

۱) تعداد جواب‌های معادله $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ در بازه $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۲) مجموع جواب‌های معادله $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = 0$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

$\frac{9\pi}{4}$ (۴)

$\frac{7\pi}{4}$ (۳)

$\frac{5\pi}{2}$ (۲)

$\frac{3\pi}{2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳) مجموع جواب‌های معادله $\cos^2 x + \sin^2 x = 0$ در بازه $[-3\pi, \pi]$ کدام است؟

-4π (۴)

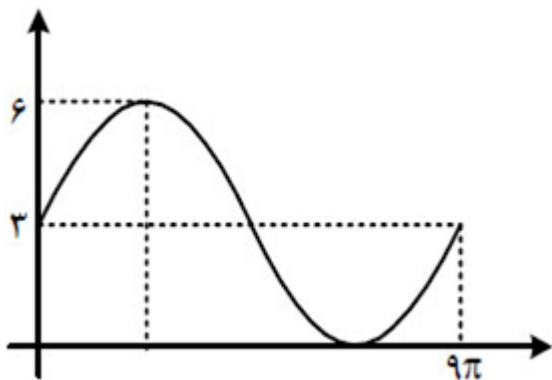
-3π (۳)

$-\pi$ (۲)

صفر (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۴) اگر شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \frac{2}{a} - \frac{b}{1 + \tan^2\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right)}$ باشد، مقدار $f\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ کدام است؟



۵ (۴)

$4/75$ (۳)

$4/5$ (۲)

۴ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۵) در معادله مثلثاتی $3\sin x - \sqrt{3}\cos x + m\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$ اگر $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد،

مقدار m کدام است؟

-۳ (۴)

۳ (۳)

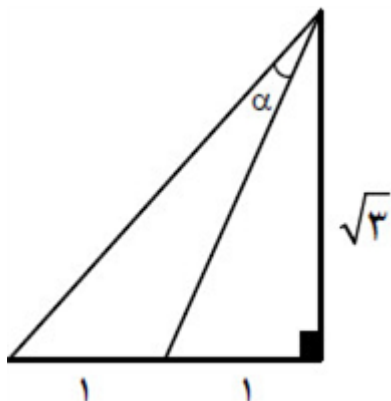
$-\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

در شکل مقابل، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

۶



$\frac{\sqrt{3}}{5}$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳)

$\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۲)

$\frac{1}{5\sqrt{3}}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

در یک مثلث، زاویه بین دو ضلع با اندازه‌های ۵ و ۱۲ برابر α است. اگر مساحت این مثلث ۱۵ باشد، اختلاف بیشترین و کمترین مقدار α کدام است؟

۷

$\frac{\pi}{4}$ (۴)

$\frac{\pi}{2}$ (۳)

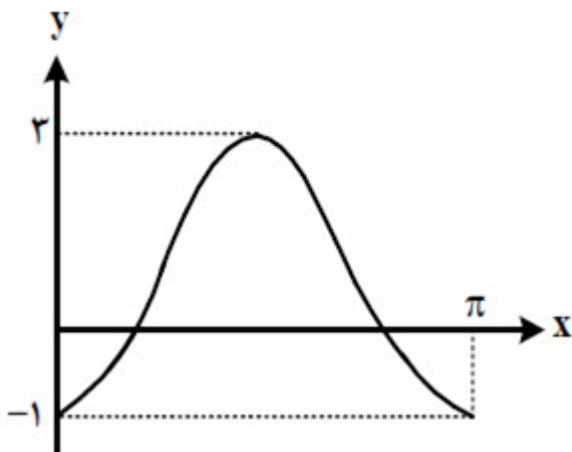
$\frac{\pi}{3}$ (۲)

$\frac{2\pi}{3}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

اگر شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + b \sin\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right) \cos\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right)$ باشد، اختلاف صفرهای تابع f در بازه $[0, \pi]$ ، کدام است؟

۸



$\frac{2\pi}{3}$ (۴)

$\frac{\pi}{2}$ (۳)

$\frac{\pi}{4}$ (۲)

$\frac{\pi}{6}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

در معادله مثلثاتی $m(\cos x - \sin x) - 3\sqrt{6} \sin(2x) = \sqrt{6}$ اگر $m(\cos x - \sin x) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، مقدار

۹

m کدام است؟

۳ (۴)

۶ (۳)

-۳ (۲)

-۶ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۰) معادله $\sin x \cos x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin^2 x = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos^2 x$ در بازه $[-\pi, \pi]$ ، چند جواب دارد؟

۸ (۴)

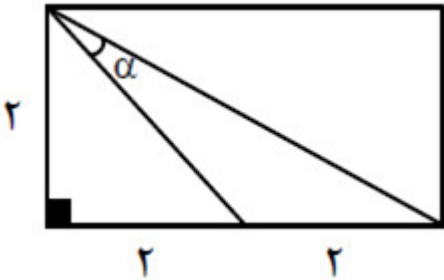
۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۱) در شکل مقابل، مقدار $\cot \alpha$ کدام است؟



$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۲) مجموع جوابهای معادله مثلثاتی $\cos\left(\frac{17\pi}{8} + x\right) \cos\left(\frac{3\pi}{8} - x\right) = \cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)$ در بازه $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ کدام است؟

$\frac{\pi}{4}$ (۴)

