



p30konkor.com

عنوان آزمون : تست فصل ۳ گسسته دوازدهم

دانلود شده از : سایت پی سی کنکور

۱ حداقل چند عضو از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 10, 12, 13, 14, \dots, 20\}$ انتخاب کنیم تا به طور قطع، لااقل سه عضو انتخاب شده، اعداد متوالی باشند؟

۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۱۳ (۲)

۱۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲ حداقل چند عضو از مجموعه $\{14, 15, 16, \dots, 20, 22, 23, 24, \dots, 28\}$ انتخاب کنیم تا به طور قطع، لااقل سه عضو انتخاب شده، اعداد متوالی باشند؟

۹ (۴)

۱۰ (۳)

۱۱ (۲)

۱۲ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۳ یک عدد پنج رقمی با استفاده از دو عدد متوالی کمتر از ۱۰ نوشته شده است. اگر مجموع ارقام آن عدد به صورت $23n + 1$ باشد، چند عدد پنج رقمی با این ویژگی وجود دارد؟

۶ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۴ حداقل چند عدد از مجموعه $\{3, 4, \dots, 9, 12, 13, \dots, 20\}$ انتخاب کنیم تا مطمئن شویم حداقل دو عدد از آنها دارای مقسوم علیه مشترک غیر یک هستند؟

۶ (۴)

۷ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۵ حداقل چند زوج مرتب با مؤلفه‌هایی از اعداد طبیعی انتخاب کنیم تا به طور قطع، لااقل در دو جفت انتخاب شده، هر کدام از مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم، مضرب ۵ باشند؟

۲۶ (۴)

۲۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۶ حداقل چند زوج مرتب (a, b) با مؤلفه‌هایی از اعداد صحیح و مثبت انتخاب کنیم تا مطمئن شویم دو زوج مرتب وجود دارد که مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم آنها، مضرب ۳ هستند؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۷ یک کودک ۳ مکعب مستطیل یکسان با رنگ‌های مختلف دارد. او به چند طریق می‌تواند با روی هم قرار دادن یک یا چند تا از آنها یک ستون بسازد؟

۴۲ (۴)

۶۶ (۳)

۷۸ (۲)

۱۵ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت



۸

۵ نفر قرار است در یک جلسه سخنرانی کنند. در چند حالت، دو نفر خاص پشت سر هم سخنرانی می‌کنند؟

- ۲۴ (۱) ۴۸ (۲) ۷۲ (۳) ۹۶ (۴)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۹

هر زیرمجموعه n عضوی از مجموعه $\{12, 13, 14, \dots, m\}$ حداقل دو عضو دارد که مجموع آنها ۴۷ است. اگر حداقل مقدار n برابر ۲۰ باشد، بیشترین مقدار m کدام است؟

- ۳۲ (۱) ۳۶ (۲) ۴۰ (۳) ۴۲ (۴)

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۱۰

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + 3x_2 + \sqrt{x_3} + x_4 = 4$ کدام است؟

- ۲۲ (۱) ۲۰ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۱

هر زیرمجموعه n عضوی از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 38\}$ حداقل دو عضو دارد که مجموع آنها ۲۴ است. حداقل مقدار n کدام است؟

- ۲۴ (۱) ۲۵ (۲) ۲۷ (۳) ۲۸ (۴)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۲

در یک کلاس ۶۵ نفری، بیشترین مقدار n به گونه‌ای که مطمئن باشیم حداقل n نفر دارای ماه تولد یکسان هستند، کدام است؟

- ۶ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۳

در یک رستوران، ۱۰ نوع غذا سرو می‌شود. به چند طریق می‌توان ۵ نوع غذای مختلف را به تصادف انتخاب کرد به طوری که دو نوع غذای خاص را نتوان هم‌زمان انتخاب نمود؟

- ۸۸ (۱) ۱۱۲ (۲) ۱۹۶ (۳) ۲۲۴ (۴)

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۴

در یک مطب ۵ صندلی در یک ردیف قرار دارد. ۷ بیمار هم‌زمان وارد مطب می‌شوند. به چند طریق بیماران می‌توانند روی ۵ صندلی بنشینند، به طوری که دو نفر از آنها نخواهند کنار هم بنشینند؟

- ۱۵۶۰ (۱) ۱۸۰۰ (۲) ۲۰۴۰ (۳) ۲۲۸۰ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۵

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + \sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 4$ کدام است؟

- ۳۵ (۱) ۲۰ (۲) ۳۱ (۳) ۱۸ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۶

حداقل چند زیرمجموعه از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 7\}$ انتخاب شود تا مطمئن شویم دو زیرمجموعه با اشتراک تهی در آنها وجود دارد؟

- ۶۵ (۱) ۶۴ (۲) ۴۵ (۳) ۴۶ (۴)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

چند عدد طبیعی پنج رقمی با ارقام غیرتکراری می‌توان نوشت که ارقام آن یک در میان زوج و فرد باشند؟

۲۴۰۰ (۴)

۲۱۶۰ (۳)

۱۹۲۰ (۲)

۱۸۴۰ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

تعداد جواب‌های طبیعی دستگاه معادلات $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_4 + x_5 = 7 \end{cases}$ ، کدام است؟

۱۶۸ (۴)

۱۴۴ (۳)

۱۳۶ (۲)

۷۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

مربع لاتین زیر را در نظر بگیرید. زوج مرتب (a, b) ، کدام است؟

		۳		
b	۳	۱	۴	
	۲	۵	۱	۳
	۱	۴	۲	
				a

(۱, ۲) (۴)

(۱, ۵) (۳)

(۴, ۲) (۲)

(۴, ۵) (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

حاصل عبارت $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}$ ، کدام است؟

 $(n-1)2^n$ (۴) $(n-1)2^{n-1}$ (۳) $n2^n$ (۲) $n2^{n-1}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۱ برای یک مجموعه‌ی ۱۰۰ نفری از شهروندان یک شهر یک کد شش رقمی به صورت زیر ساخته می‌شود: دو رقم سمت راست، سن شهروند (۰۱ تا ۸۵)، سه رقم بعدی تعداد افراد هم‌سن (۱۰۰ - ۰۰۰) و رقم ششم جنسیت (مرد ۱، زن ۲) اختصاص می‌یابد. سپس کدهای به دست آمده را به ترتیب صعودی در یک مجموعه قرار می‌دهیم. سن مورد انتظار برای ده هزارمین عضو مجموعه، کدام است؟ (اگر چه ممکن است شهروندی به آن اختصاص نیابد).

