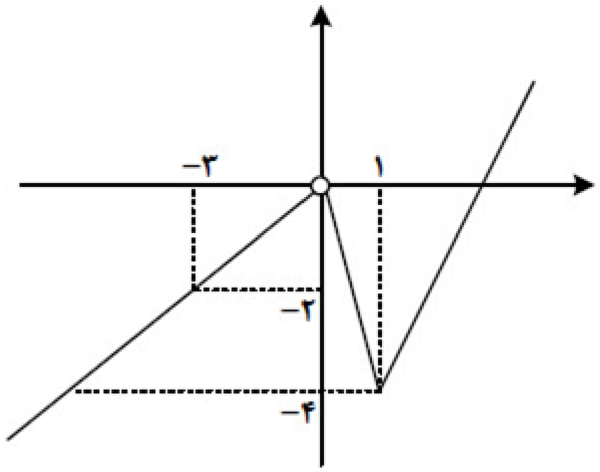
۱ تابع غیرصفر $f(x) = a[x+۱] + b[x + [a+۱]]$ در R پیوسته است. مقدار $\frac{a[a]}{f(a)}$ کدام است؟

۱) ۱
۲) -۱
۳) ۲
۴) -۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲ شکل مقابل، نمودار تابع f است. مقدار $\lim\limits_{x\to ۰^-} \frac{|x|}{f(x)} + \lim\limits_{x\to ۰^+} \frac{f(x)}{|x|}$ کدام است؟




۱) $-۵/۵$
۲) $-۴/۲۵$
۳) $-۳/۷۵$
۴) $-۲/۵$

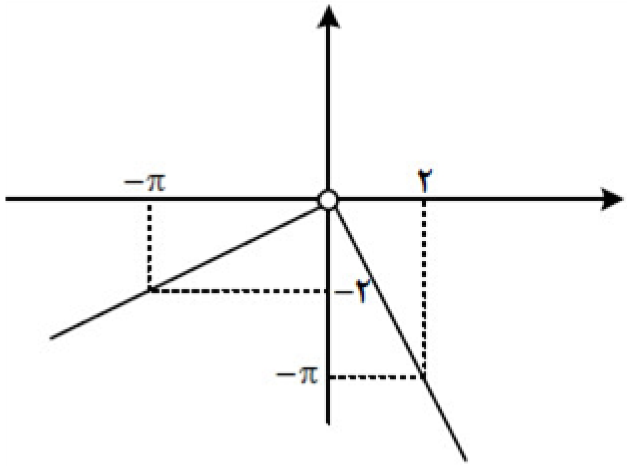
کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳ تابع غیرصفر $f(x) = a[x] + b[x+۱]$ در R پیوسته است. مقدار $\frac{f(a)}{a}$ کدام است؟

۱) ۱
۲) -۱
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $-\frac{۱}{۲}$

سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

۴) شکل زیر، نمودار تابع f است. مقدار $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{\pi}{۲}\right)^{+}} \dfrac{|f(x)|}{\sin x} + \lim\limits_{x\to\left(\frac{\pi}{۲}\right)^{-}} \dfrac{\sin x}{|f(x)|}$ کدام است؟




۱) $۱-\dfrac{۴}{\pi^{۲}}$ ۲) $\dfrac{۴}{\pi^{۲}}-۱$ ۳) $۴\pi-\dfrac{۱}{\pi^{۲}}$ ۴) $۴\pi+\dfrac{۱}{\pi^{۲}}$

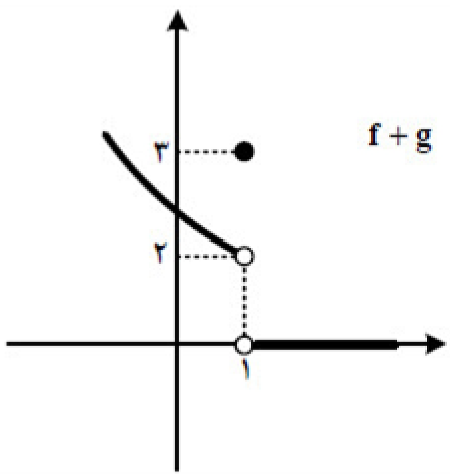
سراسری-تجربی-تیرماه ۱۴۰۳

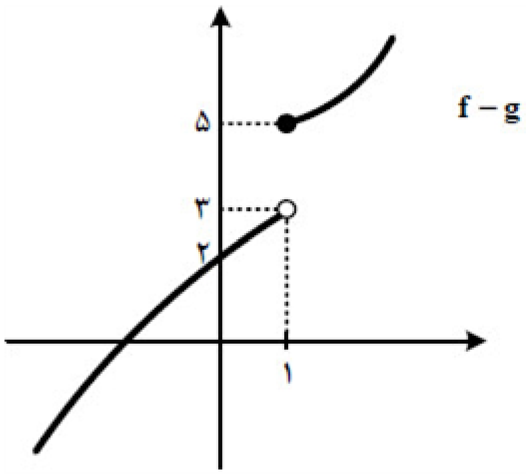
۵) تابع ناصفر $f(x)=b\left[x^{۲}-\mathrm{ax}\right]-۲a$ در R پیوسته است. مقدار $\dfrac{a}{f(b)}$ کدام است؟

۱) $-\dfrac{۱}{۲}$ ۲) $-\dfrac{۱}{۴}$ ۳) ۱ ۴) صفر

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۶) شکل‌های زیر، نمودار توابع $f+g$ و $f-g$ هستند. مقدار $\lim\limits_{x\to ۱} f(x)$ کدام است؟




۱) حد ندارد. ۲) ۲/۲۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۲/۷۵

سراسری-تجربی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۷) اگر تابع $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{۶x^{۲}+(m+۳)x+\frac{m}{۲}}}{|۲x^{۳}+(m-۳)x^{۲}+a^{۲}|} & x\neq a\\[2mm] \dfrac{۲\tan b}{\sqrt{-x}} & x=a\end{cases}$ در R پیوسته باشد، کدام مورد می‌تواند مقدار b باشد؟

۱) $\dfrac{\pi}{۶}$ ۲) $\dfrac{\pi}{۳}$ ۳) $\dfrac{۲\pi}{۳}$ ۴) $\dfrac{۵\pi}{۶}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۸ اگر تابع $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3x^2+(m-1)x+(m-4)}}{\left|x^3+((m-7)x+a)^2\right|} & x\neq a\\ \dfrac{2\operatorname{Sin} b}{\sqrt[3]{x+2}} & x=a\end{cases}$ در R پیوسته باشد، مقدار b کدام می‌تواند باشد؟