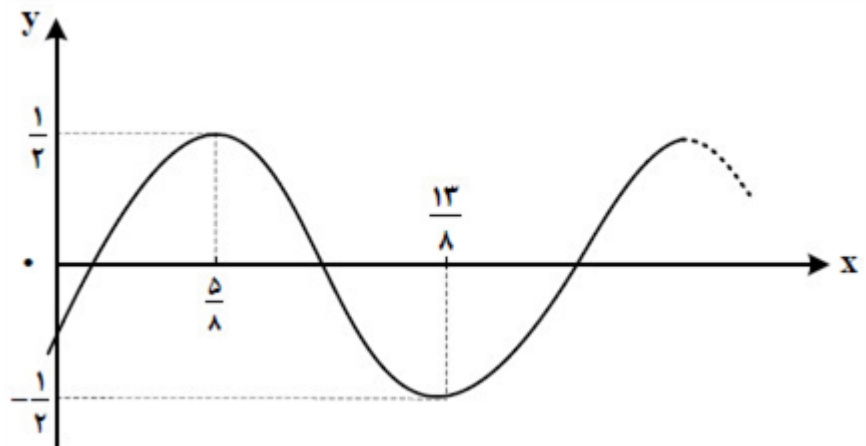
$\frac{2\pi}{3}$ (۳)

$\frac{\pi}{3}$ (۲)

$\frac{\pi}{2}$ (۱)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۱۳) شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin(bx - c)$ را نشان می‌دهد. اگر $a > 0$ و $0 < c < 2\pi$ باشند، مقدار $\frac{ab}{c}$ کدام است؟



2π (۴)

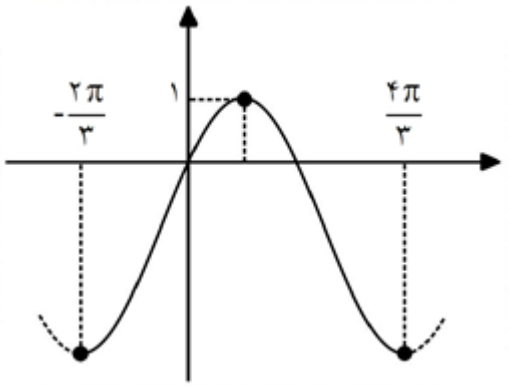
$\frac{1}{\pi}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۴ (۱)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۴ شکل مقابل، قسمتی از نمودار $y = a + b \cos \left(cx - \frac{\pi}{3} \right)$ را نشان می‌دهد. مقدار $b(c - a)$ کدام است؟



۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۱۵ مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

$\frac{5\pi}{4}$ (۴)

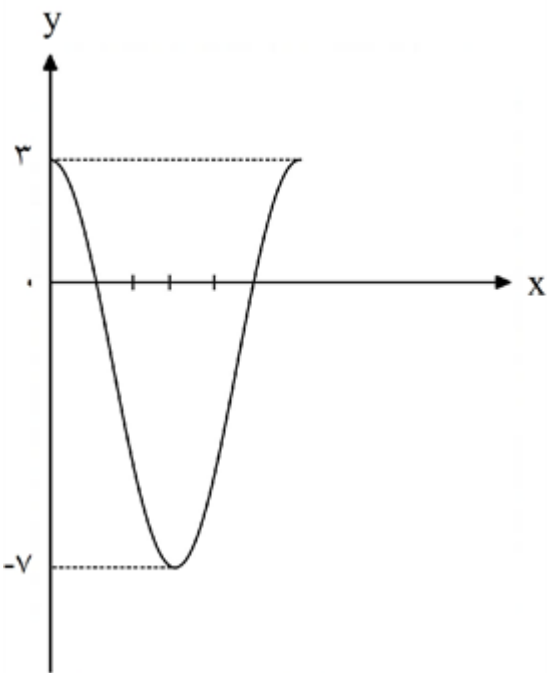
$\frac{\pi}{4}$ (۳)

$\frac{3\pi}{2}$ (۲)

$\frac{\pi}{2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۶ شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos x + b$ را نشان می‌دهد. مقدار $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ کدام است؟



$-\frac{11}{2}$ (۴)

$-\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{11}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۷) مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$ در بازه $[-\pi, 2\pi]$ کدام است؟

$\frac{11\pi}{6}$ (۴)

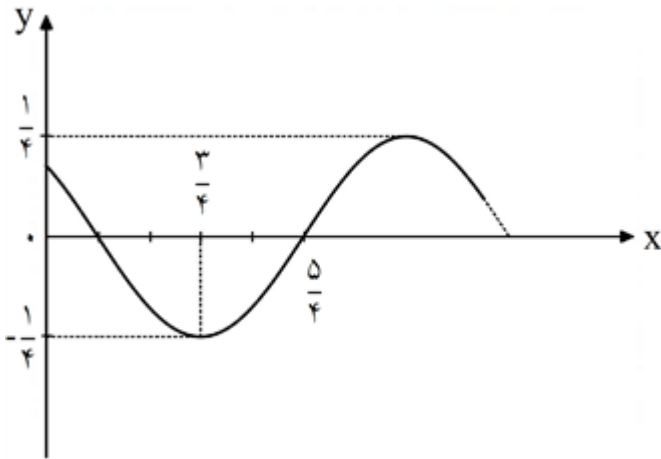
$\frac{9\pi}{4}$ (۳)

$\frac{7\pi}{3}$ (۲)

$\frac{\pi}{3}$ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۸) شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos(bx + c)$ را نشان می‌دهد. اگر $b > 0$ و $0 < c < \pi$ باشد، مقدار $\frac{ac}{b}$ کدام است؟



π (۴)

$\frac{1}{4\pi}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{16}$ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۹) تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $\frac{1}{8} = (1 + \cos(\alpha))(1 + \cos(2\alpha))(1 + \cos(4\alpha))$ در فاصله $[0, 2\pi]$ کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۰ (۲)

۷ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۰) فرض کنید تابع f به ازای هر $x \in \mathbb{R}$ نسبت به خطوط $x = 1$ و $x = 3$ متقارن باشد. کدام عبارت زیر درست است؟

(۲) f تابعی زوج است.

