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۴ اگر $\text{Log} \frac{18}{8} = m$ باشد، حاصل $\text{Log} \frac{12}{4}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{2}{4}(m+1)$ (۲) $\frac{3}{4}(m-1)$ (۳) $\frac{3m-1}{4}$ (۴)

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۵ اگر در معادله $\text{Log} \frac{a}{x} + \text{Log} \frac{\sqrt{x}}{a} = 2$ مقدار x برابر ۹ باشد، مقدار a کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۳ (۳) ۹ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۶ تابع $y = 2^{x+|x|}$ را ۳ واحد در امتداد محور x ها در جهت منفی و سپس در امتداد محور y ها ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. منحنی حاصل، محور x ها را با کدام طول، قطع می‌کند؟

$\frac{7}{2}$ (۴)

$\frac{5}{2}$ (۳)

$-\frac{3}{2}$ (۲)

$-\frac{5}{2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۷ دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \text{Log} \left(|x^2 - 2| - x \right)$ کدام است؟

$(-\infty, 1) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$ (۲)

$(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (2, +\infty)$ (۱)

$(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$ (۴)

$[-1, 1) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$ (۳)

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی

۱۸ اگر تساوی $\text{Log} \frac{y}{x} - 2 \text{Log} \frac{x}{y} = 1$ به ازای $x, y > 1$ برقرار باشد، کدام تساوی درست است؟

$xy = 2$ (۴)

$y = \sqrt{x}$ (۳)

$y = x^2$ (۲)

$y = x^4$ (۱)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۰

۱۹ اگر $52 = \frac{3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + 3^{x+4} + 3^{x+5}}{2^{x-2} + 2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3}}$ باشد، مقدار x کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۰

۲۰ دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{\text{Log}(x^2 - x - 2)}{\sqrt{x^2 - 1} + 1}$ کدام است؟

$(-1, 2)$ (۲)

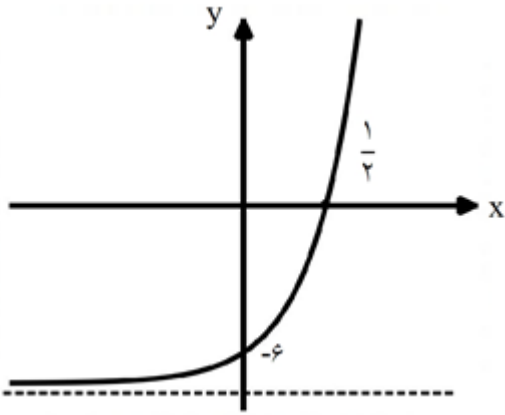
$(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ (۱)

$(-2, 1)$ (۴)

$(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$ (۳)

سراسری - تجربی - ۱۴۰۰

۲۱ شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{ax+b}$ است. $f(2)$ کدام است؟



۱۸ (۴)

۷۲ (۳)

۱۰۸ (۲)

۲۳۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۲ اگر $\log_3 2 = \frac{5}{8}$ باشد، $\log_{18} 8$ کدام است؟

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{8}{11}$ (۳)

$\frac{5}{7}$ (۲)

$\frac{15}{22}$ (۱)

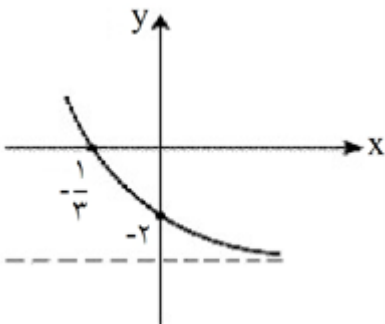
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۳ فرض کنید در دامنه $[0, +\infty)$ ، تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2}$ مفروض باشد. $f^{-1}(2)$ کدام است؟

$\log_2(2 + \sqrt{3})$ (۴) $\log_2(1 + \sqrt{3})$ (۳) $\log_2(\sqrt{3} - 1)$ (۲) $\log_2(2 - \sqrt{3})$ (۱)

سراسری-تجربی-۹۹

۲۴ شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -4 + 2^{ax+b}$ است. $f\left(-\frac{5}{3}\right)$ کدام است؟



۲۸ (۴)

۴۸ (۳)

۶۰ (۲)

۵۴ (۱)

سراسری-تجربی-۹۹

۲۵ اگر $\log_4 \frac{1}{8} = 0$ باشد، مقدار $\log_{12} 6$ کدام است؟

$\frac{7}{9}$ (۴)