۱) $\frac{\pi}{3}$ ۲) $\frac{\pi}{6}$ ۳) $\frac{5\pi}{3}$ ۴) $\frac{5\pi}{6}$

سراسری-تجربی-۱۴۰۲ تیرماه

۹ به‌ازای کدام مقدار $a$، تابع با ضابطه $f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x^2-x-2|}{x-2} & x<2\\ a[-x]+3+3a & x\geq 2\end{cases}$، روی بازه‌ی $(-\infty, 2]$ پیوسته است؟

۱) ۳- ۲) ۶- ۳) هر مقدار a ۴) هیچ مقدار a

سراسری-تجربی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۰ تابع $f(x)=\begin{cases}\tan\dfrac{(2x+1)\pi}{4} & x\leq 1\\ \dfrac{|x^2+x-2|}{a(1-x)} & 1<x<5\\ b(x-[-x]) & x\geq 5\end{cases}$ روی بازه $[1, 5]$ پیوسته است. مقدار ab کدام است؟

۱) $-0/7$ ۲) $-0/5$ ۳) $0/7$ ۴) $0/5$

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۱۱ اگر در ریشه‌ای از معادله $5x^2-\mathrm{ax}+b=0$، حد تابع $f(x)=\dfrac{x^2+\mathrm{ax}+b}{x-1}$ موجود بوده و تابع f در آن پیوسته نباشد، مقدار $\left[\dfrac{b-2a}{3}\right]$ کدام است؟

۱) ۳- ۲) ۲- ۳) ۱ ۴) صفر

سراسری-تجربی-دی ۱۴۰۱

۱۲ اگر $f(x)=\dfrac{x\sqrt{x}}{2x^2+x-1}$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2f(x)-1}{2(x-1)}$ کدام است؟

۱) ۱- ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۱۳ حاصل $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{|x+1|+[x]}{x-[-x]}$ کدام است؟

۱) $-\infty$ ۲) صفر ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

**۱۴** فرض کنید $f(x)=x(۱-x^۲)$ و $g(x)=\begin{cases}۱ & x>۰\\ ۰ & x=۰\\ -۱ & x<۰\end{cases}$. تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $(fof)og$، کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

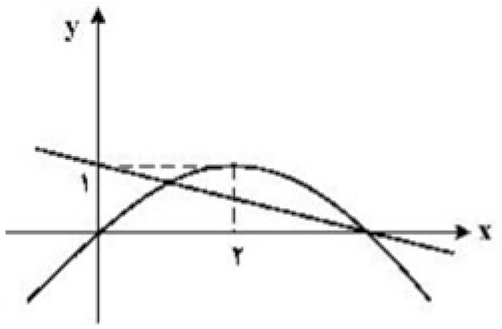
**۱۵** فرض کنید $g(x)=\begin{cases}۱ & x>۰\\ ۰ & x=۰\\ -۱ & x<۰\end{cases}$ و $f(x)=۱-x^۲$. تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $gof$، کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

**۱۶** نمودار تابع سهمی f و خط راست g در شکل زیر داده شده است.

مقدار $\lim_{x\to ۴^-}\frac{f(x)+g(x)}{۴-x}$، کدام است؟




۱) $-\frac{۳}{۲}$ ۲) $-\frac{۵}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

**۱۷** مقدار $\lim_{x\to \frac{\pi}{۶}^-}[۲\sin x-۱]$، کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) -۱ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) وجود ندارد.

سراسری-تجربی-۱۴۰۰

**۱۸** به ازای کدام مقدار $a$، تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}\frac{۲\sin^۲ x-\sin x-۱}{\cos^۲ x} & ; x\neq\frac{\pi}{۲}\\ a & ; x=\frac{\pi}{۲}\end{cases}$، در $x=\frac{\pi}{۲}$، پیوسته است؟

۱) $۱/۵$ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) $-۱/۵$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

**۱۹** حدّ عبارت $\frac{۲-\sqrt[۳]{۳x+۲}}{۵x^۲-۱۸x+۱۶}$، وقتی $x\to ۲$، کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۳}$ ۲) $-\frac{۱}{۴}$ ۳) $-\frac{۱}{۶}$ ۴) $-\frac{۱}{۸}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۰ تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}\frac{x^{۲}-۴}{۲|x-۲|} & ; x\neq ۲\\ ۲ & ; x=۲\end{cases}$، از نظر پیوستگی در $x=۲$، چگونه است؟

۱ از چپ پیوسته
۲ پیوسته
۳ از چپ ناپیوسته و از راست ناپیوسته
۴ از راست پیوسته

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۱ حدّ عبارت $\dfrac{x^{۲}+۱۰x+۱۶}{۱۲+۶\sqrt[۳]{x}}$، وقتی $x\to -۸$، کدام است؟

۱ -۲۴
۲ -۱۸
۳ -۱۲
۴ -۶

سراسری-تجربی-۹۸

۲۲ به ازای کدام مقدار $a$، تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}\frac{۸+x^{۳}}{|x+۲|} & ; x\neq -۲\\ a & ; x=-۲\end{cases}$، در نقطه‌ی $x=-۲$، فقط از چپ پیوسته است؟

۱ -۱۲
۲ -۶
۳ ۶
۴ ۱۲

سراسری-تجربی-۹۸

۲۳ حاصل $\lim\limits_{x\to -۱}\dfrac{۲x^{۲}+۵x+۳}{۲-\sqrt{۲+\sqrt{۳-x}}}$، کدام است؟

۱ ۸
۲ ۱۲
۳ ۱۶
۴ ۲۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۴ اگر تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}\sqrt{ax+۳} & ;x<۱\\ x^{۲}+ax & ;x\geq ۱\end{cases}$ در نقطه‌ی $x=۱$ پیوسته باشد، $f\left(-\frac{۳}{۴}\right)$ کدام است؟

۱ ۰/۵
۲ ۱/۲۵
۳ ۱/۵
۴ ۲/۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۵ تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}\frac{x-۱}{x-\sqrt{x}} & ; x>۱\\ ax-a+۲ & ; x\leq ۱\end{cases}$، به ازای کدام مقدار a در نقطه‌ی $x=۱$ پیوسته است؟

۱ ۱
۲ ۲
۳ هر مقدار a
۴ هیچ مقدار a

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۶ اگر $\dfrac{۱}{۲}=\lim\limits_{x\to ۲}\dfrac{x-\sqrt{۳x-۲}}{ax+b}$ باشد، آن‌گاه b کدام است؟

۱ -۲
۲ -۱
۳ ۱
۴ ۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۷ حاصل $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{2-\sqrt[3]{x+6}}{\sqrt{x^2-4x+4}}$ ، کدام است؟