(۱) f تابعی فرد است.

(۴) f تابعی متناوب با دوره‌ی تناوب ۴ است.

(۳) f تابعی متناوب با دوره‌ی تناوب ۲ است.

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۱) مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin(x) + \sin(2x) \cos(x) = 1$ ، در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

$\frac{7\pi}{2}$ (۴)

3π (۳)

$\frac{5\pi}{2}$ (۲)

2π (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۲ اگر $\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\frac{\tan(\alpha) - \sin(\alpha)}{\sin(\alpha) - \cos(\alpha)}$ ، کدام است؟

$\frac{91}{105}$ (۴)

$\frac{16}{105}$ (۳)

$-\frac{16}{105}$ (۲)

$-\frac{91}{105}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۲۳ فرض کنید A مجموعه‌ی جوابهای معادله‌ی مثلثاتی $(1 + \cos(\alpha))(1 + \cos(2\alpha))(1 + \cos(4\alpha)) = \frac{1}{8}$ ، در بازه‌ی $[0, \pi]$ باشد. ماکزیمم عضو مجموعه‌ی A ، کدام است؟

$\frac{8}{9}\pi$ (۴)

$\frac{7}{9}\pi$ (۳)

$\frac{6}{7}\pi$ (۲)

$\frac{5}{7}\pi$ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۲۴ جوابهای معادله‌ی مثلثاتی $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos^2 x$ ، کدام است؟

$x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ (۲)

$x = \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ (۱)

$x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}, K \in \mathbb{Z}$ (۴)

$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, K \in \mathbb{Z}$ (۳)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۵ مجموع جوابهای معادله‌ی مثلثاتی $\tan(3x) \tan(x) = 1$ ، در بازه‌ی $[\pi, 2\pi]$ ، کدام است؟

$\frac{11\pi}{2}$ (۴)

$\frac{9\pi}{2}$ (۳)

6π (۲)

5π (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۲۶ دوره‌ی تناوب تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \operatorname{tg}(\pi x) - \operatorname{Cotg}(\pi x)$ ، کدام است؟

π (۴)

2 (۳)

1 (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۷ مجموع جوابهای معادله‌ی مثلثاتی $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{2}$ ، در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

4π (۴)

$\frac{7\pi}{2}$ (۳)

3π (۲)

$\frac{5\pi}{2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۸ مجموع جوابهای معادله‌ی مثلثاتی $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 x$ ، در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

3π (۴)

2π (۳)

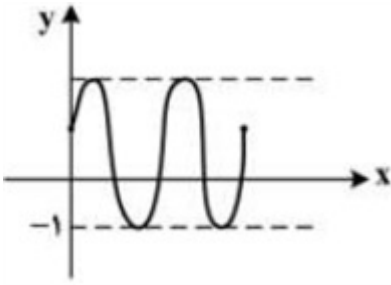
$\frac{7\pi}{2}$ (۲)

$\frac{5\pi}{2}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۸

۲۹ شکل زیر نمودار تابع $y = 1 + a \sin(b\pi x)$ در بازه $\left(0, \frac{4}{3}\right)$ است.

$a + b$ کدام است؟



۴ ۶

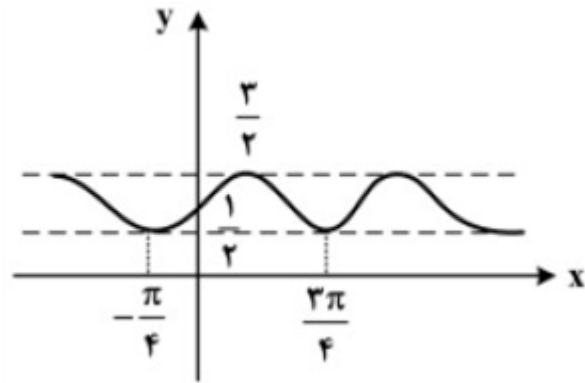
۳ ۵

۲ ۴

۱ ۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۰ شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = 1 + a \sin bx \cos bx$ است. $a + b$ کدام است؟



۴ ۳

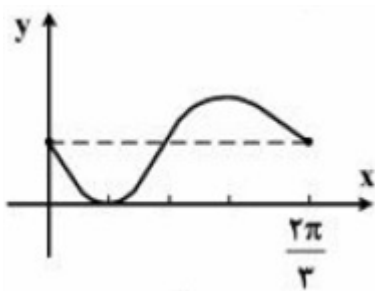
۳ ۲

۲ ۲/۳

۱ ۱

سراسری-ریاضی-۹۸

۳۱ شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = 1 - \sin mx$ است. مقدار تابع در نقطه‌ی $x = \frac{7\pi}{6}$ ، کدام است؟



۴ ۲

۳ ۱

۲ ۱/۲

۱ صفر

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۲ مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(x - \frac{3\pi}{8}\right) = 1$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ برابر کدام است؟