۵۵ (۴)

۵۴ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۲ تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادله‌ی $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{10}{x_4}$ ، کدام است؟

۹۶ (۴)

۸۱ (۳)

۷۲ (۲)

۶۰ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

مربع لاتین زیر را در نظر بگیرید. زوج مرتب (a, b) ، کدام است؟

	a	۳		
	۳	۱	۴	
	۲	۵	۱	۳
	۱	۴	۲	
b				

(۴, ۱) **۴**

(۲, ۱) **۳**

(۱, ۴) **۲**

(۵, ۳) **۱**

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

حداقل چند عدد از مجموعه اعداد طبیعی متوالی $\{1, 2, 3, \dots, 30\}$ انتخاب شود، تا مطمئن باشیم بین آن‌ها حداقل دو عدد با مقسوم‌علیه مشترک بزرگ‌تر از یک، وجود دارد؟

۱۰ **۴**

۱۱ **۳**

۱۲ **۲**

۱۳ **۱**

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

برای دانش‌آموزان یک شهر از مقطع ابتدایی تا کلاس دوازدهم، یک عدد پنج رقمی به صورت زیر اختصاص می‌یابد: دو رقم اول سمت راست نمایش پایه‌ی تحصیلی (از ۱۰ تا ۱۲)، دو رقم دوم نمایش سن (از ۰۷ تا ۱۸) و رقم پنجم جنسیت (پسر ۱ و دختر ۲). سپس اعداد را به ترتیب صعودی در یک مجموعه قرار می‌دهیم. سن صدمین عضو مجموعه کدام است؟ (ممکن است عدد پنج رقمی موردنظر به هیچ فردی اختصاص نیابد، ولی در محاسبه شمرده شود).

۱۶ **۴**

۱۵ **۳**

۱۴ **۲**

۱۳ **۱**

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

در یک مسابقه ۳ راننده در سه روز متوالی با ۳ اتومبیل ۱، ۲ و ۳ در سه مسیر A، B و C شرکت می‌کنند. هر کدام از راننده‌ها فقط یک مسیر و یک اتومبیل را در روز انتخاب کرده و برنامه‌ریزی اتومبیل‌ها به صورت مربع لاتین زیر است. به چند طریق برنامه‌ریزی مسیر را می‌توان انجام داد، به شرط آن‌که نفر اول در روز اول، اتومبیل A را انتخاب نکند؟

۲	۳	۱
۳	۱	۲
۱	۲	۳

۴ **۴**

۳ **۳**

۲ **۲**

۱ **۱**

سراسری-ریاضی-۹۹

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله‌ی $x + y + z + t = 11$ ، به شرط آن‌که $x < 5$ باشد، کدام است؟

۲۸۰ **۴**

۲۷۰ **۳**

۲۲۰ **۲**

۲۱۰ **۱**

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

تعداد جملات در بسط عبارت $(a + b + c)^{12}$ ، کدام است؟

۹۱ **۴**

۸۴ **۳**

۷۸ **۲**

۷۲ **۱**

سراسری-ریاضی-۹۹

۲۹

در جعبه‌ای ۷ کتاب ادبی، ۲ کتاب هنر و ۱۰ کتاب ریاضی موجود است. حداقل چند کتاب از این جعبه برداریم تا مطمئن باشیم، حداقل ۴ کتاب، هم موضوع است؟

۱۰ (۱)

۹ (۲)

۸ (۳)

۷ (۴)

سراسری-ریاضی-۹۹

۳۰

تعداد اعداد طبیعی چهار رقمی بخش‌پذیر بر ۵، با ارقام غیرتکراری، کدام است؟

۹۴۸ (۱)

۹۵۲ (۲)

۹۶۸ (۳)

۹۷۲ (۴)

سراسری-ریاضی-۹۹

۳۱

درون یک مستطیل 9×18 ، حداقل چند نقطه اختیار شود، تا مطمئن باشیم حداقل فاصله‌ی ۲ نقطه از این نقاط انتخابی، کمتر از $\sqrt{2}$ باشد؟

۱۷ (۱)

۱۸ (۲)

۱۹ (۳)

۲۰ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۲

در یک روز هفته برای ۳ مدرس در ۳ کلاس متمایز در ۳ جلسه متوالی به چند طریق، می‌توان برنامه‌ی تدریس، تعیین کرد؟

۶ (۱)

۹ (۲)

۱۲ (۳)

۱۸ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۳

به چند طریق می‌توان از بین ۴ نوع گل ۱۵ شاخه انتخاب کرد، به طوری‌که از هر نوع آن، حداقل ۲ شاخه انتخاب شود؟

۱۰۵ (۱)

۱۲۰ (۲)

۱۲۵ (۳)

۱۵۰ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۴

تعداد اعداد سه رقمی که حداقل یک رقم ۵ و حداقل یک رقم ۲ را شامل شود، کدام است؟

۵۲ (۱)

۵۴ (۲)

۵۶ (۳)

۵۸ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۵

از مجموعه اعداد $\{5, 8, 11, \dots, 65, 68, 71\}$ که به صورت یک تصاعد عددی مرتب شده است. یک زیرمجموعه‌ی حداقل چند عضو انتخاب شود تا مطمئن باشیم، حداقل دو عدد در این زیرمجموعه موجود است که جمع آن‌ها، ۸۲ باشد؟

۱۱ (۱)

۱۲ (۲)

۱۳ (۳)

۱۴ (۴)