۱) $-\dfrac{1}{6}$ ۲) $-\dfrac{1}{12}$ ۳) $\dfrac{1}{12}$ ۴) $\dfrac{1}{6}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۸ به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} a+\sin^2 x & 0\leq x<\frac{\pi}{4} \\ \sqrt{2}\cos 3x & \frac{\pi}{4}\leq x\leq 2\pi \end{cases}$، روی بازه‌ی $[0,2\pi]$ پیوسته است؟

۱) $-\dfrac{3}{2}$ ۲) $-\dfrac{1}{2}$ ۳) $\dfrac{1}{2}$ ۴) هیچ مقدار a

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۲۹ با کدام مجموعه‌ی مقادیر a، تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{x+a} & ; x\geq -1 \\ x^2+ax & ; x<-1 \end{cases}$، در $x=-1$ پیوسته است؟

۱) $\{1,\sqrt{2}\}$ ۲) $\{1+\sqrt{2},1-\sqrt{2}\}$ ۳) $\emptyset$ ۴) $R$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۰ تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} \frac{2x^2-x-1}{x-1} & ; x>1 \\ ax-a+3 & ; x\leqslant 1 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a، در نقطه‌ی $x=1$ پیوسته است؟

۱) فقط $\dfrac{1}{2}$ ۲) فقط ۲ ۳) هیچ مقدار a ۴) هر مقدار a

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۱ حاصل $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{2x+\sqrt{3-x}}{x^2+x}$ کدام است؟

۱) $-\dfrac{7}{4}$ ۲) $-\dfrac{1}{4}$ ۳) $\dfrac{3}{4}$ ۴) $\dfrac{5}{4}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۲ اگر $f(x)=\begin{cases} x+a & ; x<1 \\ 1 & ; x\geqslant 1 \end{cases}$ و $g(x)=\begin{cases} x+1 & ; x<1 \\ \frac{a}{x+1} & ; x\geqslant 1 \end{cases}$، به ازای کدام مقدار a، تابع $f+g$ در $x=1$ پیوسته است؟

۱) ۴- ۲) ۴ ۳) ۲- ۴) ۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۳ حاصل $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\sqrt{\cos x}}{\sin^2 x}$ کدام است؟

۱) $\infty$ ۲) ۳ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{4}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۴ در تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} x^2+a & x<-2 \\ 3x+4 & x>-2 \end{cases}$ مقدار حد چپ در نقطه‌ی $x=-2$، عکس مقدار حد راست در این نقطه است. a کدام است؟

۱) ۳ ۲) $3/5$ ۳) $-4$ ۴) $-4/5$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۵ اگر تابع با ضابطه $f(x)=\begin{cases} ax+b\ , & x>2 \\ x^2+bx-1\ , & x<2 \end{cases}$ با شرط $f(2)=5$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته باشد، a کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۶ تابع با ضابطه $f(x)=\begin{cases} \frac{x^3-3x^2+4}{x-2} & x>2 \\ 2x+b & x\leqslant 2 \end{cases}$ ، به ازای کدام مقدار b، همواره پیوسته است؟

۱) -۴ ۲) -۲ ۳) ۲ ۴) ۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

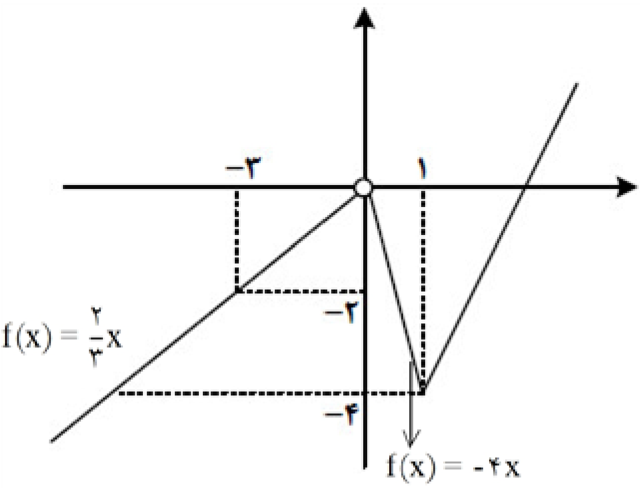
# پاسخنامه تشریحی

**۱** گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شرط وجود پیوستگی در R حذف $[x]$ است $\Longleftarrow a=-b$

$$f(x)=a\,[x]+a+b\,[x]+b\,[a+۱]=f(x)=\cancel{a\,[x]}+a+\cancel{b\,[x]}+b\,[a]+b$$

$$\frac{a\,[a]}{f(a)}=\frac{a\,[a]}{a+b\,[a]+b}=\frac{a\,[a]}{a-a\,[a]-a}=-۱$$

**۲** گزینه ۱ پاسخ صحیح است.




$$\operatorname{Lim}\frac{-۴\cancel{x}}{\cancel{x}}+\operatorname{Lim}\frac{-\cancel{x}}{\frac{۲}{۳}\cancel{x}}=-۴-۱/۵=-۵/۵$$

**۳** گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

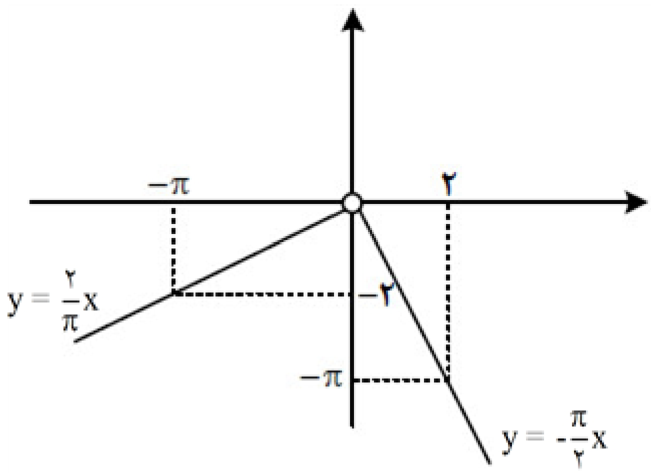
$$f(x)=a\,[x]+b\,[x]+b\Rightarrow f(x)=(a+b)\,[x]+b\Rightarrow a+b=۰\Rightarrow a=-b$$

$$\Rightarrow f(x)=b\Rightarrow\frac{f(a)}{a}=\frac{b}{a}=\frac{-a}{a}=-۱$$

**۴** گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\operatorname{Lim}_{x\to\frac{\pi}{۲}^-}\frac{\operatorname{Sin}x}{|f(x)|}=\frac{۱}{-\frac{\pi}{۲}\times\frac{\pi}{۲}}=+\frac{۴}{\pi^۲}$$

$$\operatorname{Lim}_{x\to\left(-\frac{\pi}{۲}\right)^+}\frac{|f(x)|}{\operatorname{Sin}x}=\frac{\left|\frac{۲}{\pi}\times-\frac{\pi}{۲}\right|}{-۱}=-۱$$