۴ ۷π/۴

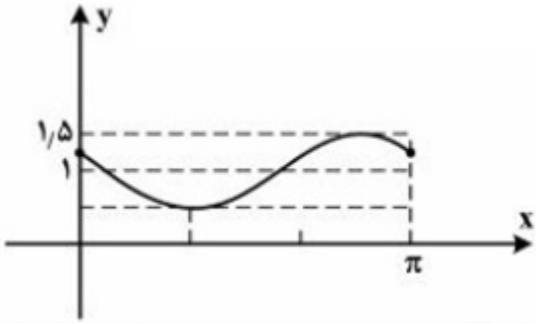
۳ ۳π/۲

۲ ۵π/۴

۱ ۳π/۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۳ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = 1 + a \sin\left(bx - \frac{\pi}{6}\right)$ است. $a + b$ کدام است؟



۲ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۴ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\tan^3 x = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$ ، به کدام صورت است؟

$\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$ (۴)

$\frac{k\pi}{4} - \frac{\pi}{8}$ (۳)

$\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{16}$ (۲)

$\frac{k\pi}{4} - \frac{\pi}{16}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۵ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\sin^4 x \cos^2 x = \cos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ ، کدام است؟

$\frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12}$ (۴)

$\frac{k\pi}{3} - \frac{\pi}{12}$ (۳)

$\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{12}$ (۲)

$\frac{k\pi}{4} - \frac{\pi}{12}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۶ جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\cos^2 x = \cot x (\sin^4 x + \tan x)$ ، کدام است؟

$2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴)

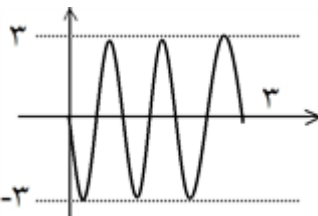
$2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳)

$k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۲)

$k\pi - \frac{\pi}{3}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۷ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. a, b کدام است؟



۶ (۴)

$\frac{4}{5}$ (۳)

-۳ (۲)

-۶ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱

$$\begin{aligned} & \overbrace{\cos(\pi - \alpha)}^{\alpha} \\ \Rightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) &= -\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) \\ 2x - \frac{\pi}{4} &= 2k\pi + \frac{3\pi}{4} - x \Rightarrow 3x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = (2k + 1)\frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3} \\ 2x - \frac{\pi}{4} &= 2k\pi - \frac{3\pi}{4} + x \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۲

$$\begin{aligned} & \overbrace{\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}^{\frac{5\pi}{6} + x} = -\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6} + x\right) \\ \begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi - \frac{5\pi}{6} - x \Rightarrow 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4} \\ x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} + x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pi - \frac{\pi}{4} \\ x = 2\pi - \frac{\pi}{4} \end{cases} \\ \text{جمع} = 2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۳

$$\begin{aligned} (1 - \sqrt{2} \sin x) + \sin^2 x &= 0 \Rightarrow \sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin x = \pm 1 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \text{جوابهای بازه } [-3\pi, \pi] \text{ عبارتند از } &-\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \text{ که مجموع آنها برابر } -4\pi \text{ است.} \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۴

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2}{a} - \frac{b}{1 + \tan^2\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right)} = \frac{2}{a} - b \cos^2\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right) \\ \text{برای اینکه تابع بیشترین مقدار ممکن شود باید } &\cos^2\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right) = 0 \text{ شود پس:} \\ \frac{2}{a} = 6 \Rightarrow a &= \frac{1}{3} \\ \text{برای اینکه تابع کمترین مقدار ممکن شود باید } &\cos^2\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right) = 1 \text{ شود پس:} \\ \frac{2}{a} - b = 0 \Rightarrow b &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T = \frac{\pi}{|c|} &= 9\pi \xrightarrow{c>0} c = \frac{1}{9} \quad \text{از طرفی:} \\ f\left(\frac{3\pi}{4}\right) &= 6 - 6 \cos^2\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = 6 - 1/5 = 4/5 \end{aligned}$$

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin x \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cos x = \frac{1}{\sqrt{3}} \xrightarrow{\times \sqrt{3}} \sqrt{3} \sin x - \cos x = 2$$

از طرفی:

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3} \xrightarrow{\cos^2 x = 1 - \sin^2 x} \cos^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{3} \sin x - \cos x + m \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

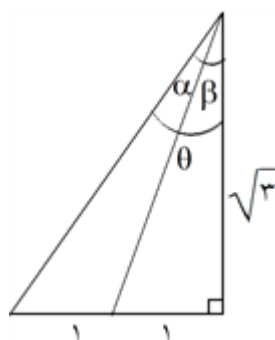
$$\Rightarrow 2 - \frac{m}{3} = 1 \Rightarrow m = 3$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\theta = \alpha + \beta \Rightarrow \alpha = \theta - \beta$$

$$\tan \alpha = \tan(\theta - \beta) = \frac{\tan \theta - \tan \beta}{1 + \tan \theta \tan \beta}$$

$$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{5}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$



$$S = \frac{5 \times 12 \times \sin \alpha}{2} = 15 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\alpha = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{اختلاف} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$f(x) = a + \frac{b}{2} \sin\left(2cx - \frac{3\pi}{2}\right)$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = a + \frac{b}{2} \cos(2cx)$$

$$\left. \begin{aligned} y_{\max} &= a + \frac{|b|}{2} = 3 \\ y_{\min} &= a - \frac{|b|}{2} = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 1, |b| = 4$$

در $x = 0$ مینیمم تابع رخ داده است. پس $b < 0$ و $b = -4$ است. دوره تناوب هم برابر π است.