سراسری-ریاضی-۹۸

۳۶

تعداد مربع‌های لاتین متعامد با مربع لاتین، کدام است؟

۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۶ (۴)

سراسری-ریاضی-۹۸

به چند طریق می‌توان ۱۱ توپ یکسان را بین ۵ نفر توزیع کرد، به طوری که هر نفر حداقل، یک توپ داشته باشد؟

- ۱۶۰ (۱) ۱۸۰ (۲) ۲۱۰ (۳) ۲۲۰ (۴)

سراسری-ریاضی-۹۸

تعداد توابع پوشا، از یک مجموعه ۶ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی، کدام است؟

- ۳۶۰ (۱) ۴۵۰ (۲) ۴۸۰ (۳) ۵۴۰ (۴)

سراسری-ریاضی-۹۸

مجموعه S، اعداد طبیعی فرد و مضرب ۳ شروع از ۳ و ختم از ۶۳ است. یک زیرمجموعه حداقل چندعضوی، از S انتخاب شود، که مطمئن باشیم شامل دو عضو با مجموع ۶۶ می‌باشد؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

تعداد جواب‌های صحیح و مثبت معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ با شرط $1 \leq x_i \leq 5$ کدام است؟

- ۱۵ (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

در کیسه‌ای ۵ مهره سفید و ۳ مهره قرمز و ۷ مهره آبی و ۱ مهره زرد موجود است. حداقل چند مهره از کیسه بیرون آوریم تا مطمئن باشیم، ۳ مهره هم‌رنگ یا بیش‌تر از کیسه خارج شده است؟

- ۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

از بین ۴ شاخه گل قرمز و ۵ شاخه گل زرد و ۸ شاخه گل سفید، به چند طریق می‌توان ۶ شاخه متمایز، انتخاب کرد؟

- ۲۰ (۱) ۲۲ (۲) ۲۴ (۳) ۲۸ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

در کیسه‌ای ۹۰ گوی یکسان قرار دارد که هریک از اعداد دو رقمی بر روی آن‌ها نوشته شده است. حداقل چند گوی از کیسه خارج کنیم، تا مطمئن باشیم، جمع دو عدد از گوی خارج شده برابر ۱۱۰ می‌باشد؟

- ۴۵ (۱) ۴۶ (۲) ۴۷ (۳) ۴۸ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

تعداد جواب‌های صحیح و غیرمنفی، معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 11$ ، با شرط $x_1 > 4$ و $x_3 > 4$ ، کدام است؟

- ۲۲ (۱) ۲۴ (۲) ۲۵ (۳) ۲۸ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

در کیسه‌ای ۵ گوی سفید و ۴ گوی قرمز و ۳ گوی سبز وجود دارد. حداقل چند گوی از کیسه خارج کنیم تا مطمئن باشیم بیش از ۳ گوی سفید یا بیش از ۲ گوی قرمز خارج شده است؟

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

هر زیرمجموعه n عضوی از $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 23\}$ به طور یقین حداقل دو عضو دارد که مجموع آن دو عضو ۲۴ می‌باشد، حداقل n کدام است؟

- ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۴۷

با جابه‌جایی ارقام عدد ۵۷۶۲۲۲ چند عدد شش رقمی می‌توان تشکیل داد، به‌طوری که رقم‌های ۲ یک در میان قرار گیرند؟

۹ (۱)

۱۲ (۲)

۱۸ (۳)

۲۴ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۴۸

حداقل چند دوتایی مرتب از اعداد صحیح انتخاب کنیم، تا به طور قاطع لااقل در دو جفت انتخاب شده (a, b) و (c, d) ، حاصل هر دو عدد $a + c$ و $b + d$ زوج باشند؟

۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۴۹

در جعبه‌ای ۳ گوی قرمز، ۵ گوی سفید، ۷ گوی آبی، ۹ گوی زرد موجود است. حداقل چند گوی خارج کنیم، تا مطمئن باشیم دست کم ۶ گوی خارج شده هم رنگ باشند؟

۱۷ (۱)

۱۸ (۲)

۱۹ (۳)

۲۰ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۵۰

چند عضو از مجموعه‌ی $\{n \in N : 150 < n < 500\}$ نه بر ۷ تقسیم پذیرند و نه بر ۱۱؟

۲۷۱ (۱)

۲۷۲ (۲)

۲۷۳ (۳)

۲۷۴ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۵۱

از هر یک از ۸ مدرسه علاقه‌مند، ۶ نفر برای بازی تنیس ۴ نفری انتخاب شده‌اند. به چند طریق این بازی ممکن است انجام شود. به طوری که هر دو نفر همیار هم، از یک مدرسه باشند؟

۴۲۰۰ (۱)

۵۴۰۰ (۲)

۵۶۰۰ (۳)

۶۳۰۰ (۴)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

لا، ۱۰، ۹، ۸، ۷، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱

۲۰، ۱۹، ۱۸، ۱۷، ۱۶، ۱۵، ۱۴، ۱۳، ۱۲

تعداد لانه‌های حداکثری ۱۳ تا است. بنابراین تعداد کبوترها ۱۴ تا خواهد بود.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۰ زیرمجموعه. حداقل ۱۱ عضو باید انتخاب شود.

$\{14, 15, 16\}$ $\{22, 23, 24\}$
 $\{15, 16, 17\}$ $\{23, 24, 25\}$
 $\{16, 17, 18\}$.
 $\{17, 18, 19\}$.
 $\{18, 19, 20\}$ $\{26, 27, 28\}$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

فقط ۱۰۰۰۰ \Rightarrow تا صفر و یکی رقم ۱۴ $\Rightarrow 1, 0 \Rightarrow 1 \Rightarrow$ مجموع ارقام $\Rightarrow n = 0$: اگر

مجموعاً
 ۵۴۴۴۴
 ۴۵۴۴۴
 ۴۴۵۴۴
 ۴۴۴۵۴
 ۴۴۴۴۵
 $\Rightarrow \frac{5!}{4!} = 5 \Rightarrow$ تا و یکی ۴۵۴ $\rightarrow 4, 5 \Rightarrow$ مجموع ارقام $\Rightarrow n = 1$: اگر
 ۵, ۶ \rightarrow

مجموع ۵ رقم در حداکثر حالت ممکن ۴۵ است بنابراین غیرممکن $\Rightarrow 47 =$ مجموع ارقام $\Rightarrow n = 2$: اگر

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۸ تا \Rightarrow بعدی $\{4\} + \{3, 5, 7, 13, 17, 19\} =$ اعداد اول درون مجموعه A

عدد ۲ وجود ندارد!