**۵** گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x)=b\,[x(x-a)]-۲a\xrightarrow{\text{در } R \text{ پیوسته}}b=۰\Rightarrow\frac{a}{f(b)}=\frac{a}{f(۰)}=\frac{a}{-۲a}=-\frac{۱}{۲}$$

۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$۱)\ \lim_{x\to ۱^+}(f+g)(x)=۰$$

$$۲)\ \lim_{x\to ۱^-}(f+g)(x)=۲$$

$$۳)\ \lim_{x\to ۱^+}(f-g)(x)=۵$$

$$۴)\ \lim_{x\to ۱^-}(f-g)(x)=۳$$

$$۱,۳\Rightarrow \lim_{x\to ۱^+}(f+g)(x)+\lim_{x\to ۱^+}(f-g)(x)=۲\lim_{x\to ۱^+}f(x)=۵\Rightarrow \lim_{x\to ۱^+}f(x)=۲/۵$$

$$۲,۴\Rightarrow \lim_{x\to ۱^-}(f+g)(x)+\lim_{x\to ۱^-}(f-g)(x)=۲\lim_{x\to ۱^-}f(x)=۵\Rightarrow \lim_{x\to ۱^-}f(x)=۲/۵$$

۷ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $x=a$ باید ریشه مضاعف زیر رادیکال باشد:

$$\Delta=۰\Rightarrow (m+۳)^۲-۱۲m=۰\Rightarrow m^۲-۶m+۹=۰\Rightarrow m=۳$$

$$a=-\frac{(m+۳)}{۲(۶)}=-\frac{۶}{۲\times ۶}=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{۶x^۲+۶x+\frac{۳}{۲}}}{\left|۲x^۳+\frac{۱}{۴}\right|} & x\neq -\frac{۱}{۲}\\ ۲\sqrt{۲}\,\mathrm{tg}\,b & x=-\frac{۱}{۲}\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{۶}\cancel{\left|x+\frac{۱}{۲}\right|}}{۲\cancel{\left|x+\frac{۱}{۲}\right|}\left(x^۲-\frac{۱}{۲}x+\frac{۱}{۴}\right)} & x\neq -\frac{۱}{۲}\\ ۲\sqrt{۲}\,\mathrm{tg}\,b & x=-\frac{۱}{۲}\end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l}\displaystyle\lim_{x\to -\frac{۱}{۲}}f(x)=\frac{\sqrt{۶}}{۲\left(\frac{۳}{۴}\right)}=\frac{۲\sqrt{۶}}{۳}\\ f\left(-\frac{۱}{۲}\right)=۲\sqrt{۲}\,\mathrm{tg}\,b\end{array}\right\}\Rightarrow ۲\sqrt{۲}\,\mathrm{tg}\,b=\frac{۲\sqrt{۶}}{۳}$$

$$\mathrm{tg}\,b=\frac{\sqrt{۳}}{۳}\Rightarrow b=\frac{\pi}{۶}$$

۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $x=a$ باید ریشه مضاعف زیر رادیکال باشد:

$$\Delta=۰\Rightarrow (m-۱)^۲-۱۲(m-۴)=۰\Rightarrow (m-۷)^۲=۰\Rightarrow m=۷$$

ریشه صورت و مخرج $x=a\Rightarrow a=-۱$

صورت : $\dfrac{\sqrt{۳(x+۱)^۲}}{|x^۳+۱|}=\dfrac{\sqrt{۳}\,|x+۱|}{|x+۱|\,(x^۲-x+۱)}\Rightarrow \lim\limits_{x\to a}$ صورت $=\lim\limits_{x\to(-۱)}$ صورت $=\dfrac{\sqrt{۳}}{۳}$

مخرج : $x=a=-۱ : \dfrac{۲\,\mathrm{Sin}\,b}{۳}=\dfrac{\sqrt{۳}}{۳}\Rightarrow \mathrm{Sin}\,b=\dfrac{\sqrt{۳}}{۲}$

۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. حد چپ و راست در ۲ برابر نیستند، پس در ۲ پیوسته نیست و در نتیجه در R پیوسته نیست.

$$\left.\begin{array}{l}\displaystyle\lim_{x\to ۲^-}\frac{|(x+۱)(x-۲)|}{x-۲}=\lim_{x\to ۲^-}\frac{-(x+۱)(x-۲)}{x-۲}=-۳\\ f(۲)=-۲a+۳+۳a=a+۳\end{array}\right\}a+۳=-۳\Rightarrow a=-۶$$

**۱۰** گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

پیوستگی راست در $x=۱$ :
$$\left\{\begin{array}{l} f(۱)=\tan\left(\frac{۳\pi}{۴}\right)=-۱ \\ \lim\limits_{x\to ۱^{+}} f(x)=\lim\limits_{x\to ۱^{+}} \frac{\cancel{(x-۱)}(x+۲)}{-a\,\cancel{(x-۱)}}=\frac{۳}{-a}\end{array}\right\} \frac{۳}{-a}=-۱ \Rightarrow a=۳$$

پیوستگی چپ در $x=۵$ :
$$\left\{\begin{array}{l} f(۵)=b(۵-[-۵])=۱۰b \\ \lim\limits_{x\to ۵^{-}} f(x)=\frac{|۲۵+۵-۲|}{۳(۱-۵)}=\frac{۲۸}{۳\times -۴}=\frac{-۷}{۳}\end{array}\right\} ۱۰b=\frac{-۷}{۳} \Rightarrow b=\frac{-۷}{۳۰}$$

$$\Rightarrow ab=-۰/۷$$

**۱۱** گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left.\begin{array}{l} \text{ریشه}=۱ \Rightarrow ۵-a+b=۰ \Rightarrow a-b=۵ \\ f\ \text{ریشه صورت}=۱ \Rightarrow ۱+a+b=۰ \Rightarrow a+b=-۱\end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a=۲ \\ b=-۳\end{array}\right.$$

$$\left[\frac{b-۲a}{۳}\right]=\left[\frac{-۳-۴}{۳}\right]=-۳$$

تذکر: تنها نقطه‌ای که تابع f در آن ناپیوسته است، $x=۱$ است و چون f در آن حد دارد، پس صورت کسر باید به ازای $x=۱$ صفر شود، در غیر این‌صورت حد، بی‌نهایت می‌شود.

**۱۲** گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

راه اول:

$$g(x)=\frac{۲f(x)-۱}{۲(x-۱)}=\frac{\frac{۲x\sqrt{x}}{۲x^۲+x-۱}-۱}{۲(x-۱)}=\frac{۲x\sqrt{x}-۲x^۲-(x-۱)}{۲(x-۱)(۲x^۲+x-۱)}=\frac{-۲x\sqrt{x}(\sqrt{x}-۱)-(x-۱)}{۲(x-۱)(۲x^۲+x-۱)}$$

$$=\frac{-۲x\sqrt{x}\frac{\cancel{x-۱}}{\sqrt{x}+۱}-(\cancel{x-۱})}{۲(\cancel{x-۱})(۲x^۲+x-۱)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۱} g(x)=\frac{\frac{-۲}{۱+۱}-۱}{۲(۲+۱-۱)}=\frac{-۲}{۴}=-\frac{۱}{۲}$$

راه دوم:

$$\lim_{x\to ۱}\frac{۲f(x)-۱}{۲(x-۱)}\xrightarrow{\frac{۰}{۰},\ \text{HOP}}\lim_{x\to ۱}\frac{۲f'(x)}{۲}=f'(۱)\Rightarrow \frac{۱/۵(۲)-۵(۱)}{(۲)^۲}=\frac{۳-۵}{۴}=\frac{-۱}{۲}$$

**۱۳** گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x\to -۱^{+} \Rightarrow x+۱>۰ \Rightarrow |x+۱|=x+۱ \Rightarrow [x]=-۱ \Rightarrow -x\to ۱^{-} \Rightarrow [-x]=۰$$

$$\lim_{x\to -۱^{+}}\frac{|x+۱|+[x]}{x-[-x]}=\frac{x+۱-۱}{x}=\frac{x}{x}=۱$$

**۱۴** گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(\text{fof})\text{og}(x)=\left\{\begin{array}{ll} \text{fof}(۱)=f(۰)=۰ & x>۰ \\ \text{fof}(۰)=۰ & x=۰ \\ \text{fof}(-۱)=f(۰)=۰ & x<۰\end{array}\right.=\left\{\begin{array}{ll} ۰ & x>۰ \\ ۰ & x=۰ \\ ۰ & x<۰\end{array}\right.$$

همواره پیوسته

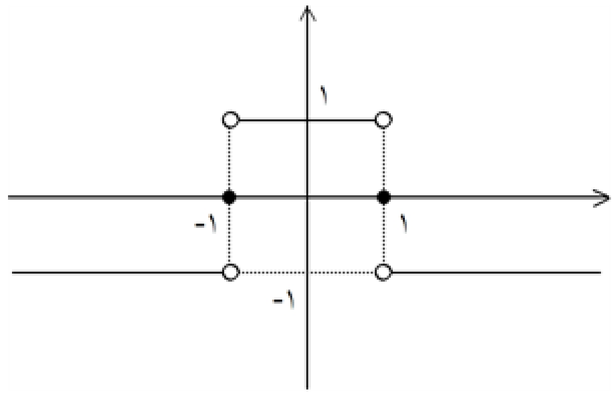
**۱۵** گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید ضابطه تابع $(\text{gof})(x)$ را حساب کنیم. بنابراین ضابطه g به شرط $۱-x^{۲}$ مثبت باشد برابر ۱ و اگر $۱-x^{۲}$ منفی باشد، حاصل y برابر ۱- و اگر $۱-x^{۲}$ برابر صفر باشد، حاصل y برابر صفر است.

$$\begin{cases} ۱-x^{۲}>۰ \Rightarrow x^{۲}<۱ \Rightarrow -۱<x<۱ \Rightarrow g(f(x))=۱ \\ ۱-x^{۲}=۰ \Rightarrow x^{۲}=۱ \Rightarrow x=\pm ۱ \Rightarrow g(f(x))=۰ \\ ۱-x^{۲}<۰ \Rightarrow x^{۲}>۱ \Rightarrow x>۱ \text{ یا } x<-۱ \Rightarrow g(f(x))=-۱ \end{cases}$$

با توجه به حاصل $g(f(x))$ و حدود x ضابطه و $(\text{gof})(x)$ برابر است با:

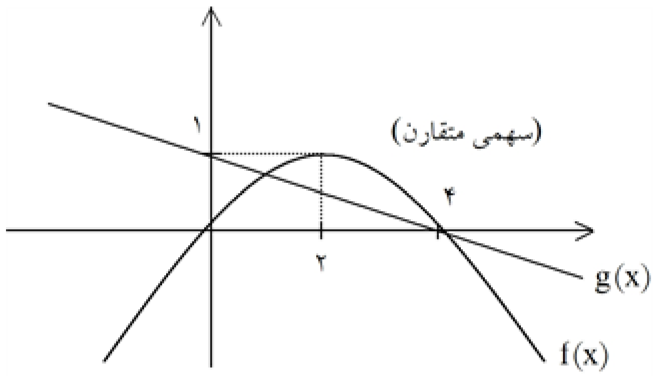
$$(\text{gof})(x)=\begin{cases} ۱ & ; -۱<x<۱ \\ ۰ & ; x=\pm ۱ \\ -۱ & ; x<-۱ \text{ یا } x>۱ \end{cases}$$

با رسم نمودار تابع تعداد نقاط ناپیوسته را حساب می‌کنیم.




در شکل مشخص است که تابع در $x=۱$ و $x=-۱$ ناپیوسته است.

**۱۶** گزینه ۳ پاسخ صحیح است.




$$= \lim_{x\to ۴^-} \underbrace{\frac{f(x)}{۴-x}}_{\frac{۰}{۰}} + \lim_{x\to ۴^-} \underbrace{\frac{g(x)}{۴-x}}_{\frac{۰}{۰}}$$

$$\xrightarrow{\text{HOP}} -f'(۴)-g'(۴)$$

$$(۰,۱),(۴,۰) \Rightarrow g(x): y-۰=\frac{۰-۱}{۴-۰}(x-۴) \Rightarrow y=\frac{-۱}{۴}(x-۴) \Rightarrow g(x)=\frac{-۱}{۴}x+۱$$

$$x_۱=۰, x_۲=۴ \Rightarrow f(x)=\text{ax}(x-۴) \xrightarrow{(۲,۱)} f(x)=\frac{-۱}{۴}x(x-۴) \Rightarrow f(x)=\frac{-۱}{۴}x^{۲}+x$$

$$g'(x)=\frac{-۱}{۴}, f'(x)=\frac{-۱}{۲}x+۱$$

$$-f'(۴)-g'(۴)=-(-۱)-\left(\frac{-۱}{۴}\right)=\frac{۵}{۴}$$

**۱۷** گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در $\text{Sin}\, x$ اگر x در همسایگی چپ $\frac{\pi}{۶}$ باشد، حاصل از $\frac{۱}{۲}$ کمتر است.