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{2|c|} = \pi \Rightarrow |c| = 1$$

پس $f(x) = 1 - 2 \cos 2x$ است. باید معادله $f(x) = 0$ را حل کنیم:

$$1 - 2 \cos 2x = 0 \Rightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \\ 2x = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

اختلاف این جوابها در بازه $[0, \pi]$ برابر $\frac{2\pi}{3}$ است.

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\cos x}{\sqrt{2}} - \frac{\sin x}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos x - \sin x) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos x - \sin x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

طرفین تساوی بالا را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\Rightarrow 1 - \sin^2 x = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{3}$$

حال در معادله داده شده جای‌گذاری می‌کنیم:

$$m\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) - 2\sqrt{6}\left(\frac{1}{3}\right) = \sqrt{6} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}m = 2\sqrt{6} \Rightarrow m = 6$$

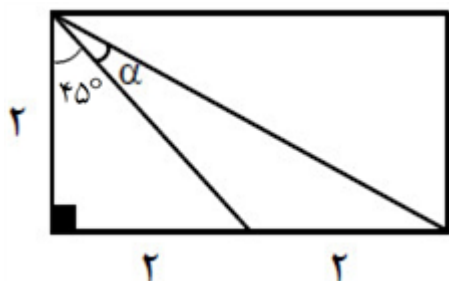
$$\sin x \cos x + \frac{1}{2} \sin^2 x = \frac{1}{2} \cos^2 x \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{2}(\cos^2 x - \sin^2 x)$$

$$\Rightarrow \sin^2 x = \cos^2 x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \Rightarrow k = -2, -1, 0, 1 \Rightarrow \text{معادله ۴ جواب دارد} \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + 2x \otimes \end{cases}$$

راه حل دوم:

$$\left. \begin{aligned} \sin 2x = \cos 2x &\Rightarrow \tan(2x) = 1 \\ -\pi \leq x \leq \pi &\Rightarrow -2\pi \leq 2x \leq 2\pi \end{aligned} \right\} \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{۲ دور}} \text{تعداد جواب} = 2 \times 2 = 4$$



$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\alpha + 45^\circ) &= \frac{\operatorname{tg} \alpha + 1}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = \frac{4}{2} = 2 \\ \Rightarrow 2 - 2 \operatorname{tg} \alpha &= \operatorname{tg} \alpha + 1 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

و در نتیجه $\operatorname{Cotg} \alpha = 3$ است.

$$\cos\left(\frac{17\pi}{8} + x\right) = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{8} + x\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{8}\right)$$

$$\cos\left(\frac{5\pi}{8} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{8} + x\right)\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right) \Rightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{8}\right) \sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \xrightarrow{x \in \left[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{12}\right]} x_1 = -\frac{\pi}{12} \\ 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{7\pi}{12} \xrightarrow{x \in \left[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{12}\right]} x_2 = \frac{7\pi}{12} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{6\pi}{12} = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{T}{2} = \frac{13}{8} - \frac{5}{8} \Rightarrow T = 1; T = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow 2 = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow b = \pi$$

$$\begin{cases} y_{\max} = |a| + c' = 0/5 \\ y_{\min} = -|a| + c' = -0/5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c' = 0 \\ a = 0/5 \end{cases}; \left(\frac{5}{8}, \frac{1}{2}\right) \in f(x) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{5\pi}{8} - c\right)$$

$$\Rightarrow \frac{5\pi}{8} - c = \frac{\pi}{2} \Rightarrow c = \frac{\pi}{8}$$

$$\frac{ab}{c} = \frac{0/5 \times \pi}{\frac{\pi}{8}} \Rightarrow \frac{ab}{c} = 4$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای رسم نمودار داده شده، نمودار $y = \cos x$ را $\frac{\pi}{3}$ واحد به راست می‌بریم، سپس طول

نقاط را بر c تقسیم می‌کنیم، عرض نقاط را در b ضرب و با a جمع می‌کنیم.

با توجه به نمودار b و c هر دو مثبت هستند و داریم:

$$(0, 0) \in \text{نمودار} \Rightarrow a + b \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow 2a + b = 0 \quad (1)$$

$$y_{\max} = a + |b| \xrightarrow{b > 0} a + b = 1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} a = -1, b = 2$$

دوره تناوب هم برابر 2π است. $\frac{4\pi}{3} - \left(-\frac{2\pi}{3}\right) = 2\pi$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{|c|} = \frac{2\pi}{c} = 2\pi \Rightarrow c = 1 \Rightarrow b(c - a) = 2 \times 2 = 4$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \pm 1 \Rightarrow x + \frac{\pi}{4} = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$$

جواب‌های بازه $[0, 2\pi]$ عبارت‌اند از $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{5\pi}{4}$ که مجموع آن‌ها برابر $\frac{3\pi}{2}$ است.

$$\left. \begin{array}{l} \max = |a| + b = 3 \\ \min = -|a| + b = -7 \end{array} \right\} \Rightarrow b = -2, |a| = 5$$

اما تابع در $x = 0$ ماکزیمم دارد، پس $a > 0$ است.

$$\Rightarrow f(x) = 5 \cos x - 2 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 5 \cos \frac{\pi}{3} - 2 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \sin x + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \cos x = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \\ x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$$

$$\frac{27\pi}{12} = \frac{9\pi}{4}$$

مجموع ریشه‌های قابل قبول در بازه فوق:

$$\frac{T}{4} = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow T = 2 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 2 \xrightarrow{b>0} b = \pi$$

$$\max = \frac{1}{4} \Rightarrow |a| = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{5}{4}, 0\right) \Rightarrow \frac{1}{4} \cos\left(\frac{5\pi}{4} + c\right) = 0 \Rightarrow \frac{5\pi}{4} + c = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow c = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{ac}{b} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{\pi}{4}}{\pi} = \frac{1}{16}$$

پس:

$$(1 + \cos \alpha)(1 + \cos 2\alpha)(1 + \cos 4\alpha) = \frac{\sin^2(4\alpha)}{8 \sin^2\left(\frac{\alpha}{8}\right)} = \frac{1}{8}$$

$$\xrightarrow{\sin \frac{\alpha}{8} \neq 0} \sin^2 4\alpha = \sin^2\left(\frac{\alpha}{8}\right)$$

$$4\alpha = k\pi \pm \frac{\alpha}{8} \Rightarrow \begin{cases} 4\alpha = k\pi + \frac{\alpha}{8} \\ \text{یا} \\ 4\alpha = k\pi - \frac{\alpha}{8} \end{cases}$$

$$\frac{3\alpha}{8} = k\pi \Rightarrow \alpha = \frac{8k\pi}{3}$$

$$\frac{31\alpha}{8} = k\pi \Rightarrow \alpha = \frac{8k\pi}{31}$$

$$\left. \begin{aligned} 0 < \frac{8k\pi}{3} < 2\pi &\Rightarrow 0 < k < 3 \Rightarrow \text{جواب ۶} \\ 0 < \frac{8k\pi}{31} < 2\pi &\Rightarrow 0 < k < 31 \Rightarrow \text{جواب ۸} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{در مجموع ۱۴ جواب دارد.}$$

تذکر: چون $\alpha = 2\pi, \alpha = 0$ جواب نمی‌باشند، بازه باز در نظر گرفته شد.

$$(1 + \cos \alpha)(1 + \cos 2\alpha)(1 + \cos 4\alpha) = 2 \cos^2\left(\frac{\alpha}{8}\right) \cdot 2 \cos^2 2\alpha \cdot 2 \cos^2 4\alpha$$

توجه:

$$= 8 \cos^2\left(\frac{\alpha}{8}\right) \cos^2 2\alpha \cdot \cos^2 4\alpha = \frac{8 \sin^2\left(\frac{\alpha}{8}\right) \cos^2\left(\frac{\alpha}{8}\right) \cos^2 2\alpha \cdot \cos^2 4\alpha}{\sin^2\left(\frac{\alpha}{8}\right)} = \frac{\sin^2 4\alpha}{8 \sin^2\left(\frac{\alpha}{8}\right)}$$

$$\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x \text{ و } \sin^2 \alpha = \sin^2 \beta \Rightarrow \alpha = k\pi \pm \beta \quad \text{یادآوری:}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. خط $x = k$ محور تقارن $y = f(x)$ است اگر و تنها اگر $f(k-x) = f(k+x)$ ۲۰

$$x = 1: \text{محور تقارن } f(1-x) = f(1+x)$$

$$x = 3: \text{محور تقارن } f(3-x) = f(3+x)$$

در این صورت داریم:

$$f(x) = f(1 + (x-1)) = f(1 - (x-1)) = f(2-x) = f(3 - (x+1)) = f(3+x+1) = f(4+x)$$

$$\Rightarrow f(x+4) = f(x) \Rightarrow T = 4$$

$$\sin(a+b) - \sin(a-b) = 2 \cos a \sin b$$

توجه:

$$2 \sin x \cos(x) = \sin(2x+x) - \sin(2x-x) = \sin 3x - \sin x$$

در نتیجه:

$$2 \sin(x) \cos(x) + \sin(x) = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin 3x - \sin x + \sin x = 1 \Rightarrow \sin 3x = 1 \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k+1}{6}\pi$$

جوابهای بازه $[0, 2\pi]$ عبارتند از $\frac{\pi}{6}$ ، $\frac{5\pi}{6}$ و $\frac{9\pi}{6}$ که مجموع آنها برابر $\frac{5\pi}{2}$ است.

راه حل دوم:

$$2 \sin x \cos 2x + \sin x = 1 \Rightarrow 2 \sin x(1 - 2 \sin^2 x) + \sin x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x = 1$$

$$\Rightarrow \sin 3x = 1 \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k+1}{6}\pi$$

جوابهای بازه $[0, 2\pi]$ عبارتند از $\frac{\pi}{6}$ ، $\frac{5\pi}{6}$ و $\frac{9\pi}{6}$ که مجموع آنها برابر $\frac{5\pi}{2}$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. راه حل اول:

$$\tan \alpha = \frac{2 \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{1 - \tan^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{2 \times \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{16}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{15}{16}} = \frac{8}{15}$$

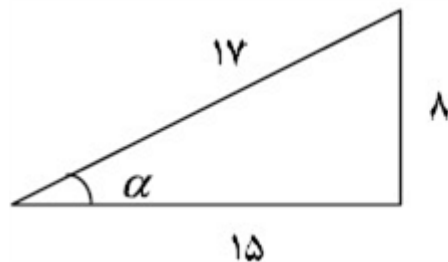
$$\sin \alpha = \frac{8}{17}$$

$$\cos \alpha = \frac{15}{17}$$

$$\Rightarrow \frac{\tan(\alpha) - \sin(\alpha)}{\sin(\alpha) - \cos(\alpha)} = \frac{\frac{8}{15} - \frac{8}{17}}{\frac{8}{17} - \frac{15}{17}} = \frac{\frac{136 \times 17 - 120 \times 15}{15 \times 17}}{-\frac{7}{17}} = \frac{\frac{16}{15 \times 17}}{-\frac{7}{17}} = \frac{-16}{105}$$

راه حل دوم:

$$\cos \alpha = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{1 - \frac{1}{16}}{1 + \frac{1}{16}} = \frac{\frac{15}{16}}{\frac{17}{16}} = \frac{15}{17}$$



$$\sin \alpha = \frac{8}{17}$$

$$(1 + \cos^2 \alpha)(1 + \cos^4 \alpha)(1 + \cos^8 \alpha) = \frac{1}{\lambda}$$

$$2 \cos^2 \alpha \cdot 2 \cos^4 \alpha \cdot 2 \cos^8 \alpha = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow (\cos \alpha \cos^2 \alpha \cos^4 \alpha)^2 = \frac{1}{64}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\lambda} \frac{\sin^8 \alpha}{\sin \alpha} \right)^2 = \frac{1}{64} \Rightarrow \sin^8 \alpha = \sin^2 \alpha$$

$$\lambda \alpha = k\pi \pm \alpha \Rightarrow \begin{cases} \lambda \alpha = k\pi \Rightarrow \alpha = \frac{k\pi}{\lambda} \in [0, \pi] \\ \lambda \alpha = k\pi \Rightarrow \alpha = \frac{k\pi}{\lambda} \xrightarrow{\max} \alpha = \frac{\lambda \pi}{9} \end{cases}$$

تذکر:

$$\begin{aligned} \cos \alpha \cos^2 \alpha \cos^4 \alpha &= \frac{\sin \alpha \cos \alpha \cos^2 \alpha \cos^4 \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\frac{1}{\lambda} \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \cos^4 \alpha}{\sin \alpha} \\ &= \frac{\frac{1}{\lambda} \sin^4 \alpha \cos^4 \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^8 \alpha}{\lambda \sin \alpha} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای حل معادله مثلثاتی باید ابتدا نسبت‌ها را به کمک فرمول بسط داده و ساده کنیم:

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin x \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \cos x + \cos x \times \frac{1}{2} - \sin x \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos^2 x \Rightarrow \cos x = \cos^2 x$$

$$\Rightarrow \cos x = \cos^2 x \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \cos^2 x + x \Rightarrow x = \cos^2 x \\ \cos x = \cos^2 x - x \Rightarrow x = \frac{\cos^2 x}{2} \end{cases}$$

جواب $\frac{\cos^2 x}{2}$ جواب $\cos^2 x$ را نیز شامل می‌شود، بنابراین $\frac{\cos^2 x}{2}$ قابل قبول است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\tan^3 x = \frac{1}{\tan x} \Rightarrow \tan^3 x = \cot x \xrightarrow{\cot x = \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right)} \tan^3 x = \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

$$\Rightarrow \tan^3 x = k\pi + \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow \tan^3 x = k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\div 3} x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

و جواب‌های قابل قبول در بازه داده شده عبارتند از:

$$x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

$$x_1 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}, x_2 = \frac{2\pi}{6} + \frac{\pi}{6}, x_3 = \frac{3\pi}{6} + \frac{\pi}{6}, x_4 = \frac{4\pi}{6} + \frac{\pi}{6}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2\pi$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} f(x) &= \operatorname{tg}(\pi x) - \operatorname{Cotg}(\pi x) = \frac{\sin(\pi x)}{\cos(\pi x)} - \frac{\cos(\pi x)}{\sin(\pi x)} = \frac{\sin^2(\pi x) - \cos^2(\pi x)}{\sin(\pi x) \cos(\pi x)} \\ &= \frac{-\cos(2\pi x)}{\frac{1}{2} \sin(2\pi x)} = -2 \operatorname{Cotg}(2\pi x) \Rightarrow T = \frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - 2 \left(\frac{1}{2} \sin^2 x \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - \frac{1}{2} \sin^2 x = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2} \sin^2 x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2 x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin^2 x = 1 \\ \text{یا} \\ \sin^2 x = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x_1 = k\pi + \frac{\pi}{4} \\ \text{یا} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x_2 = k\pi - \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

k	۰	۱	۲
x_1	$\frac{\pi}{4}$	$\pi + \frac{\pi}{4}$	\times
x_2	\times	$\pi - \frac{\pi}{4}$	$2\pi - \frac{\pi}{4}$

جوابهای بین $[0, 2\pi]$

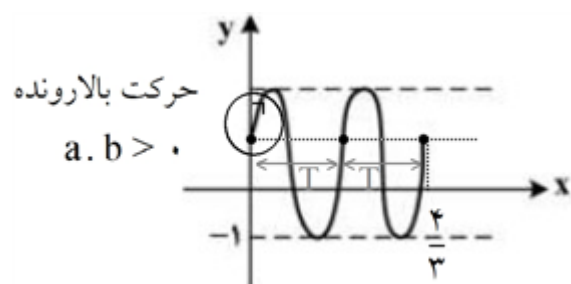
$$\text{مجموع جوابها} = \frac{\pi}{4} + \pi + \frac{\pi}{4} + \pi - \frac{\pi}{4} + 2\pi - \frac{\pi}{4} = 4\pi$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 x \Rightarrow (\sin x + \cos x)(\sin^2 x + \cos^2 x - \sin x \cos x)$$

$$= 1 - \frac{1}{2} (2 \sin x \cos x) \Rightarrow (\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x) = (1 - \sin x \cos x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - \sin x \cos x = 0 \Rightarrow \sin x \cos x = 1 \Rightarrow 2 \sin x \cos x = 2 \Rightarrow \sin^2 x = 2 \text{ غ ق ق} \\ \text{یا} \\ \sin x + \cos x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \text{یا} \\ \cos x = 1 \Rightarrow x = 0, x = 2\pi \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{مجموع} = \frac{\pi}{2} + 2\pi = \frac{5\pi}{2}$$



$$\left. \begin{aligned} 2T &= \frac{4}{b} \Rightarrow T = \frac{2}{b} \\ T &= \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} \end{aligned} \right\} \Rightarrow |b| = 3$$

$$\min = 1 - |a| = -1 \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a + b = \begin{cases} 2 + 3 = 5 \\ -2 - 3 = -5 \end{cases} \text{ هر دو جواب قابل قبول است.}$$

$$y = 1 + a \left(\frac{1}{2} \sin(2bx) \right) \Rightarrow y = 1 + \frac{a}{2} \sin(2bx) \Rightarrow 1 + \left| \frac{a}{2} \right| = \frac{3}{2} \Rightarrow \left| \frac{a}{2} \right| = \frac{1}{2} \Rightarrow |a| = 1$$

$$T = \frac{2\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4} \right) \Rightarrow \frac{2\pi}{|2b|} = \pi \Rightarrow |b| = 1 \xrightarrow{a, b > 0} \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 2$$

تذکر: توجه داشته باشید تابع سینوس برای $x > 0$ صعودی شروع می‌شود پس a و b هم‌علامتند که حالت $a = -1$ و $b = -1$ یعنی $a + b = -2$ در گزینه‌ها نیست.

$$T = \frac{2n}{3}, \text{ از روی ضابطه, } T = \frac{2\pi}{|m|} \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{|m|} \Rightarrow |m| = 3 \Rightarrow m = \pm 3$$

چون با توجه به نمودار تابع باید ابتدا Min داشته باشد، بنابراین: $m = 3$

$$\Rightarrow y = 1 - \sin(3x) \xrightarrow{x = \frac{\pi}{6}} y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 - \sin 3\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 - \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 - (1) = 0$$

$$\sin \theta = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$$

$$\sin \left(x + \frac{\pi}{\lambda} \right) = \cos \left(x - \frac{2\pi}{\lambda} \right) \Rightarrow 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{\lambda} \right) = 1 \Rightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{\lambda} \right) = \frac{1}{2}$$

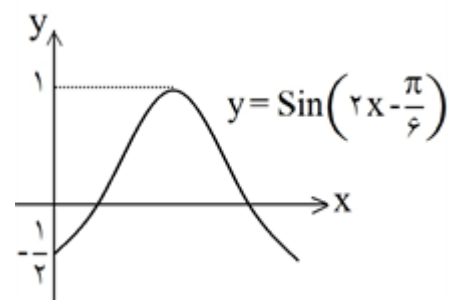
$$\begin{cases} x + \frac{\pi}{\lambda} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x + \frac{\pi}{\lambda} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{\lambda} \\ x = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{\lambda} \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} \pi - \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{6}$$

$$T = \frac{2\pi}{b} = \pi \Rightarrow b = 2$$

با توجه به نمودار بالا باید a منفی باشد، بنابراین با توجه به ماکزیمم $(1/5)$ داریم:

$$1 - a = \frac{3}{5} \Rightarrow a = -\frac{1}{5}$$

$$a + b = \frac{3}{5} \quad \text{در نتیجه:}$$



$$\frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} = \tan 3x \Rightarrow \tan \left(\frac{\pi}{4} - x \right) = \tan 3x \Rightarrow$$

$$3x = k\pi + \frac{\pi}{4} - x \Rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{16}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با استفاده از تساوی‌های زیر داریم:

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin (\alpha + \beta) + \sin (\alpha - \beta)) \text{ و } \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\frac{1}{2} (\sin (2x + x) + \sin (2x - x)) = \frac{1}{2} \left(1 + \cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right) \right) \Rightarrow \sin 2x + \sin x = 1 + \sin x$$

$$\Rightarrow \sin 2x = 1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2 \cos 2x = \cot x (2 \sin x + \tan x)$$

$$\Rightarrow 2 \cos 2x = 2 \sin x \cot x + \cot x \tan x$$

$$\Rightarrow 2(2 \cos^2 x - 1) = 2 \cos x + 1 \Rightarrow 4 \cos^2 x - 4 \cos x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (2 \cos x + 1)(2 \cos x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{3}{2} \text{ غ ق ق} \\ \cos x = \frac{-1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$|a| = 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار، بیش‌ترین مقدار تابع برابر ۳ است پس:

همچنین با توجه به این که تابع سه دوره تناوب طی کرده تا به ۳ رسیده، پس:

$$3T = 3 \Rightarrow T = 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 1 \Rightarrow |b| = 2$$

با توجه به این که مقدار تابع در بازه $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ نزولی است بنابراین تابع به صورت‌های زیر است:

$$y = -3 \sin 2\pi x \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a \cdot b = -6$$

$$y = 3 \sin (-2\pi x) \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow a \cdot b = -6$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴