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باقی‌مانده‌های تقسیم بر ۵ می‌تواند ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ باشد.

(۰, ۱)	(۱, ۱)	(۴, ۱)	(۲, ۱)	(۳, ۱)
(۰, ۲)	(۱, ۲)	(۴, ۲)	(۲, ۲)	(۳, ۲)
(۰, ۳)	(۱, ۳)	(۴, ۳)	(۲, ۳)	(۳, ۳)
(۰, ۴)	(۱, ۴)	(۴, ۴)	(۲, ۴)	(۳, ۴)
(۰, ۵)	(۱, ۵)	(۴, ۵)	(۲, ۵)	(۳, ۵)

حالت ۳

حالت ۵

حالت ۵

پس حداکثر ۱۳ زوج مرتب می‌توان انتخاب کرد که هیچ دو زوج مرتبی مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم ضرب ۵ نباشد. پس با انتخاب چهاردهمی، این اتفاق می‌افتد و حداقل ۲ زوج مرتب مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم مضرب ۵ می‌شود.

$$\{(3k, 3k), (3k, 3k+1), (3k+1, 3k), (3k+1, 3k+1), (3k+1, 3k+2), \dots\}$$

در مجموعه فوق ۵ زوج نوشته شده که شرایط سؤال را ندارند. ولی هر زوج ششمی اضافی شود با یکی از آن ۵ زوج به هدف سؤال می‌رسد.

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \right\} \times \times = 6$$

ستون ۳ تایی

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2 \\ 3 \end{array} \right\} \times = 6$$

ستون ۲ تایی

$$\Rightarrow 3 = 3 \text{ ستون تکی}$$

$$15 = 3 + 6 + 6 : \text{مجموعاً}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو نفر موردنظر را به صورت یک بسته درنظر می‌گیریم که این دو نفر درون بسته می‌توانند جای خود را با یکدیگر عوض کنند.

$$\frac{2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} - - -$$

$$4! \times 2! = 48 \text{ با: } 48$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا بزرگ‌ترین عدد در میان گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم. اگر $m = 42$ باشد، آنگاه

مجموعه $\{12, 13, 14, \dots, 42\}$ را می‌توان به صورت زیر افراز کرد:

$$\underbrace{\{12, 35\}, \{13, 34\}, \dots, \{23, 24\}, \{36\}}_{12 \text{ بسته که مجموع } 47 \text{ دارند}} \underbrace{\{27\}, \dots, \{42\}}_{7 \text{ زیرمجموعه}}$$

یعنی مجموعه داده شده به ۱۲ زیرمجموعه دو عضوی و ۷ زیرمجموعه یک عضوی تقسیم می‌شود. طبق اصل لانه کبوتری اگر زیرمجموعه‌ای شامل ۲۰ عضو از این مجموعه انتخاب کنیم، حداقل دو عضو از میان آنها به یکی از زیرمجموعه‌های این افراز تعلق داشته و مجموع آنها برابر ۴۷ خواهد بود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم وجود $\sqrt[n]{x_i}$ هیچ تأثیری در شرایط ندارد و آن را t_i در نظر می‌گیریم و فقط کافی

$$x_1 + 2x_2 + t_3 + x_4 = 4$$

است x_2 را عددگذاری کنیم:

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_2 = 0 : x_1 + t_3 + x_4 = 4 \rightarrow \binom{4}{2} = 15 \\ x_2 = 1 : x_1 + t_3 + x_4 = 2 \rightarrow \binom{2}{2} = 1 \\ x_2 = 2 : x_1 + t_3 + x_4 = 0 \rightarrow \binom{0}{2} = 1 \end{array} \right\} \xrightarrow{+} = 22$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. کافی است زوج‌هایی که مجموع ۲۴ دارد را تعیین کنیم و در پخش‌ترین حالت انتخاب کنیم:

$$\{1, 23\}, \{2, 22\}, \dots, \{11, 13\}; A = \{12, 24, 25, \dots, 38, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{11}\}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{11} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{15} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{11}$

از هر بسته یکی برداشته ایم

$$\Rightarrow 1 + 15 + 11 + 1 = 28$$

↑
۱ برداشتن عضو ۲۸ به خواسته مسئله می‌رسیم

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۲ ماه داریم یعنی ۱۲ لانه پس طبق اصل لانه کبوتر در هر لانه بیش از $\left\lceil \frac{65}{12} \right\rceil$ عضو داریم

یعنی بیش از ۵ عضو داریم یعنی حداقل ۶ عضو.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\binom{8}{3} + \binom{2}{1} \binom{8}{4} = 56 + 2 \times 70 = 196$$

$\uparrow \quad \uparrow$
 ۲ غذا همزمان نباشد یکی از ۲ غذا باشد

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از اصل متمم بهره می‌گیریم:

$$2520 = 3! \times 4! \times 5! \times 6! : \text{کل حالات}$$

$$2! \rightarrow x = \text{نفر را یک بسته بگیریم} \rightarrow \text{غ ق ق}$$

$$\Rightarrow 2! \times 360 = 720$$

$$360 = 3! \times 4! \times 5! \times 6! \xrightarrow{\text{روی صندلی ۴}} x = 6, \text{ نفر دیگر}$$

$$1800 = 2520 - 720 = \text{غ ق ق} - \text{کل} = \text{جواب نهایی}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\sqrt{x_2} = t_2$ باشد به ازای هر مقدار حسابی t_2, x_2 موجود است. پس:

$$x_1 + t_2 + x_3 + x_4 = 4 \xrightarrow{\text{تعداد جواب حسابی}} \binom{k+n-1}{n-1} = \binom{4+4-1}{4-1} = \binom{7}{3} = 35$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 7\}$ دارای $2^7 = 128$ زیرمجموعه است که ۲ به ۲ متمم یکدیگرند

یعنی اشتراک آن‌ها تهی است. یعنی این زیرمجموعه‌ها را نمی‌توان به ۶۴ گروه ۲ تایی تقسیم کرده (لانه کبوتر) حال اگر ۶۵ کبوتر انتخاب کنیم آن‌گاه حداقل ۲ مجموعه در بین آن‌ها است که تعلق به یک گروه و اشتراک آن‌ها تهی است.

فرد: $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

$$\begin{array}{ccccccc} & & \text{فرد} & & & & \\ & & \text{-----} & & & & \\ & & \text{4} & \text{5} & \text{4} & \text{4} & \text{3} \\ \Rightarrow & \text{ز} & \text{ز} & \text{ز} & \text{ز} & \text{ز} & \text{ز} \\ & \downarrow & & \downarrow & & & \\ & \text{صفر نباشد} & & \text{می تواند} & & & \\ & & & \text{صفر باشد} & & & \end{array}$$

$$\text{ف ز ف ز ف ز} \Rightarrow 55443 = 1200$$

$$960 + 1200 = 2160$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 9 \rightarrow \text{تعداد جواب های طبیعی} = \binom{9-1}{3-1} = \binom{8}{2} = 28$$

$$x_4 + x_5 = 7 \rightarrow \text{تعداد جواب های طبیعی} = \binom{7-1}{2-1} = \binom{6}{1} = 6$$

$$28 \times 6 = 168$$

بنابراین تعداد کل جواب های طبیعی، این دستگاه معادلات برابر است با:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مربع لاتین را مطابق شکل پر می کنیم (در هیچ سطر یا ستونی نباید عدد تکراری داشته باشیم).

۲	۴	۳	۵	۱
۵	۳	۱	۴	۲
۴	۲	۵	۱	۳
۳	۱	۴	۲	۵
۱	۵	۲	۳	۴

بنابراین $a = 4$ و $b = 5$ است.

$$\begin{aligned} k \binom{n}{k} &= k \times \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{k \times n!}{k(k-1)!(n-k)!} = \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} \\ &= n \times \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} = n \binom{n-1}{k-1} \Rightarrow \sum_{k=1}^n k \binom{n}{k} = \sum_{k=1}^n n \binom{n-1}{k-1} = n \sum_{k=1}^n \binom{n-1}{k-1} \\ &= n \times \left[\binom{n-1}{0} + \binom{n-1}{1} + \dots + \binom{n-1}{n-1} \right] = n \times 2^{n-1} \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اعضای مجموعه را می توان به صورت زیر مشخص کرد:

$$\underbrace{100001}, \dots, \underbrace{100085}, \underbrace{100101}, \dots, \underbrace{100185}, \underbrace{100201}, \dots$$

عضو ۱ عضو ۸۵ عضو ۸۶ عضو ۱۷۰ عضو ۱۷۱

عدد ۱۰۰۰۰ را می توان به صورت $55 + 85 \times 117$ نوشت، بنابراین ده هزارمین عضو مجموعه به صورت ۱۱۷۵۵ نوشته می شود و سن این فرد برابر ۵۵ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای این که معادله دارای جواب های صحیح و نامنفی باشد، x_4 باید یکی از مقسوم علیه های مثبت عدد ۱۰ باشد که در نتیجه داریم:

$$x_4 = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 10 \Rightarrow \text{تعداد جواب ها} = \binom{12}{2} = 66$$

$$x_4 = 2 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 5 \Rightarrow \text{تعداد جواب ها} = \binom{7}{2} = 21$$

$$x_4 = 5 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 2 \Rightarrow \text{تعداد جواب ها} = \binom{4}{2} = 6$$

$$x_4 = 10 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 1 \Rightarrow \text{تعداد جواب ها} = \binom{3}{2} = 3$$

$$\text{تعداد کل جواب ها} = 66 + 21 + 6 + 3 = 96$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مربع لاتین را مطابق شکل کامل می کنیم:

۲	۴	۳	۵	۱
۵	۳	۱	۴	۲
۴	۲	۵	۱	۳
۳	۱	۴	۲	۵
۱	۵	۲	۳	۴

همان طور که مشاهده می شود $a = 4$ و $b = 1$ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در بدترین حالت ابتدا ۱ و تمام اعداد اول شامل ۲ و ۳ و ۵ و ۷ و ۱۱ و ۱۳ و ۱۷ و ۱۹ و ۲۳ و ۲۹ را برمی داریم. یعنی ۱۱ عدد برداشته ایم که دو به دو نسبت به هم اول هستند. حال اگر عدد دوازدهم را برداریم، مرکب است و با یکی از اعداد اول ب.م.م. غیر از ۱ دارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اولین داده به صورت ۱۰۷۰۱ است و مطابق تعریف ارائه شده داریم:

$$\frac{10701}{\text{عضو ۱}}, \dots, \frac{10712}{\text{عضو ۱۲}}, \frac{10801}{\text{عضو ۱۳}}, \dots, \frac{10901}{\text{عضو ۲۵}}, \dots, \frac{11501}{\text{عضو ۹۷}}, \dots, \frac{11504}{\text{عضو ۱۰۰}}$$

در واقع $100 = 8 \times 12 + 4$ است، پس ۸ گروه سنی (۷ تا ۱۴ سال) قبل از رسیدن به عضو صدم مجموعه به پایان رسیده و از عضو نود و هفتم گروه سنی ۱۵ سال آغاز می گردد که صدمین عضو مجموعه نیز به این گروه تعلق دارد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

	A	B	C
روز اول	۲ حالت	۲ حالت	۱ حالت
روز دوم			
روز سوم			

$$\rightarrow 2 \times 2 \times 1 = 4$$

اگر روز اول مبنا قرار دهیم $A \leftarrow 2$ حالت
 $B, C \leftarrow 1 \times 2$ حالت

می‌دانیم:

$$x_{+x_2} + \dots + x_n = k \xrightarrow{\text{تعداد جواب حسابی}} \binom{k+n-1}{n-1}$$

$$x + y + z + t = 11 \xrightarrow{\text{کل جواب حسابی}} \binom{14}{3} = \frac{14 \times 13 \times 12}{6} = 364$$

$$\xrightarrow{\text{جواب}} 364 - 84 = 280$$

$$x \geq 5 \Rightarrow x' + y + z + t = 6 \xrightarrow{\text{حسابی}} \binom{9}{3} = 84$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

تعداد جملات یعنی محاسبه کنیم چند جمله به صورت $a^x b^y c^z$ داریم که $x + y + z = 12$.

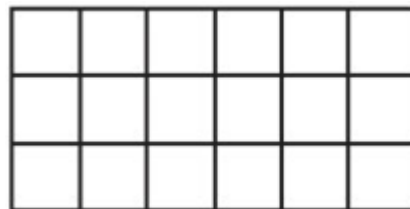
$$\binom{12+3-1}{3-1} = \binom{14}{2} = 91 = \text{تعداد} \quad (\text{در هر بسطی مجموع توانهای هر جمله برابر با توان بسط})$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق اصل لانه کبوتر باید تعداد $1 + (2 + 3 + 3) = 9$ کتاب برداریم چون کتاب‌های هنر دوتا است هر دو را برمی‌داریم و از هر کدام از بقیه موضوعات هم ۳ کتاب برمی‌داریم. این بدترین حالت ممکن است که هیچ ۴ کتابی هم موضوع نیستند. اکنون اگر یک کتاب دیگر برداریم حتماً با یکی از قبلی‌ها تشکیل ۴ کتاب هم موضوع می‌دهد.

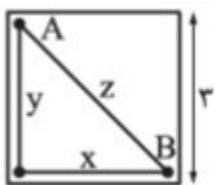
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تعداد کل برابر است با:

$$\begin{cases} 9587789 \text{ (۰)} = 504 \\ 8987789 \text{ (۵)} = 448 \end{cases} \xrightarrow{+} 952$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

اگر هر ضلع مستطیل را سه واحد سه واحد جدا کنیم به شکل زیر می‌رسیم که شامل ۱۸ مربع 3×3 است:

حالا اگر ۱۹ نقطه داخل این مستطیل انتخاب کنیم، بنا به اصل لانه کبوتر دست‌کم دو نقطه داخل یکی از مستطیل‌ها قرار می‌گیرد و با توجه به قضیه فیثاغورس فاصله آن‌ها کمتر از $3\sqrt{2}$ می‌شود:



$$\begin{aligned} x &< 3 \\ y &< 3 \end{aligned} \Rightarrow z < \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$

فرض کنید کلاس‌ها A و B و C و مدرس‌ها a و b و c باشند. یکی از حالت‌های قابل قبول در مربع لاتین آمده است:

اما به چند طریق می‌توان این مربع را پر کرد. c و b و a در سطر اول به ۳! طریق جایگشت دارند. فرض کنید این

جایگشت

a	b	c
---	---	---

 باشد. در این صورت اولین درایه سطر دوم از سمت چپ نمی‌تواند a باشد و دو حالت زیر به

وجود می‌آید:

a	b	c
b		

a	b	c
c		

که هرکدام از این مربع‌ها به صورت منحصر به فرد کامل می‌شوند.

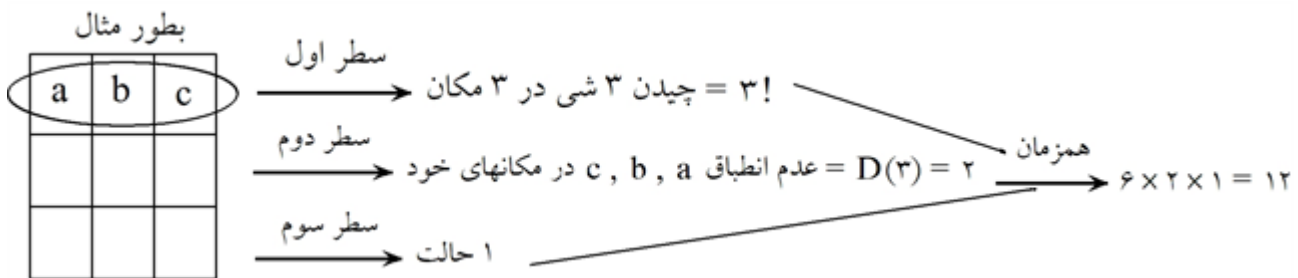
a	b	c
c	b	a
c	a	b

a	b	c
c	b	a
b	a	c

$$6 \times 2 = 12$$

بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

روش دوم:



توجه: تعداد حالت عدم انطباق n شی در n جای مربوط به خود برابر است با:

$$D(n) = n! \times \left[1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \dots + \frac{(-1)^n}{n!} \right]$$

جلسه اول	جلسه دوم	جلسه سوم	
a	b	c	کلاس A
c	b	a	کلاس B
b	a	c	کلاس C

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تعداد شاخه گل‌هایی که از گل‌های نوع اول تا چهارم برمی‌داریم را به ترتیب x_1 تا x_4 می‌نامیم. با توجه به این که می‌خواهیم ۱۵ شاخه گل انتخاب کنیم. بنابراین $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 15$ ، اما با توجه به این که می‌خواهیم از هر نوع گل دست‌کم ۲ شاخه داشته باشیم، از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} x_1 &= 2 + x_1' \\ x_2 &= 2 + x_2' \\ x_3 &= 2 + x_3' \\ x_4 &= 2 + x_4' \end{aligned} \Rightarrow x_1' + x_2' + x_3' + x_4' = 7$$

می‌دانیم تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر است با $\binom{n+k-1}{k-1}$ ،

$$\begin{aligned} k &= 4 \\ n &= 7 \end{aligned} \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{10}{3} = 120$$

بنابراین:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اعداد سه‌رقمی که دست‌کم یک رقم ۵ دارند را با A و اعداد سه‌رقمی که دست‌کم یک رقم ۲ دارند را با B نشان می‌دهیم.

$$|A \cap B| = |S| - |A'| - |B'| + |A' \cap B'|$$

می‌خواهیم $|A \cap B|$ را پیدا کنیم، اما می‌دانیم:

$$\left. \begin{aligned} S: & 9 \times 10 \times 10 = 900 \text{ (کل عددهای سه رقمی)} \\ A': & 8 \times 9 \times 9 = 648 \text{ (عددهای سه رقمی فاقد ۵)} \\ B': & 8 \times 9 \times 9 = 648 \text{ (عددهای سه رقمی فاقد ۲)} \\ A' \cap B': & 7 \times 8 \times 8 = 448 \text{ (عددهای سه رقمی فاقد ۵ و ۲)} \end{aligned} \right\}$$

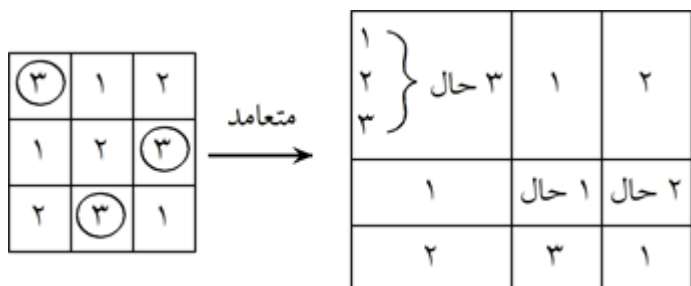
$$\Rightarrow |A' \cap B'| = 900 - 648 - 648 + 448 = 52$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زوج‌هایی که مجموع ۸۲ دارند تعیین می‌کنیم:

$$5/8/11, 7/14, 6/17, 65/20, 62/23, 59/26, 56/29, 53/32, 50/35, 47/38, 44/41$$

ابتدا اعضای تنها یعنی ۵ و ۸ و ۴۱ را برمی‌داریم سپس از هر دسته یکی برمی‌داریم تا کنون ۱۳ عدد برداشته‌ایم و هیچ‌کدام مجموع ۸۲ ندارند، عدد چهاردهم را که برداریم به خواسته‌ی مسئله می‌رسیم.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



می‌دانیم با مربع متعامد باید اعداد ۲؟؟، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۳۱، ۳۲، ۳۳ ساخته شود به همین خاطر یکی از اعداد را مبنا بگیریم سایرین تعیین می‌شود.

$$1 \text{ حالت} \times 2 \text{ حالت} \times 3 \text{ حالت} = 6$$

به هر نفر توپ می دهیم تا حداقل ۱ $\xrightarrow{\text{یکی داشته باشند}}$

$$x: \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 11 \\ x_i \geq 1 \end{cases}$$

سهم هر نفر

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 6 \text{ توپ می ماند}$$

$$\xrightarrow{\text{تعداد حسابی}} \binom{6+5-1}{5-1} = \binom{10}{4} = 210$$

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow B = \{a, b, c\}$$

$$f = \{(1, 000), (2, 000), (300), (4, 000), (5, 000), (6, 000)\}$$

$$\text{کل توابع: } \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{= 3^6} = 729$$

$$\Rightarrow \text{پوشا} = 729 - 189 = 540$$

$$\text{غیر پوشا: } n(\bar{a} \cup \bar{b} \cup \bar{c}) = 2^6 \times 3 - 1^6 \times 3 + 0 = 189$$

a نباشه یا b نباشه یا c نباشه

$$33 \text{ و } 33 / 33 \text{ و } 9 / 57 \text{ و } 15 / 51 \text{ و } 21 / 45 \text{ و } 27 / 39 \text{ و } 33 / 33 \text{ و } 3$$

ابتدا ۳۳ را برمی‌داریم و سپس از هر دسته یکی، تاکنون ۶ عدد برداشته‌ایم، حال اگر عدد هفتم را برداریم به خواسته مسئله خواهیم رسید.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ 1 \leq x_i \leq 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5, 4, 1 \Rightarrow 3 \times 2 \times 1 = 6 \\ 4, 4, 2 \Rightarrow 3 \\ 4, 3, 3 \Rightarrow 3 \\ 5, 3, 2 \Rightarrow 3 \times 2 \times 1 = 6 \end{cases} \Rightarrow 6 + 3 + 3 + 6 = 18$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بدترین حالت ممکن آن است که ۲ مهره سفید، ۲ مهره قرمز، ۲ مهره آبی و ۱ مهره زرد خارج شده باشد. در این صورت با خارج کردن مهره هشتم، حداقل از یک رنگ، ۳ مهره یا بیش‌تر خارج شده است.

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 0 \leq x \leq 8, 0 \leq y \leq 5, 0 \leq z \leq 4 \end{cases}$$

محدودیت x هم نیست زیرا حداکثر ۶ شاخه می‌خواهیم

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 6 \xrightarrow{\text{تعداد جواب حسابی}} \binom{6+3-1}{3-1} = \binom{8}{2} = 28 \\ y \leq 5, z \leq 4 \xrightarrow{\text{غ ق ق}} y \geq 6 \text{ یا } z \geq 5 \end{cases}$$

$$n(A' \cup B') = \binom{2}{2} + \binom{3}{2} - 0 = 4$$

$$\xrightarrow{\text{جواب}} \text{غ ق ق - کل} = 28 - 4 = 24$$

۴۳

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $(۱۱, ۹۹)$ ، $(۱۲, ۹۸)$ و ... و $(۵۴, ۵۶)$ مجموعی برابر ۱۱۰ دارند، ابتدا، ۱۰ و ۵۵ را برمی‌داریم سپس از هر بسته یک عدد برمی‌داریم، تاکنون ۴۶ عدد برداشته‌ایم، حال اگر عدد ۴۷ ام را برداریم، با هم‌دسته‌ای خود حتماً مجموعی برابر ۱۱۰ دارند.

۴۴

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x_3 \leq 4 \text{ و } x_1 > 4 \Rightarrow x_1 \geq 5 \\ x_3 \geq 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \xrightarrow{\text{کل حسابی}} \binom{8}{2} = 28 \\ x_3 \leq 4 \end{cases}$$

غ ق ق: $x_3 \geq 5$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 1 : \binom{3}{2} = 3$$

جواب

$$\rightarrow 25 = 28 - 3 = \text{غ ق ق} - \text{کل}$$

۴۵

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید به بدترین شرایط فکر کنیم: اگر ابتدا ۴ قرمز و ۳ سبز خارج کنیم، باید ۴ تای دیگر برداریم تا مطمئن شویم بیش از ۳ سفید داریم و اگر ابتدا ۵ سفید و ۳ سبز برداریم، باید ۳ تای دیگر برداریم تا مطمئن شویم بیش از ۲ قرمز داریم، که در هر دو شرایط حداقل ۱۱ مهره باید خارج کنیم.

۴۶

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. مجموعه‌ی داده شده را به شکل زیر دسته‌بندی می‌کنیم.

$$\{(1, 23), (2, 22), (3, 21), \dots, (11, 13), 12\}$$

اگر ۱۳ عدد از این مجموعه انتخاب کنیم طبق اصل لانه کبوتر حداقل ۲ عدد مربوط به یک زوج مرتب هستند و حجم آن‌ها برابر ۲۴ است.

۴۷

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. می‌خواهیم ۲ ها یک در میان باشند، بنابراین عدد یا باید با ۲ شروع شود، به این صورت:

$$2 \circ 2 \circ 2 \circ 2 \circ 2 \text{ مثل عدد } 2527262 \text{ و یا با دو پایان پذیرد، به این صورت: } 2 \circ 2 \circ 2 \circ 2 \text{ مثل عدد } 527262.$$

خُب در هر کدام از دو حالت، جای ۲ها ثابت است، اما رقم‌های دیگر می‌توانند با هم جابه‌جا شوند که می‌دانیم که جای گشت ۳ رقم برابر است با $3!$ یا ۶ بنابراین: $6 \times 2 = 12$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شما هر دوتایی مرتبی از عددهای صحیح در نظر بگیرید، در یکی از این ۴ دسته ی روبه رو قرار می گیرند:

حالا اگر دو زوج مرتب از یک دسته در نظر بگیرید، مجموع مولفه های اول آن ها هم چنین مجموع مولفه های دوم آن زوج می شود. مثال می زنیم تا بهتر بفهمید. از دسته ی اول دو زوج مرتب در نظر بگیرید. مثلاً $(1, 5)$ و $(3, 9)$ الان اگر مولفه های اول را با هم جمع کنیم داریم $(4, 14)$ که هر دو زوج اند. بنابراین اگر دو زوج مرتب از دسته ی اول یعنی دو زوج مرتب که هر دو مولفه ی آن فرد باشد را با هم جمع کنیم $a + c$ و $b + d$ هر دو زوج می شوند. در مورد دسته های دیگر هم همین طور است؛ یعنی اگر دو زوج مرتب از دسته برداریم مجموع مولفه ها زوج می شوند. در مورد دسته های دیگر نیز مثال می زنیم:

$$(3, 4), (5, 8) \oplus \Rightarrow (8, 12)$$

$$(4, 1), (8, 3) \oplus \Rightarrow (12, 4)$$

$$(2, 4), (0, 2) \oplus \Rightarrow (2, 6)$$

بنابراین اگر بخواهیم $a + c$ و $b + d$ هر دو زوج نشوند، در نهایت از هر دسته فقط می توان یک دوتایی مرتب برداشت و به محض این که زوج مرتب پنجم را برداریم از یکی از دسته ها دو زوج مرتب خواهیم داشت و در نتیجه اگر پنج دوتایی مرتب از عددهای صحیح انتخاب کنیم، دست کم دو تا از زوج مرتب ها وجود دارد که $a + c$ و $b + d$ هر دو زوج باشند.

مولفه ی دوم	مولفه ی اول	
فرد	فرد	(۱):
زوج	فرد	(۲):
فرد	زوج	(۳):
زوج	زوج	(۴):

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد گوی های قرمز و سفید از ۶ کمتر است، پس باید کل این $5 + 3 = 8$ گوی را ابتدا کنار بگذاریم. سپس باید از بین ۷ گوی آبی و ۹ گوی زرد حداقل به تعداد $1 + (6 - 1) = 6$ گوی خارج شود تا دست کم ۶ گوی هم رنگ شوند و بنابراین در کل حداقل $5 + 3 + [1 + (6 - 1)] = 19$ گوی باید خارج کنیم تا دست کم ۶ گوی خارج شده هم رنگ باشند.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} n(\bar{V} \cap \bar{11}) &= n((V \cup 11)') = n(\text{کل} - n(V \cup 11)) = n(\text{کل}) - [n(V) + n(11) - n(V \cap 11)] \\ &= 348 - [49 + 31 - 4] = 272 \end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تنیس چهار نفره یعنی دو تیم دو نفره بنابراین برای انجام یک بازی باید دو تیم (مدرسه)

انتخاب شود که این عمل به $\binom{8}{2}$ طریق امکان پذیر است. چون در هر تیم دو بازیکن وجود دارد و این دو بازیکن از ۶ نفر هر مدرسه انتخاب شده است. پس داریم:

$$= \binom{8}{2} \binom{6}{2} \binom{6}{2} = 28 \times 15 \times 15 = 6300$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴