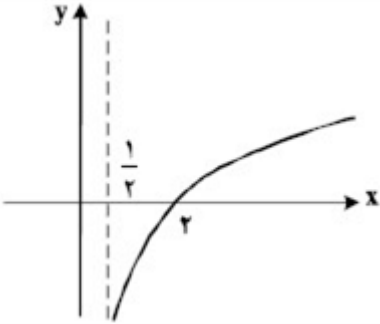
$\frac{2}{4}$ (۳)

$\frac{8}{11}$ (۲)

$\frac{13}{18}$ (۱)

سراسری-تجربی-۹۹

۲۶ شکل زیر، نمودار تابع $y = -1 + \log_b(2x + a)$ است. این منحنی خط $y = 1$ را با کدام طول، قطع می‌کند؟



۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۷ اگر $3^{x^2-2} = 81^x$ باشد، $\log_6(x-2)$ کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

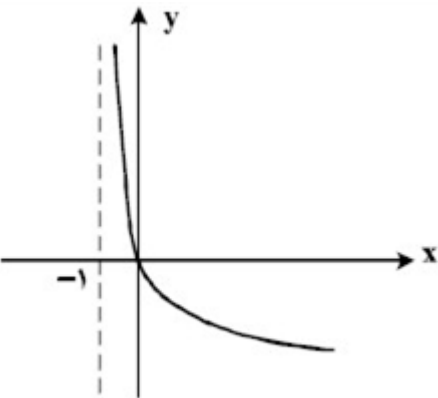
$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۸ شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = \log_2 U(x)$ است. $U(x)$ کدام است؟



$1-x$ (۴)

$x-1$ (۳)

$(x+1)^{-1}$ (۲)

$x+1$ (۱)

سراسری-تجربی-۹۸

۲۹ اگر $\left(\frac{125}{8}\right)^{x^2} = \left(\frac{5}{4}\right)^{2x-1}$ باشد، $\text{Log}_8(x+1)$ کدام است؟

- ۱ $\frac{2}{3}$ ۲ $\frac{3}{4}$ ۳ $\frac{4}{2}$ ۴ $\frac{3}{2}$

سراسری-تجربی-۹۸

۳۰ کدامیک از توابع زیر، با تابع $y = \text{Log} \frac{x-2}{x}$ برابر است؟

- ۱ $\text{Log}(x-2) - \text{Log} x$ ۲ $\text{Log} \frac{x^2-4}{x^2+2x}$
- ۳ $\frac{1}{2} \text{Log} \left(\frac{x-2}{x}\right)^2$ ۴ $2 \text{Log} \sqrt{\frac{x-2}{x}}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۱ از دو معادله دو مجهولی $3^{2x+y} = 9 \times 3^{x-y}$ و $\text{Log}(x+2y) = 1 + \text{Log} y$ مقدار x کدام است؟

- ۱ $1/2$ ۲ $1/4$ ۳ $1/5$ ۴ $1/6$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۲ از معادله لگاریتمی $\text{Log}(x^2 - x - 6) - \text{Log}(x - 3) = \text{Log}(2x - 5)$ مقدار لگاریتم $\sqrt{x+1}$ در پایه ۴، کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{3}$ ۲ $\frac{1}{2}$ ۳ $\frac{2}{3}$ ۴ ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۳ از تساوی $\text{Log}_x(3x+8) = 2 - \text{Log}_x(x-6)$ مقدار لگاریتم x در پایه ۴، کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{2}$ ۲ $\frac{2}{3}$ ۳ $\frac{3}{2}$ ۴ ۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۴ فاصله نقطه تلاقی دو منحنی به معادلات $y = 2^x$ و $y = (\sqrt{2})^{x+1} + 4$ از نقطه $A(0, 4)$ ، کدام است؟

- ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴ ۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۵ اگر a و b ریشه‌های معادله $x^2 - 10x + 0/1 = 0$ باشند، حاصل $\text{Log} a + \text{Log} b - \text{Log}(a+b)$ کدام است؟

- ۱ -۲ ۲ -۱ ۳ صفر ۴ ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۶ از دو معادله $\text{Log}(y+2) = 1$ و $\text{Log}(y-x) + \text{Log}(4x+y) = 2$ مقدار x کدام است؟

- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۷ اگر $\alpha = \text{Log}_2 12$ باشد، عدد $4^{\alpha-2}$ کدام است؟

۱ $\frac{9}{2}$

۲ ۶

۳ ۹

۴ ۱۸

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۸ از دو معادله $4^x + 2^x = 72$ و $\text{Log}(2y + x^2) = 2$ ، مقدار y کدام است؟

۱ ۶

۲ ۷

۳ ۸

۴ ۹

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۹ نمودارهای دو تابع $f(x) = \text{Log} \frac{x}{2}$ ، $g(x) = \text{Log} \frac{x}{1}$ نسبت به هم چگونه‌اند؟

۱ $f(x)$ بالاتر

۲ $g(x)$ بالاتر

۳ منطبق‌اند

۴ فقط در یک نقطه متقاطع

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴۰ اگر $\text{Log} 5 = 2k$ باشد، $\text{Log} \sqrt[3]{1/6}$ کدام است؟

۱ $1 - 4k$

۲ $2 - 5k$

۳ $1 - 2k$

۴ $1 - k$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۴۱ از دو معادله $\text{Log}_2 x = 1 + \text{Log}_2 (y + 1)$ و $x^2 - y^2 = 32$ مقدار لگاریتم $(x + y)$ در پایه ۴، کدام است؟

۱ $\frac{1}{2}$

۲ $\frac{3}{4}$

۳ $\frac{2}{2}$

۴ ۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۱

$$\begin{cases} (\cdot, -2) \Rightarrow -2 = -1 + \text{Log } \frac{b}{c} \Rightarrow -1 = \text{Log } \frac{b}{c} \Rightarrow c^{-1} = b \Rightarrow b = \frac{1}{c} \\ b - c = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{c} - c = \frac{1}{3} \Rightarrow 3c^2 + 1c - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = -3 \times \\ c = \frac{1}{3}, b = 3 \end{cases} \\ \left(\frac{1}{3}, \cdot\right) \Rightarrow 0 = -1 + \text{Log } \frac{\frac{1}{3}a + 3}{\frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{3}a + 3 \Rightarrow a = -2 \\ (a + c)b = \left(-2 + \frac{1}{3}\right)(3) = -5 \end{cases}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۲

$$\begin{aligned} (0/2) \Rightarrow 2 = 1 - \text{Log } \frac{-b}{c} \Rightarrow \text{Log } \frac{-b}{c} = -1 \\ -b = c^{-1} = \frac{1}{c} \Rightarrow bc = -1 \\ (-1/5, \cdot) \Rightarrow 0 = 1 - \text{Log } \frac{(-1/5)a - b}{c} \Rightarrow \text{Log } \frac{-1/5a - b}{c} = 1 \Rightarrow -1/5a - b = c \\ \left. \begin{matrix} bc = -1 \\ b + c = -\frac{1}{5} \end{matrix} \right\} \xrightarrow{c \cdot} \begin{cases} c = \frac{1}{3} \\ b = -2 \end{cases} \\ -1/5a - b = c \Rightarrow -1/5a + 2 = \frac{1}{3} \Rightarrow 1/5a = 1/5 \Rightarrow a = 1 \\ \Rightarrow (a + c)b = \left(1 + \frac{1}{3}\right)(-2) = -\frac{8}{3} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۳

$$\begin{aligned} f(\cdot) = \frac{2}{3} \Rightarrow 1 + c \times 3^a = \frac{2}{3} \quad (1) \\ f(1) = 0 \Rightarrow 1 + c \times 3^{a+b} = 0 \quad (2) \\ (1) \Rightarrow c \times 3^a = -\frac{1}{3} \xrightarrow{(2)} 1 + c \times 3^a \times 3^b = 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{3} \times 3^b = 0 \Rightarrow 3^{b-1} = 1 \\ \Rightarrow b - 1 = 0 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow f(-1) = 1 + c \times 3^{a-b} = 1 + c \times 3^a \times 3^{-1} = 1 - \frac{1}{3} \times 3^{-1} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۴

$$\begin{aligned} \text{Log } 5 = 1 - \text{Log } 2 = 1 - 0/3 = 0/3 \\ \left(\text{Log } \frac{5}{3}\right)x^3 + (\text{Log } 9)x - \text{Log } 15 = 0 \\ \Rightarrow (\text{Log } 5 - \text{Log } 3)x^3 + (2 \text{Log } 3)x - (\text{Log } 5 + \text{Log } 3) = 0 \\ a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{\text{Log } 5 + \text{Log } 3}{\text{Log } 5 - \text{Log } 3} = -\frac{0/3 + 0/3}{0/3 - 0/3} = -\frac{11}{3} \end{cases} \\ \Rightarrow x_1 - x_2 = \frac{14}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Log } 2 \simeq 0/3 \Rightarrow \text{Log } 5 = 1 - \text{Log } 2 \simeq 0/7$$

$$\text{Log } 3 \simeq 0/4 \Rightarrow \text{Log } 6 = \text{Log } 2 + \text{Log } 3 \simeq 0/7$$

$$x^5 (\text{Log } 3 \cdot) + 2x (\text{Log } 6) - \text{Log } \frac{5}{6} = 0 \Rightarrow (\text{Log } 5 + \text{Log } 6)x^5 + (2 \text{Log } 6)x + (\text{Log } 6 - \text{Log } 5)$$

= 0

$$\xrightarrow{a+c=b} x = -1, \frac{\text{Log } 5 - \text{Log } 6}{\text{Log } 5 + \text{Log } 6} \simeq 0 \xrightarrow{\text{تفاضل}} \simeq |-1 - 0| = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶

$$\text{Log } \frac{b}{9} = 1 + \text{Log } \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} \text{Log } \frac{b}{3} = \text{Log } \frac{3}{3} + \text{Log } \frac{5}{3} \Rightarrow \text{Log } \frac{b}{3} = 2 \text{Log } \frac{3}{3} + 2 \text{Log } \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \text{Log } \frac{b}{3} = \text{Log } 3^2 + \text{Log } 5^2 \Rightarrow \text{Log } \frac{b}{3} = \text{Log } 15^2 \Rightarrow b = 15^2$$

$$\text{Log } \frac{\sqrt{b}}{15} = \text{Log } \frac{\sqrt{15^2}}{15} = \text{Log } \frac{15}{15} = 1$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۷

$$8^{-\frac{1}{2}m} \times 4^{-n} + 4^{-m} \times 8^{-\frac{1}{2}n} > \frac{1}{128} \Rightarrow 2^{-2m-2n} + 2^{-2m-2n} > 2^{-7} \Rightarrow 2(2^{-2m-2n}) > 2^{-7}$$

$$\Rightarrow 2^{-2m-2n} > 2^{-8} \Rightarrow -2m - 2n > -8 \Rightarrow m + n < 4 \Rightarrow (m, n) = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\}$$

$$\text{Max}(m^2 + n^2) = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$$

$$\text{Log } \frac{m}{n} = a \Rightarrow \frac{\text{Log } m}{\text{Log } n} = a$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۸

$$b = \text{Log } \frac{m^2 n}{mn} = \frac{2 \text{Log } m + \text{Log } n}{\text{Log } m + \text{Log } n} = \frac{2a + 1}{a + 1} = 1 + \frac{a}{a + 1} = 1/0.00 \Rightarrow [b] = 1$$

تذکر: برای حل تستی، می‌توانیم $m = n$ در نظر بگیریم و به راحتی به جواب برسیم.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به علت وجود $\text{Log } x$ باید $x > 0$ پس برای اینکه زیر رادیکال منفی نشود، باید:

$$\text{Log } x > 0 \Rightarrow \text{Log } x > \text{Log } 1 \Rightarrow x < 1 \xrightarrow{\cap} 0 < x < 1$$

این بازه شامل هیچ عدد صحیحی نمی‌شود.

$$b = -8, c = 4, \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta^\gamma + \alpha^\gamma\beta = \alpha\beta^\gamma \cdot \alpha^\gamma\beta^{\frac{1}{\alpha\beta}} \rightarrow \alpha + \beta = \alpha^\gamma\beta^\gamma \Rightarrow S = P^\gamma \Rightarrow \frac{-b}{a} = \left(\frac{c}{a}\right)^\gamma$$

$$\Rightarrow a = \frac{-c^\gamma}{b} = \frac{-16}{-8} = 2$$

$$\Rightarrow \text{Log} \frac{a}{\sqrt{2}} = \text{Log} \frac{2}{\sqrt{2}} = 2$$

تذکر:

بهرتر بود در صورت سؤال عنوان می‌شد: «اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ای که ریشه‌های آن $\alpha^\gamma\beta$ و $\alpha\beta^\gamma$ است، برابر باشند» که ابهام سؤال کمتر می‌شد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۱

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \Rightarrow 1 = \sqrt[2]{2^{\frac{a}{2}+b}} \Rightarrow 2^{\frac{a}{2}+b} = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} + b = 0 \Rightarrow \frac{a}{2} = -b \Rightarrow a = -2b \quad (1)$$

$$f^{-1}(8) = 5 \Rightarrow f(5) = 8 \Rightarrow \sqrt[2]{2^{5a+b}} = 2^3 \Rightarrow 2^{5a+b} = 2^6 \Rightarrow 5a + b = 6$$

$$\stackrel{(1)}{\rightarrow} -10b + b = 6 \Rightarrow b = -1, a = 2 \Rightarrow a - b = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$\text{Log} \frac{b}{8} = \frac{2}{3} \left(1 + \text{Log} \frac{3}{2}\right) \Rightarrow \text{Log} \frac{b}{8} = \frac{2}{3} \text{Log} \frac{6}{2}$$

$$\text{Log} \frac{b}{8} = \text{Log} \frac{3^2}{8} \Rightarrow b = 3^2 \Rightarrow \text{Log}(3b - 8) = \text{Log} \frac{(3 \times 3^2 - 8)}{10} = \text{Log} \frac{100}{10} = 2$$

یادآوری: $\frac{m}{n} \text{Log} \frac{a}{b} = \text{Log} \frac{a^m}{b^n}$

$$\left. \begin{array}{l} (0, 0) \Rightarrow a + b = 0 \\ (-1, -1) \Rightarrow a + 2b = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow a = 1, b = -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۴

$$\text{Log} \frac{18}{8} = m \Rightarrow \frac{\text{Log} \frac{18}{2}}{\text{Log} \frac{8}{2}} = m \Rightarrow \frac{2 \text{Log} \frac{3}{2} + 1}{3} = m \Rightarrow \text{Log} \frac{3}{2} = \frac{3m - 1}{2}$$

$$\text{Log} \frac{12}{4} = \frac{\text{Log} \frac{12}{2}}{\text{Log} \frac{4}{2}} = \frac{\text{Log} \frac{3}{2} + 2}{2} = \frac{\frac{3m-1}{2} + 2}{2} = \frac{3m + 3}{4} = \frac{3}{4}(m + 1)$$

۱۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2 \log_x a + \frac{1}{2} \log_a x = 2 \Rightarrow \log_a x = A$$

$$\frac{2}{A} + \frac{1}{2} A = 2 \xrightarrow{\times 2A} 4 + A^2 - 4A = 0 \Rightarrow A^2 - 4A + 4 = 0$$

$$(A - 2)^2 = 0 \Rightarrow A = 2 \Rightarrow \log_a a^2 = 2 \Rightarrow a^2 = a^2 \Rightarrow a = 2$$

۱۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = 2^{x+|x|} \xrightarrow{\text{واحد در جهت منفی محور } x^3} y = 2^{(x+2)+|x+2|} \xrightarrow{\text{واحد در جهت منفی } y^2 \text{ ها}}$$

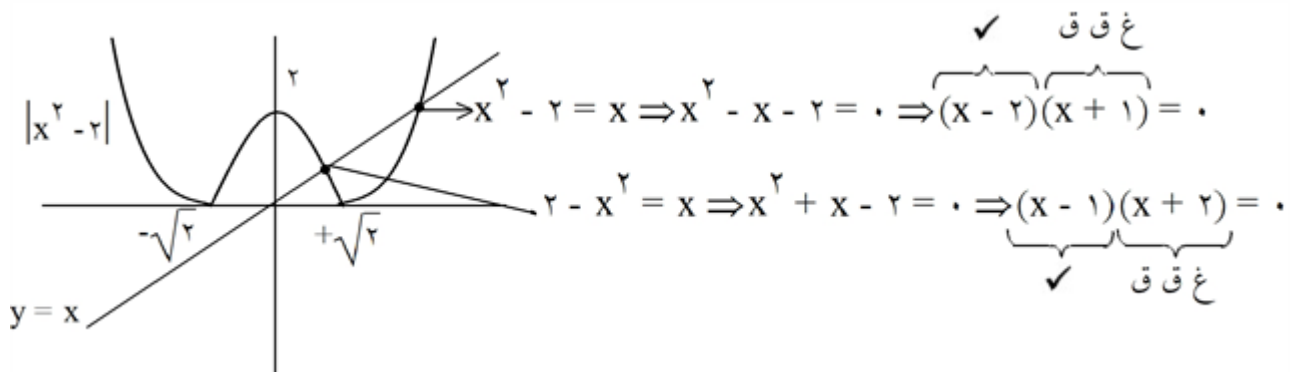
$$y = 2^{x+2+|x+2|} - 2 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 2^{x+2+|x+2|} = 2^1 \Rightarrow x + 2 + |x + 2| = 1$$

$$\begin{cases} x \geq -2 \Rightarrow 2(x+2) = 1 \Rightarrow x = -2/5 \\ x < -2 \Rightarrow (x+2) - (x+2) = 1 \Rightarrow 0 = 1 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$|x^2 - 2| - x > 0 \Rightarrow |x^2 - 2| > x$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۷



$$\Rightarrow D_f = (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$$

۱۸

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\log_x y - 2 \log_y x = 1$$

باید $\log_x y$ را برابر A و $\log_y x$ را برابر $\frac{1}{A}$ قرار دهیم:

$$A - \frac{2}{A} = 1 \Rightarrow A^2 - 2 = A \Rightarrow A^2 - A - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = -1 \Rightarrow \log_x y = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{x} \\ A = 2 \Rightarrow \log_x y = 2 \Rightarrow y = x^2 \end{cases}$$

۱۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3^x(1+3+9+27+81+243)}{2^x\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+1+2+4+8\right)} = 52 \Rightarrow \frac{3^x(3^6-1)}{2^x\left(\frac{63}{2}\right)} = 52 \Rightarrow \frac{3^x(7)}{2^x\left(\frac{63}{2}\right)} = 1 \Rightarrow \frac{3^x \times 28}{2^x \times 63} = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4} \Rightarrow x = 2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عبارت جلوی لگاریتم باید بزرگتر از صفر باشد و عبارت درون رادیکال مخرج باید بزرگتر یا مساوی صفر باشد و در نهایت از مجموعه جوابهای به دست آمده، اشتراک می‌گیریم.

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \text{ یا } x < -1 & (1) \\ x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x \leq -1 \text{ یا } x \geq 1 & (2) \end{cases} \xrightarrow{(1) \cap (2)} D_f = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$$

روش دوم:

در این روش از روش حذف گزینه استفاده می‌کنیم.

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = \frac{\text{Log}(-2)}{\sqrt{-1} + 1} \Rightarrow \text{نادرست} \Rightarrow \text{گزینه‌های ۲ و ۴ غلط هستند.}$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = \frac{\text{Log}(0)}{\sqrt{4-1} + 1} \Rightarrow \text{نادرست} \Rightarrow \text{گزینه ۳ غلط است.}$$

بنابراین با حذف گزینه‌های ۲ و ۳ و ۴، گزینه ۱ درست است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع از نقاط $A(0, -6)$ و $B\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ می‌گذرد.

$$f(x) = -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{ax+b}$$

$$A(0, -6) \Rightarrow -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^b = -6 \Rightarrow 3^{-b} = 3 \Rightarrow b = -1$$

$$B\left(\frac{1}{2}, 0\right) \Rightarrow -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{a}{2}-1} = 0 \Rightarrow (3)^{1-\frac{a}{2}} = 3^2 \Rightarrow 1 - \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow -\frac{a}{2} = 1 \Rightarrow a = -2$$

$$f(x) = -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2x-1} \Rightarrow f(2) = -9 + 243 = 234$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{18}^8 = \frac{\text{Log}_3^8}{\text{Log}_3^{18}} = \frac{3 \text{Log}_3^2}{2 \text{Log}_3^3 + \text{Log}_3^2} = \frac{\frac{15}{8}}{2 + \frac{5}{8}} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2} = 2 \Rightarrow 2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x = 4 \Rightarrow t + \frac{1}{t} = 4 \xrightarrow{\times t} t^2 + 1 = 4t \Rightarrow t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$\Rightarrow t = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^x = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow x = \text{Log}_2 \left(2 + \sqrt{3} \right) \\ 2^x = 2 - \sqrt{3} < 0 \text{ غ ق ق} \end{cases} \xrightarrow{t=2^x} \begin{cases} 2^x = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow x = \text{Log}_2 \left(2 + \sqrt{3} \right) \\ 2^x = 2 - \sqrt{3} < 0 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$(0, -2) \in f \Rightarrow -2 = -4 + 2^b \Rightarrow 2^b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$\left(-\frac{1}{3}, 0\right) \in f \Rightarrow 0 = -4 + 2^{-\frac{1}{3}a+1} \Rightarrow 2^{-\frac{1}{3}a+1} = 4 \Rightarrow -\frac{a}{3} + 1 = 2 \Rightarrow a = -3$$

$$f\left(-\frac{5}{3}\right) = -4 + 2^{-\frac{5}{3}(-3)+1} = -4 + 2^6 = -4 + 64 = 60$$

$$\text{Log}_{\frac{3}{4}} \frac{3}{4} = \frac{1}{\frac{3}{4}} \text{Log}_{\frac{3}{4}} \frac{3}{4} = 0/8 \Rightarrow \text{Log}_{\frac{3}{4}} \frac{3}{4} = 1/6$$

$$\text{Log}_{\frac{6}{12}} \frac{\text{Log}_{\frac{6}{12}} \frac{6}{12}}{\text{Log}_{\frac{6}{12}} \frac{12}{12}} = \frac{\text{Log}_{\frac{3}{4}} \frac{3}{4} + \text{Log}_{\frac{3}{4}} \frac{3}{4}}{\text{Log}_{\frac{3}{4}} \frac{3}{4} + 2 \text{Log}_{\frac{3}{4}} \frac{3}{4}} = \frac{1/6 + 1}{1/6 + 2} = \frac{2/6}{3/6} = \frac{13}{18}$$

$$y = -1 + \text{Log}_b (2x + a)$$

$$D_f = \left(\frac{1}{2}, +\infty\right) \Rightarrow 2\left(\frac{1}{2}\right) + a = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$f(2) = 0 \Rightarrow -1 + \text{Log}_b (2(2) + (-1)) = 0 \Rightarrow \text{Log}_b \frac{3}{b} = 1$$

$$b = 3 \Rightarrow y = -1 + \text{Log}_3 (2x - 1) = 1 \Rightarrow \text{Log}_3 (2x - 1) = 2 \Rightarrow 2x - 1 = 9 \Rightarrow x = 5$$

$$3^{x^2-2} = (3^4)^x = 3^{4x} \Rightarrow x^2 - 2 = 4x \Rightarrow x^2 - 4x - 2 = 0 \xrightarrow{+6} x^2 - 4x + 4 = 6$$

$$\Rightarrow (x - 2)^2 = 6 \Rightarrow x - 2 = \sqrt{6}$$

$$\text{Log}_{\frac{6}{6}} (x - 2) = \text{Log}_{\frac{6}{6}} \sqrt{6} = \frac{1}{2}$$

$$D_f = (-1, +\infty)$$

$$\text{و } f \text{ تابعی نزولی است} \Rightarrow y = -\text{Log}_2 (x + 1) = \text{Log}_2 (x + 1)^{-1}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{125}{8}\right)^{x^2} \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{8}{125}\right)^{-x^2} \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = \left(\left(\frac{2}{5}\right)^3\right)^{-x^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2x^2} \Rightarrow 2x-1 = -2x^2 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (منفی می شود) غ ق ق} \\ \text{یا} \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{4}}(2x+1) = \text{Log}_{\frac{1}{4}} \frac{2^2}{2^2} = \text{Log}_{\frac{1}{4}} \frac{2^2}{2^2} = \frac{2}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = \text{Log} \frac{x-2}{x} \quad \frac{x-2}{x} > 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$$

$$D_f = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$$

بررسی گزینه‌ها:

$$\frac{x-2}{x} > 0 \Rightarrow x > 2 \Rightarrow D = (2, +\infty)$$

گزینه ۱:

$$\frac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)} > 0 \Rightarrow D = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty) - \{-2\}$$

گزینه ۲:

$$\frac{1}{2} \text{Log} \left(\frac{x-2}{x}\right)^2 = \text{Log} \left|\frac{x-2}{x}\right| \Rightarrow x \neq 0, x \neq 2 \Rightarrow D = R - \{0, 2\}$$

گزینه ۳:

$$2 \text{Log} \sqrt{\frac{x-2}{x}} \Rightarrow \frac{x-2}{x} > 0 \Rightarrow x = 2, x = 0 \Rightarrow D = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$$

گزینه ۴:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$3^{x+y} = 3^{2+x-y} \Rightarrow 3^y = 3^{2-x}$$

$$\text{Log}(x+2y) - \text{Log} y = \text{Log} 10 \Rightarrow \frac{x+2y}{y} = 10 \Rightarrow x+2y = 10y$$

$$x+2y = 5 \times (2y) \Rightarrow x+2-x = 5(2-x) \Rightarrow x = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}(x-3)(x+2) - \text{Log}(x-3) = \text{Log}(2x-5) \Rightarrow \text{Log}(x+2) = \text{Log}(2x-5)$$

$$\Rightarrow x+2 = 2x-5$$

$$x = 7 \Rightarrow \text{Log} \sqrt[4]{7} = \text{Log} \frac{7}{7^2} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Log}_x (3x + 8) + \text{Log}_x (x - 6) = 2 &\Rightarrow \text{Log}_x (3x + 8)(x - 6) = 2 \\ \Rightarrow 3x^2 - 18x + 8x - 48 = x^2 &\Rightarrow 2x^2 - 10x - 48 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 24 = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (x - 8)(x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{ق ق } x = 8 \\ \text{غ ق ق } x = -3 \end{cases}$$

$$\text{Log}_{\frac{x}{4}} = \text{Log}_{\frac{8}{4}} = \text{Log}_{\frac{2^3}{2^2}} = \frac{3}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دو منحنی $y = 2^x$ و $y = (\sqrt{2}^{x+1})$ را با یکدیگر تلافی می‌دهیم: ۳۴

$$(\sqrt{2})^{x+1} + 4 = 2^x \Rightarrow \sqrt{2}(\sqrt{2})^x + 4 = 2^x \Rightarrow 2^x - \sqrt{2} \cdot 2^{\frac{x}{2}} - 4 = 0$$

$$\xrightarrow{2^{\frac{x}{2}} = t} t^2 - \sqrt{2}t - 4 = 0 \Rightarrow t = \frac{\sqrt{2} \pm \sqrt{2 + 16}}{2} = \frac{\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}}{2} = \begin{cases} t_1 = 2\sqrt{2} \\ \text{غ ق ق } t_2 = -\sqrt{2} \end{cases}$$

$$2^{\frac{x}{2}} = 2\sqrt{2} = 2^{\frac{3}{2}} \Rightarrow x = 3, y = 2^3 = 8$$

$$A(0, 4), B(3, 8) \Rightarrow AB = \sqrt{9 + 16} = 5$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. a و b ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 10x + 0/1 = 0$ می‌باشند. داریم: ۳۵

$$\text{Log } a + \text{Log } b - \text{Log } a + b = \text{Log } \frac{a \cdot b}{a + b} = \text{Log } \frac{P}{S} = \text{Log } \frac{0/1}{10} = \text{Log } \frac{1}{100} = \text{Log } 10^{-2} = -2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۳۶

$$\text{Log } (y + 2) = 1 \Rightarrow y + 2 = 10^1 \Rightarrow y = 8$$

$$\text{Log } (y - x) + \text{Log } (4x + y) = 2 \xrightarrow{y=8} \text{Log } (8 - x) + \text{Log } (4x + 8) = 2 \Rightarrow$$

$$\text{Log } (8 - x)(4x + 8) = 2 \Rightarrow -4x^2 + 24x + 64 = 10^2 \Rightarrow 4x^2 - 24x + 36 = 0 \xrightarrow{\div 4}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow (x - 3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به تعریف لگاریتم، می‌نویسیم: ۳۷

$$\text{Log}_{\frac{12}{2}} = \alpha \Rightarrow 12 = 2^\alpha$$

$$4^{\alpha-2} = (2^2)^{\alpha-2} = 2^{2\alpha-4} = \frac{2^{2\alpha}}{2^4} = \frac{(2^\alpha)^2}{2^4} = \frac{12^2}{2^4} = \frac{(2^2 \times 3)^2}{2^4} = \frac{2^4 \times 3^2}{2^4} = 9$$

$$4^x + 2^x = 12 \xrightarrow{2^x=t} t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow (t-3)(t+4) = 0$$

$$\begin{cases} t = -4 & \text{قبول نمی‌شود} \\ t = 3 & \xrightarrow{2^x=3} x = \log_2 3 \end{cases}$$

$$\log(x+1) + \log(2y+x^2) = 2 \xrightarrow{x=2} \log 4 + \log(9+2y) = 2$$

$$\Rightarrow \log(9+2y) = \log 100 - \log 4 = \log \frac{100}{4} = \log 25$$

$$\Rightarrow 9+2y = 25 \Rightarrow y = 8$$

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \log_{\frac{1}{2}} x = -\log_2 x \\ g(x) &= \log_{\frac{x}{2}} x = -\log_2 \frac{x}{2} \end{aligned} \right\} f(x) = g(x) \text{ و } x > 0$$

$$\log \sqrt[3]{16} = \log (16)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log 16 = \frac{1}{3} \log \frac{16}{10} = \frac{1}{3} (\log 16 - \log 10)$$

$$= \frac{1}{3} (\log 2^4 - 1) = \frac{1}{3} (4 \log 2 - 1) = \frac{1}{3} (4(1 - \log 5) - 1) = \frac{1}{3} (4 - 4k - 1) = \frac{3 - 4k}{3} = 1 - 4k$$

$$\begin{cases} \log_2 x = \log_2 2 + \log_2 (y+1) \\ x^2 - y^2 = 32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y + 2 \\ x^2 - y^2 = 32 \Rightarrow (2y+2)^2 - y^2 = 32 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4y^2 + 8y + 4 - y^2 = 32 \Rightarrow 3y^2 + 8y - 28 = 0 \Rightarrow y = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 84}}{6}$$

$$\Rightarrow y = \frac{-8 \pm 10}{6} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 6 \end{cases} \text{ غنق.. } y = -\frac{14}{3}$$

$$\Rightarrow \log_6 (x+y) = \log_6 8 = \log_{6^2} 2^3 = \frac{3}{2}$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴