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{۶}^-} [۲\,\text{Sin}\, x]-۱=\left[۱^-\right]-۱=-۱$$

۱۸ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

روش اول: برای آن‌که تابع در $x=\frac{\pi}{۲}$ پیوسته باشد، باید:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}} f(x)=f\left(\frac{\pi}{۲}\right)$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}} f(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}}\frac{۲\sin^{۲}x-\sin x-۱}{\cos^{۲}x}=\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}}\frac{(\sin x-۱)(۲\sin x+۱)}{(۱-\sin x)(۱+\sin x)}$$

$$=\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}}\frac{\cancel{(\sin x-۱)}\,(۲\sin x+۱)}{-\cancel{(\sin x-۱)}\,(۱+\sin x)}=\frac{۳}{-۲}$$

$$f\left(\frac{\pi}{۲}\right)=a$$

$$\Rightarrow a=-\frac{۳}{۲}$$

روش دوم:

$$a=\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}}\frac{۲\sin ۲x-\cos x}{-\sin ۲x}=\frac{۰}{۰}\xrightarrow{\text{Hop}}\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}}\frac{۴\cos ۲x+\sin x}{-۲\cos ۲x}=\frac{-۴+۱}{۲}=-\frac{۳}{۲}$$

۱۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

روش اول:

$$\lim_{x\to ۲}\frac{۲-\sqrt[۳]{۳x+۲}}{۵x^{۲}-۱۸x+۱۶}\times\frac{۴+۲\sqrt[۳]{۳x+۲}+\sqrt[۳]{(۳x+۲)^{۲}}}{۴+۲\sqrt[۳]{۳x+۲}+\sqrt[۳]{(۳x+۲)^{۲}}}$$

$$=\lim_{x\to ۲}\frac{\overset{-۳\cancel{(x-۲)}}{\cancel{(۸-۳x-۲)}}}{\cancel{(x-۲)}(۵x-۸)\left(۴+۲\sqrt[۳]{۳x+۲}+\sqrt[۳]{(۳x+۲)^{۲}}\right)}=\frac{-۳}{۲(۱۲)}=-\frac{۱}{۸}$$

روش دوم: در این روش از هوپیتال استفاده می‌کنیم.

$$\xrightarrow{\text{HOP}}\lim_{x\to ۲}\frac{-\frac{۳}{۳\sqrt[۳]{(۳x+۲)^{۲}}}}{۱۰x-۱۸}=\frac{\frac{-۳}{۳\times ۴}}{۲}=-\frac{۱}{۸}$$

۲۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(۲)=۲$$

$$\lim_{x\to ۲^{+}} f(x)=\lim_{x\to ۲^{+}}\frac{x^{۲}-۴}{۲(x-۲)}=\lim_{x\to ۲^{+}}\frac{x+۲}{۲}=۲$$

$$\lim_{x\to ۲^{-}} f(x)=\lim_{x\to ۲^{-}}\frac{x^{۲}-۴}{-۲(x-۲)}=\lim_{x\to ۲^{-}}\frac{x+۲}{-۲}=-۲$$

پس f در $x=۲$ فقط از راست پیوسته است.

**۲۱** گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x\to -8}\frac{x^2+10x+16}{12+6\sqrt[3]{x}}=\lim_{x\to -8}\frac{(x+2)(x+8)}{6(2+\sqrt[3]{x})}=\lim_{x\to -8}\frac{(x+2)\left((\sqrt[3]{x})^3+2^3\right)}{6(2+\sqrt[3]{x})}$$

$$=\lim_{x\to -8}\frac{(x+2)\cancel{(\sqrt[3]{x}+2)}\left(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4\right)}{6\,\cancel{(2+\sqrt[3]{x})}}=\frac{-6(12)}{6}=-12$$

روش دوم: هوپیتال

$$\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to -8}\frac{2x+10}{6\left(\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}\right)}=\frac{-6}{6\left(\frac{1}{12}\right)}=\frac{-6}{\frac{1}{2}}=-12$$

**۲۲** گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left.\begin{array}{l} f(-2)=a \\ \lim\limits_{x\to(-2)^-} f(x)=\lim\limits_{x\to(-2)^-}\frac{8+x^3}{-(x+2)}=\lim\limits_{x\to(-2)^-}\frac{\cancel{(x+2)}(x^2-2x+4)}{-\cancel{(x+2)}}=-12 \end{array}\right\}\Rightarrow a=-12$$

**۲۳** گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x\to -1}\frac{2x^2+5x+3}{2-\sqrt{2+\sqrt{3-x}}}=\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(2x+3)(2+\sqrt{2+\sqrt{3-x}})}{4-2-\sqrt{3-x}}$$

$$=\lim_{x\to -1}\frac{\cancel{(x+1)}(2x+3)(2+\sqrt{2+\sqrt{3-x}})(2+\sqrt{3-x})}{\cancel{(4-3+x)}}=(1)(4)(4)=16$$

روش دوم: از هوپیتال استفاده می‌کنیم:

$$\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to -1}\frac{4x+5}{-\dfrac{-\frac{1}{2\sqrt{3-x}}}{2\sqrt{2+\sqrt{3-x}}}}=\frac{1}{\frac{\frac{1}{4}}{4}}=\frac{1}{\frac{1}{16}}=16$$

**۲۴** گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

پیوستگی در نقطه ۱ $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=f(1)$

$$\lim_{x\to 1^+}(x^2+ax)=\lim_{x\to 1^-}\sqrt{ax+3}\Rightarrow 1+a=\sqrt{a+3}\Rightarrow (1+a)^2=a+3$$

$$\Rightarrow 1+a^2+2a=a+3\Rightarrow a^2+a-2=0$$

$$(a-1)(a+2)=0\ \begin{cases} a=1 \ \checkmark \\ a=-2 \ \times \end{cases}$$

$$f\left(-\frac{3}{4}\right)=\sqrt{x+3}=\sqrt{-\frac{3}{4}+3}=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$$

۲۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(۱)=a(۱)-a+۲=۲$$

$$\lim_{x\to ۱}\frac{x-۱}{x-\sqrt{x}}\times\frac{x+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}=\lim_{x\to ۱}\frac{(x-۱)(x+\sqrt{x})}{x(x-۱)}$$

$$\lim_{x\to ۱}\frac{(x+\sqrt{x})}{x}=۲\Rightarrow a\in \mathrm{R}$$

۲۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

چون حد صورت صفر می‌شود و حد متناهی است باید حد مخرج نیز صفر شود: $۲a+b=۰$

با استفاده از قاعده هوپیتال داریم:

$$\xrightarrow{\text{Hop}}\lim_{x\to ۲}\frac{۱-\frac{۳}{۲\sqrt{۳x-۲}}}{a}=\frac{۱-\frac{۳}{۴}}{a}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow a=\frac{۱}{۲}\Rightarrow b=-۱$$

۲۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x\to ۲^+}\frac{۲-\sqrt[۳]{x+۶}}{\sqrt{x^۲-۴x+۴}}=\frac{۰}{۰}\Rightarrow\lim_{x\to ۲^+}\frac{۲-\sqrt[۳]{x+۶}}{\sqrt{(x-۲)^۲}}=\lim_{x\to ۲^+}\frac{۲-\sqrt[۳]{x+۶}}{|x-۲|}=\lim_{x\to ۲^+}\frac{۲-\sqrt[۳]{x+۶}}{x-۲}=\frac{۰}{۰}$$

برای $x\to ۲^+$ داریم: $|x-۲|=x-۲$ برای رفع ابهام بهتر است از قاعده‌ی هوپیتال استفاده کنیم: (در این روش از صورت و مخرج کسر به‌طور مستقل مشتق گرفته و سپس حاصل حد را محاسبه می‌کنیم.)

$$\text{Hop}:\lim_{x\to ۲^+}\frac{-\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{(x+۶)^۲}}}{۱}=-\frac{۱}{۱۲}$$

روش دوم: برای رفع ابهام استفاده از اتحاد $(a-b)(a^۲+ab+b^۲)=a^۳-b^۳$ می‌باشد.

$$\lim_{x\to ۲^+}\frac{۲-\sqrt[۳]{x+۶}}{x-۲}\times\frac{۴+۲\sqrt[۳]{x+۶}+\sqrt[۳]{(x+۶)^۲}}{۴+۲\sqrt[۳]{x+۶}+\sqrt[۳]{(x+۶)^۲}}$$

$$=\lim_{x\to ۲^+}\frac{۲-x}{(x-۲)(۴+۲\sqrt[۳]{x+۶}+\sqrt[۳]{(x+۶)^۲})}=\lim_{x\to ۲^+}\frac{-۱}{۴+۲\sqrt[۳]{x+۶}+\sqrt[۳]{(x+۶)^۲}}=-\frac{۱}{۱۲}$$

۲۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای پیوستگی تابع f در بازه‌ی $[۰,۲\pi]$، تنها کافی است شرایط پیوستگی تابع را در نقطه‌ی مرزی به طول $x=\frac{\pi}{۴}$ اعمال کنیم. برای این منظور داریم:

$$\begin{cases}\text{حد راست}:\lim_{x\to\frac{\pi}{۴}^+}f(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{۴}^+}\sqrt{۲}\,\mathrm{Cos}\,۳x=\sqrt{۲}\,\mathrm{Cos}\frac{۳\pi}{۴}=\sqrt{۲}\left(-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)=-۱\\ \text{حد چپ}:\lim_{x\to\frac{\pi}{۴}^-}f(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{۴}^-}(a+\mathrm{Sin}^۲x)=a+\mathrm{Sin}^۲\left(\frac{\pi}{۴}\right)=a+\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲=a+\frac{۱}{۲}\\ \text{مقدار}:f\left(\frac{\pi}{۲}\right)=\sqrt{۲}\,\mathrm{Cos}\frac{۳\pi}{۴}=\sqrt{۲}\left(-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)=-۱\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{مقدار=حد چپ=حد راست}}a+\frac{۱}{۲}=-۱\Rightarrow a=-\frac{۳}{۲}$$

۲۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای‌این‌که تابع f در نقطه‌ی مرزی $x=-۱$ پیوسته باشد، باید حد راست، حد چپ و مقدار تابع در این نقطه برابر باشند:

$$\left.\begin{array}{l} \text{حد راست} = \lim\limits_{x\to(-۱)^+} \frac{۱}{x+a} = \frac{۱}{-۱+a} = \frac{-۱}{۱-a} \\ \text{حد چپ} = \lim\limits_{x\to(-۱)^-} f(x) = \lim\limits_{x\to(-۱)^-} (x^۲+\mathrm{ax}) = (-۱)^۲ + a(-۱) = ۱-a \\ \text{مقدار} = f(-۱) = \frac{۱}{-۱+a} = \frac{-۱}{۱-a} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{-۱}{۱-a} = ۱-a$$

$$\Rightarrow (۱-a)^۲ = -۱ \xrightarrow{\text{منفی}\neq\text{نامنفی}} a \in \emptyset$$

۳۰ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. برای این‌که تابع $f(x)$ در نقطه‌ی $x=۱$ پیوسته باشد، باید حد راست، حد چپ و مقدار تابع f در این نقطه برابر باشند، داریم:

$$\text{حد راست} = \lim\limits_{x\to۱^+} f(x) = \lim\limits_{x\to۱^+} \frac{۲\mathrm{x}^۲-x-۱}{x-۱} = \frac{۰}{۰} \xrightarrow{\mathrm{HOP}} \lim\limits_{x\to۱^+} \frac{۴\mathrm{x}-۱}{۱} = ۳$$

$$\text{حد چپ} = \lim\limits_{x\to۱^-} f(x) = \lim\limits_{x\to۱^+} (\mathrm{ax}-a+۳) = a-a+۳ = ۳$$

$$\text{مقدار} = f(۱) = a-a+۳ = ۳$$

چون حد و مقدار تابع در نقطه‌ی $x=۱$ الزاماً با هم برابرند، در نتیجه به ازای هر مقدار a تابع f در این نقطه پیوسته خواهد بود.(توجه کنید که در محاسبه‌ی حد راست، برای رفع ابهام $\frac{۰}{۰}$ می‌توانستیم $۲\mathrm{x}^۲-x-۱$ را به‌صورت $(x-۱)(۲\mathrm{x}+۱)$ بنویسیم و با از بین بردن عامل صفر شونده‌ی $x-۱$ در صورت و مخرج کسر، حاصل حد مذکور را بیابیم.)

۳۱ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. $\lim\limits_{x\to-۱} \frac{۲\mathrm{x}+\sqrt{۳-x}}{x^۲+x}$، دارای ابهام $\frac{۰}{۰}$ است. برای رفع ابهام از روش هوپیتال بهره می‌گیریم. داریم:

$$\lim\limits_{\mathrm{x}\to-۱} \frac{۲\mathrm{x}+\sqrt{۳-\mathrm{x}}}{\mathrm{x}^۲+\mathrm{x}} \stackrel{\mathrm{HOP}}{=} \lim\limits_{\mathrm{x}\to-۱} \frac{۲+\frac{-۱}{۲\sqrt{۳-\mathrm{x}}}}{۲\mathrm{x}+۱} = \frac{۲+\frac{-۱}{۲\sqrt{۴}}}{۲(-۱)+۱} = \frac{۲-\frac{۱}{۴}}{-۱} = \frac{\frac{۷}{۴}}{-۱} = -\frac{۷}{۴}$$

(توجه کنید که با ضرب صورت و مخرج کسر در $۲\mathrm{x}-\sqrt{۳-x}$ نیز می‌توانستیم اقدام به رفع ابهام کنیم ولی روش طولانی‌تری بود.)

۳۲ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر $f(x)=\begin{cases} x+a\,; x<1 \\ 1 \quad ; x\geqslant 1\end{cases}$ و $g(x)=\begin{cases} x+1\,; x<1 \\ \frac{a}{x+1}\,; x\geqslant 1\end{cases}$، برای این‌که تابع $f+g$ در $x=1$ پیوسته باشد، ابتدا ضابطه‌ی $f+g$ را ساخته و سپس حد راست و چپ و مقدار تابع در این نقطه را برابر قرار می‌دهیم، داریم:

$$f(x)+g(x)=(f+g)(x)=\begin{cases} 2x+a+1\,; x<1 \\ \frac{a}{x+1}+1 \quad ; x\geqslant 1\end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{حد راست}=\lim\limits_{x\to 1^+}(f+g)=\lim\limits_{x\to 1^+}\left(\frac{a}{x+1}+1\right)=\frac{a}{2}+1 \\ \text{حد چپ}=\lim\limits_{x\to 1^-}(f+g)=\lim\limits_{x\to 1^-}(2x+a+1)=3+a \\ \text{مقدار}=(f+g)(1)=\frac{a}{2}+1\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{مقدار=حدچپ=حد راست}}$$

$$3+a=\frac{a}{2}+1\Rightarrow\frac{a}{2}=-2\Rightarrow a=-4$$

۳۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای رفع ابهام $\frac{0}{0}$ می‌توانیم صورت و مخرج کسر را در مزدوج عبارت صورت کسر ضرب کنیم. داریم:

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{\mathrm{Cos}\,x}}{\mathrm{Sin}^2 x}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to 0}\frac{(1-\sqrt{\mathrm{Cos}\,x})(1+\sqrt{\mathrm{Cos}\,x})}{\mathrm{Sin}^2 x(1+\sqrt{\mathrm{Cos}\,x})}=\lim_{x\to 0}\frac{1-\mathrm{Cos}\,x}{(1-\mathrm{Cos}^2 x)(1+\sqrt{\mathrm{Cos}\,x})}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\cancel{(1-\mathrm{Cos}\,x)}}{\cancel{(1-\mathrm{Cos}\,x)}\,(1+\mathrm{Cos}\,x)(1+\sqrt{\mathrm{Cos}\,x})}=\frac{1}{(1+1)(1+\sqrt{1})}=\frac{1}{2\times 2}=\frac{1}{4}$$

روش دوم: می‌دانیم در اطراف صفر، $\left(1+\frac{u}{n}\right)\sim\sqrt[n]{1+u}$ و نیز $\left(1-\frac{x^2}{2}\right)\sim\mathrm{Cos}\,x$ و هم چنین $x\sim\mathrm{Sin}\,x$ بنابراین:

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{\mathrm{Cos}\,x}}{\mathrm{Sin}^2 x}=\lim_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{1-\frac{x^2}{2}}}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\cancel{1}-\left(\cancel{1}-\frac{x^2}{4}\right)}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{x^2}{4}}{x^2}=\frac{1}{4}$$

۳۴ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left.\begin{array}{l} \text{حد چپ}=\lim\limits_{x\to(-2)^-}f(x)=\lim\limits_{x\to(-2)^-}(x^2+a)=(-2)^2+a=4+a \\ \text{حد راست}=\lim\limits_{x\to(-2)^+}f(x)=\lim\limits_{x\to(-2)^+}(3x+4)=3(-2)+4=-2\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{حد چپ}=\frac{1}{\text{حد راست}}}$$

$$4+a=\frac{1}{-2}\Rightarrow a=-4/5$$

۳۵ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^+}f(x)=2a+b=5 \\ \lim\limits_{x\to 2^-}f(x)=2b+3=5\Rightarrow b=1\end{array}\right\}a=2$$

**۳۶** گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

برای آنکه تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{x^{۳}-۳x^{۲}+۴}{x-۲} & x>۲\\ ۲x+b & x\leqslant ۲\end{cases}$ همواره پیوسته باشد باید در نقطه‌ی $x=۲$ پیوسته باشد.

$$\left.\begin{array}{c}\lim\limits_{x\to ۲^-} f(x)=\lim\limits_{x\to ۲^-}(۲x+b)=۴+b\\ f(۲)=۴+b\end{array}\right\}\Rightarrow ۴+b=۰\Rightarrow b=-۴$$

# پاسخنامه کلیدی

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۱ | **۲** | ۳ | ۴ |
| ۲ | **۱** | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳ | ۱ | **۲** | ۳ | ۴ |
| ۴ | ۱ | **۲** | ۳ | ۴ |
| ۵ | **۱** | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶ | ۱ | ۲ | **۳** | ۴ |
| ۷ | **۱** | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸ | **۱** | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹ | ۱ | **۲** | ۳ | ۴ |
| ۱۰ | **۱** | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱ | **۱** | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲ | ۱ | **۲** | ۳ | ۴ |
| ۱۳ | ۱ | ۲ | ۳ | **۴** |
| ۱۴ | ۱ | ۲ | ۳ | **۴** |
| ۱۵ | ۱ | ۲ | **۳** | ۴ |
| ۱۶ | ۱ | ۲ | **۳** | ۴ |
| ۱۷ | **۱** | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۸ | ۱ | ۲ | ۳ | **۴** |
| ۱۹ | ۱ | ۲ | ۳ | **۴** |
| ۲۰ | ۱ | ۲ | ۳ | **۴** |
| ۲۱ | ۱ | ۲ | **۳** | ۴ |
| ۲۲ | **۱** | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۳ | ۱ | ۲ | **۳** | ۴ |
| ۲۴ | ۱ | ۲ | **۳** | ۴ |
| ۲۵ | ۱ | ۲ | **۳** | ۴ |
| ۲۶ | ۱ | **۲** | ۳ | ۴ |
| ۲۷ | ۱ | **۲** | ۳ | ۴ |
| ۲۸ | **۱** | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۹ | ۱ | ۲ | **۳** | ۴ |
| ۳۰ | ۱ | ۲ | ۳ | **۴** |
| ۳۱ | **۱** | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۲ | **۱** | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۳ | ۱ | ۲ | ۳ | **۴** |
| ۳۴ | ۱ | ۲ | ۳ | **۴** |
| ۳۵ | ۱ | ۲ | **۳** | ۴ |
| ۳۶ | **۱** | ۲ | ۳ | ۴ |