

۱ اگر  $\text{Log} \frac{1}{(x-2)^2} = 3$  باشد، مقدار  $\text{Log} \frac{(-x)}{\sqrt{2}}$  کدام است؟

- ۱) -۶      ۲) ۶      ۳)  $\frac{1}{4}$       ۴)  $-\frac{1}{4}$

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۲ اگر  $\text{Log} \frac{(x^2 + 2x + 4)}{2} + \text{Log} \frac{(x-2)}{2} = 3$  باشد، مقدار  $\text{Log} \frac{x}{\sqrt{2}}$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{3}{2}$       ۲)  $\frac{4}{3}$       ۳) ۳      ۴) ۴

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۳ مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر ساعت  $\frac{1}{9}$  از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند دقیقه  $\frac{1}{6}$

از جرم عنصر باقی خواهد ماند؟  $\left( \text{Log} \frac{5}{2} = 2/4, \text{Log} \frac{5}{3} = 1/4 \right)$

- ۱) ۳۸۰      ۲) ۳۶۰      ۳) ۴۴۰      ۴) ۴۲۰

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۴ مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر هفته  $12/5$  درصد از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند

روز،  $\frac{1}{4}$  از جرم عنصر باقی خواهد ماند؟  $\left( \text{Log} \frac{3}{2} = 1/6, \text{Log} \frac{3}{4} = 0/6 \right)$

- ۱) ۸      ۲) ۲۸      ۳) ۵۶      ۴) ۱۲۶

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۵ نمودار  $f(x) = 2 + 2^{b-ax}$  نمودار تابع  $g(x) = -x^2 - 3x + 8$  را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند. اگر

$f^{-1}(10) = -1$  باشد، مقدار  $2b - a$  کدام است؟

- ۱) ۳      ۲) ۲      ۳) -۳      ۴) -۲

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۶ اگر  $3^x = 0/216$  و  $5^y = 675$  باشد،  $y$  برابر کدام است؟

- ۱)  $\frac{x-3}{2x-15}$       ۲)  $\frac{3x-5}{x+2}$       ۳)  $\frac{2x-15}{x-3}$       ۴)  $\frac{x+2}{3x-5}$

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۷) توابع  $f(x) = \text{Log}(x - 5)$  و  $g(x) = x + \sqrt{x - 4}$  را در نظر بگیرید. اگر نمودار  $y = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$  محور  $y$  ها را در  $\alpha$  قطع کند، مقدار  $\alpha$  کدام است؟

- ۱)  $4 - \sqrt{2}$     ۲)  $4 - \sqrt{3}$     ۳)  $4 + \sqrt{2}$     ۴)  $4 + \sqrt{3}$

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۸) فرض کنید  $5^x = 10$  است. اگر  $2^{f(x)} = 20$  باشد، ضابطه  $f$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{2x+1}{x+1}$     ۲)  $\frac{x-1}{2x-1}$     ۳)  $\frac{2x-1}{x-1}$     ۴)  $\frac{x+1}{2x+1}$

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۹) اگر  $a^2 + 9b^2 = 10ab$  باشد، مقدار  $\text{Log}\left(\frac{a+3b}{4}\right)$  واسطه حسابی کدام دو جمله زیر است؟

- ۱)  $\text{Log } a, \text{Log } 3b$     ۲)  $\text{Log } a, \text{Log } b$   
۳)  $\text{Log } \sqrt{a}, \text{Log } \sqrt{b}$     ۴)  $\text{Log } \sqrt{a}, \text{Log } \sqrt{3b}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۰) فرض کنید  $[a, b]$  برد تابع  $f(x) = 2^{-\sqrt{5 \sin^2(x) - 1}}$  باشد. مقدار  $a + b$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{4}$     ۲)  $\frac{1}{2}$     ۳)  $\frac{3}{4}$     ۴)  $\frac{5}{4}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۱) اگر برد تابع  $1 - \text{Log}\left(\frac{1}{12 + \sqrt{[x] - [x]}}\right)$ ، زیرمجموعه‌ی بازه‌ی  $(\text{Log } \frac{3}{2}, \text{Log } \frac{5}{2})$  باشد، دامنه‌ی تابع  $f$  کدام است؟ ([ نماد جزء صحیح است].)

- ۱)  $(5, 9)$     ۲)  $(5, 8)$     ۳)  $(2, 9)$     ۴)  $(2, 8)$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۲) اگر به ازای اعداد مثبت و مخالف یک  $a, b$  و  $c$  تساوی  $\text{Log } \frac{c}{a} + \text{Log } \frac{c}{b} = 1$  برقرار باشد، آن‌گاه  $\text{Log } \frac{a}{c} \cdot \text{Log } \frac{b}{c}$  کدام است؟

- ۱)  $\text{Log } \frac{(ab)}{c}$     ۲)  $2 \text{Log } \frac{(ab)}{c}$     ۳)  $\text{Log } \frac{(a+b)}{c}$     ۴)  $2 \text{Log } \frac{(a+b)}{c}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۳) مجموع جواب‌های معادله‌ی  $\text{Log}_2(4^x + 15) = x + 3$ ، کدام است؟

$\text{Log}_4 15$  (۴)

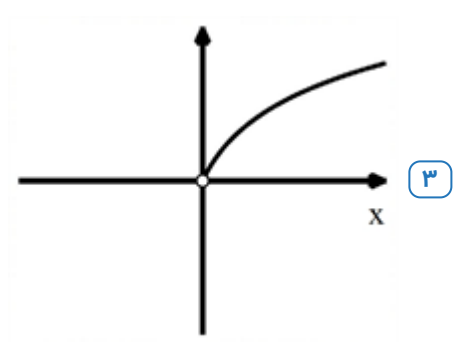
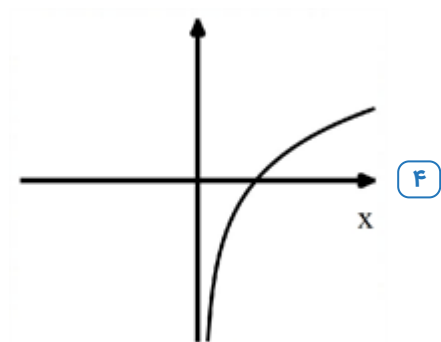
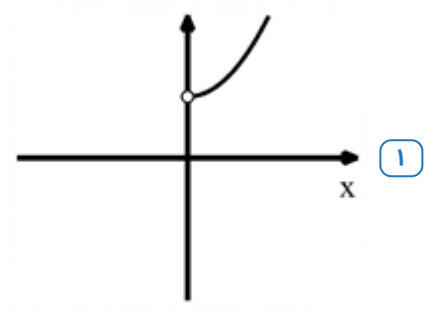
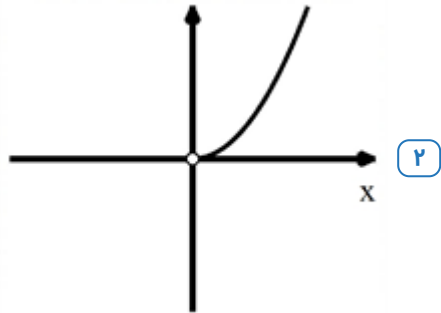
$\text{Log}_2 15$  (۳)

۱۵ (۲)

۸ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۴) نمودار تابع  $f(x) = 9^{\text{Log}_3 x}$ ، کدام است؟



سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۱۵) حاصل عبارت  $\left(\text{Log}_{21} 3\right)^2 + \text{Log}_{21} (147) \text{Log}_{21} (1323)$ ، کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۱۶) دامنه‌ی تغییرات تابع  $f(x) = \text{Log}_{\frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|}}$ ، کدام است؟

$(-4, 4)$  (۴)

$(4, 9)$  (۳)

$(-4, 9)$  (۲)

$(-9, 9)$  (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۱۷) کدام عبارت برای تعداد ریشه‌های معادله‌ی  $2^x = x^2$ ، درست است؟

معادله در بازه‌ی  $[-1, 0]$  یک ریشه دارد. (۲)

معادله در بازه‌ی  $[-1, 0]$  فاقد ریشه است. (۱)

معادله در بازه‌ی  $[-1, 0]$  بیش از دو ریشه دارد. (۴)

معادله در بازه‌ی  $[-1, 0]$  دو ریشه دارد. (۳)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۸ فرض کنید  $1 = \log_{\frac{5}{2}} (3x - 2)$  ، مقدار  $x$ ، کدام است؟

- ۱) ۹      ۲)  $\frac{17}{3}$       ۳) ۴      ۴)  $\frac{7}{3}$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۱۹ در ظرفی ۱۰۰ لیتر محلول قرار دارد. هر روز ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کنیم. پس از چند روز غلظت آن  $\frac{1}{3}$  غلظت اولیه می‌شود؟ ( $\log_2 = 0.3$ ,  $\log_3 = 0.48$ )

- ۱) ۲۰      ۲) ۲۴      ۳) ۳۰      ۴) ۳۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۰ مقدار ۲۴ گرم از عنصری موجود است. اگر عنصر موردنظر در هر مدت زمان ۳۰ روزه،  $\frac{1}{10}$  جرم باقی‌مانده را از دست بدهد،

پس از چند روز ۸ گرم از آن عنصر، باقی می‌ماند؟ ( $\log_3 = 0.48$ )

- ۱) ۳۶۰      ۲) ۳۰۰      ۳) ۲۷۰      ۴) ۲۴۰

سراسری-ریاضی-۹۹

۲۱ کدام عبارت برای معادله‌ی  $f(x) = 2^x - x^2 = 0$ ، درست است؟

- ۱) معادله در بازه‌ی  $[0, 1]$  دو ریشه دارد.      ۲) معادله در بازه‌ی  $[0, 1]$  فاقد ریشه است.  
۳) معادله در بازه‌ی  $[0, 1]$  یک ریشه دارد.      ۴) معادله در بازه‌ی  $[0, 1]$  حداقل یک ریشه دارد.

سراسری-ریاضی-۹۹

۲۲ نمودار یک تابع به صورت  $f(x) = 3^{Ax+B}$ ، نمودار تابع  $y = x^2$  را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ قطع می‌کند. عرض نقطه‌ی تلاقی تابع  $f$  با محور  $y$ ها، کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{27}$       ۲)  $\frac{1}{9}$       ۳)  $\frac{1}{3}$       ۴)  $\sqrt{3}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۳ نمودار یک تابع به صورت  $f(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{Ax+B}$ ، نمودار تابع  $y = x^2 - x$  را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۲ قطع می‌کند.  $f(3)$  کدام است؟

- ۱) ۳      ۲) ۴      ۳) ۵      ۴) ۶

سراسری-ریاضی-۹۸

۲۴ جمعیت شهری با نرخ زوال یک درصد در سال، کم می‌شود. با این روند با گذشت چند سال جمعیت این شهر، نصف جمعیت فعلی آن می‌شود؟ ( $\log_{99} = 1/995$ ,  $\log_2 = 0.3$ )

- ۱) ۵۰      ۲) ۶۰      ۳) ۶۴      ۴) ۷۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۵ اگر  $f(x) = \sqrt{2-x}$  و  $g(x) = \text{Log}(x^2 - 15x)$  باشند، دامنه‌ی تابع fog، کدام است؟

- ۱  $(0, 5] \cup [20, 25)$  ۲  $[-5, 0) \cup (15, 20]$  ۳  $(15, 20]$  ۴  $[-5, 0)$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۶ نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = A(2)^{Bx}$  و خط به معادله‌ی  $y = 5x$ ، در دو نقطه به طول‌های ۲ و ۴ متقاطع هستند. مقدار  $f^{-1}(10)$ ، کدام است؟

- ۱ ۳ ۲ ۵ ۳ ۶ ۴ ۸

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۷ نمودار تابع  $y = \text{Log}(ax + b)$  محور xها را در نقطه‌ای به طول ۱- و نیم ساز ناحیه‌ی چهارم را در نقطه‌ای به عرض ۱- قطع کرده است. b کدام است؟

- ۱  $\frac{3}{2}$  ۲ ۲ ۳  $\frac{5}{2}$  ۴ ۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۸ اگر  $f(x) = 2^x$  باشد، دامنه‌ی تابع  $y = \sqrt{f\left(\frac{1}{x}\right) - f(x)}$ ، به کدام صورت است؟

- ۱  $R - (-1, 1)$  ۲  $[-1, 0) \cup (0, 1]$  ۳  $[-1, 0) \cup [1, +\infty)$  ۴  $(-\infty, -1] \cup (0, 1]$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۹ اگر a و b ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 10x + 5/1 = 0$  باشند، حاصل  $\text{Log } a + \text{Log } b - \text{Log}(a + b)$  کدام است؟

- ۱ -۲ ۲ -۱ ۳ صفر ۴ ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-تجربی

۳۰ از تساوی  $\text{Log}(2x - 1) + \frac{1}{4} \text{Log } x^2 = \text{Log } 3$ ، مقدار لگاریتم  $\frac{x}{3}$  در مبنای ۴ کدام است؟

- ۱  $-\frac{1}{2}$  ۲  $-\frac{1}{4}$  ۳  $\frac{1}{4}$  ۴  $\frac{1}{3}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۱ اگر  $x = {}^8\text{Log}_2 \sqrt{2}$  باشد، لگاریتم عدد  ${}^4(x + 3)$  در پایه‌ی x کدام است؟

- ۱  $\frac{4}{3}$  ۲  $\frac{3}{2}$  ۳ ۲ ۴ ۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۲ در معادله‌ی لگاریتمی  $\text{Log } x = ۱ + \text{Log} \left( x + \frac{۱۲}{۵} \right)$ ، مقدار  $\text{Log}_۵ (۲x + ۱)$  کدام است؟

۱ -

۲  $\frac{۱}{۲}$

۳ ۱

۴ ۲

کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow \text{Log} \left( \frac{(2-x)}{(x-2)^2} \right) = 3 \Rightarrow -(x-2)^2 = 1000 \Rightarrow x-2 = -10 \Rightarrow x = -8$$

$$\Rightarrow \text{Log} \sqrt[10]{8} = 3 \times 2 = 6$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله را حل می‌کنیم:

$$\text{Log} ((x-2)(x^2+2x+4)) = \text{Log} (x^3-8) = 3 \Rightarrow x^3-8=8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{16} = 2^{\frac{4}{3}}$$

$$\text{Log} \frac{x}{\sqrt[3]{2}} = \text{Log} \frac{2^{\frac{4}{3}}}{2^{\frac{1}{3}}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{3}} = 4$$

پس داریم:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A(t) = A \cdot \left( \frac{1}{9} \right)^n \Rightarrow \left( \frac{1}{9} \right)^n = \frac{A(t)}{A} = \frac{1}{6} \Rightarrow n(3 \text{Log} 2 - 2 \text{Log} 3) = -(\text{Log} 2 + \text{Log} 3)$$

$$\Rightarrow n = \frac{\text{Log} 3 + \text{Log} 2}{2 \text{Log} 3 - 3 \text{Log} 2} = \frac{\text{Log} 6}{2 \text{Log} 3 - 3 \text{Log} 2}$$

از طرفی از دو تساوی داده شده داریم:

$$\text{Log} 2 = \frac{\text{Log} 5}{\text{Log} 3} = \frac{2/4}{1/4} = \frac{12}{5} \Rightarrow n = \frac{\frac{12}{5} + 1}{\frac{12}{5} - 3} = \frac{19}{3}$$

یعنی در  $\frac{19}{3}$  ساعت یا ۳۸۰ دقیقه موردنظر حاصل می‌شود.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در هر هفته ۱۲/۵ درصد از دست می‌دهد و ۸۷/۵ درصد باقی ماند یعنی  $\frac{7}{8}$  ماده اولیه

باقی مانده است. از طرفی  $\text{Log} \frac{7}{8} = \frac{10}{16}$  و  $\text{Log} \frac{7}{8} = \frac{10}{6}$  است.

$$\left( \frac{7}{8} \right)^n A = \frac{1}{5} A \Rightarrow \left( \frac{7}{8} \right)^n = \frac{1}{5}$$

$$\text{Log} \left( \frac{7}{8} \right)^n = \text{Log} \frac{1}{5} = -\text{Log} 5$$

$$n \left( \text{Log} \frac{7}{8} - 3 \text{Log} 2 \right) = -\text{Log} 5 \Rightarrow n \left( \frac{10}{6} - \frac{30}{16} \right) = -\frac{10}{6} \Rightarrow n = 8 \Rightarrow \text{هفته} \Rightarrow ۵۶ \text{ روز}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۵

$$g(1) = 4 \Rightarrow (1, 4) \in f \Rightarrow f(1) = 2 + 2^{b-a} = 4 \Rightarrow b - a = 1 \quad (1)$$

$$f^{-1}(10) = -1 \Rightarrow f(-1) = 10 \Rightarrow 2 + 2^{b+a} = 10 \Rightarrow 2^{b+a} = 8 \Rightarrow b + a = 3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} b = 2, a = 1 \Rightarrow 2b - a = 3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۶

$$3^x = 0.216 \xrightarrow{\text{Log}_3} \text{Log}_3 3^x = \text{Log}_3 \frac{216}{1000} \Rightarrow x = 3 - 3 \text{Log}_3 \frac{5}{3} \Rightarrow \text{Log}_3 \frac{5}{3} = \frac{3-x}{3}$$

$$5^y = 675 \xrightarrow{\text{Log}_5} \text{Log}_5 5^y = \text{Log}_5 675 \Rightarrow y = \text{Log}_5 5^2 \times 3^3 \Rightarrow y = 2 + 3 \text{Log}_5 3$$

$$y = 2 + 3 \left( \frac{3}{3-x} \right) \Rightarrow y = \frac{15 - 2x}{3-x} \Rightarrow y = \frac{2x - 15}{x-3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۷

$$g^{-1}(f^{-1}(0)) = \alpha \Rightarrow f^{-1}(0) = g(\alpha) \Rightarrow 0 = f(g(\alpha))$$

$$2x - 5 = 1 \Rightarrow x = 3 \quad (\text{Log } 1 = 0) \quad \text{در تابع } f, f(3) = 0 \text{ است زیرا:}$$

$$\Rightarrow g(\alpha) = 3 = \alpha + \sqrt{2\alpha - 4} \Rightarrow 3 - \alpha = \sqrt{2\alpha - 4} \xrightarrow{\alpha < 3} \alpha^2 - 6\alpha + 9 = 2\alpha - 4$$

توان ۲

$$\Rightarrow \alpha^2 - 8\alpha = -13 \Rightarrow \alpha^2 - 8\alpha + 16 = (\alpha - 4)^2 = 3 \Rightarrow \alpha = 4 - \sqrt{3}$$

$$\text{فرض: } 5^x = 10 \Rightarrow 5^x = 5 \times 2 \Rightarrow 5^{x-1} = 2 \Rightarrow 5 = 2^{\frac{1}{x-1}}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۸

$$2^{f(x)} = 20 = 2^2 \times 5 = 2^2 \times 2^{\frac{1}{x-1}} = 2^{2+\frac{1}{x-1}} = 2^{\frac{2x-1}{x-1}} \Rightarrow f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$$

راه دوم:

$$5^x = 10 \Rightarrow x = \text{Log}_5 10 = \text{Log}_5 2 + \text{Log}_5 5 = \text{Log}_5 2 + 1 \Rightarrow \text{Log}_5 2 = x - 1$$

$$2^{f(x)} = 20 \Rightarrow f(x) = \text{Log}_5 20 = \frac{\text{Log}_5 20}{\text{Log}_5 2} = \frac{\text{Log}_5 2 + \text{Log}_5 10}{\text{Log}_5 2} = \frac{x-1+x}{x-1} = \frac{2x-1}{x-1}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طرفین رابطه  $10ab = a^2 + 9b^2$  را با  $ab$  جمع می‌کنیم.

۹

$$\Rightarrow a^2 + 6ab + 9b^2 = 16ab \Rightarrow (a + 3b)^2 = 16ab \Rightarrow \left( \frac{a + 3b}{4} \right)^2 = ab$$

از طرفین لگاریتم می‌گیریم:

$$\Rightarrow \text{Log} \left( \frac{a + 3b}{4} \right)^2 = \text{Log } ab \Rightarrow 2 \text{Log} \left( \frac{a + 3b}{4} \right) = \text{Log } a + \text{Log } b$$

این یعنی  $\text{Log} \frac{a + 3b}{4}$  واسطه حسابی  $\text{Log } a$  و  $\text{Log } b$  است.



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا حدود تغییرات تابع  $y = -\sqrt{5 \sin^2 x - 1}$  را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} 0 \leq \sin^2 x \leq 1 &\Rightarrow -1 \leq 5 \sin^2 x - 1 \leq 4 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{5 \sin^2 x - 1} \leq 2 \\ \Rightarrow -2 \leq -\sqrt{5 \sin^2 x - 1} \leq 0 &\Rightarrow 2^{-2} \leq 2^{-\sqrt{5 \sin^2 x - 1}} \leq 2^0 \Rightarrow R_f = \left[ \frac{1}{4}, 1 \right] \\ \Rightarrow a + b &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ضابطه تابع را به صورت دیگری خواهیم نوشت:

$$f(x) = \text{Log} \left( \frac{12 + \sqrt{[x]} - [x]}{2^{-1}} \right) - 1 \Rightarrow \text{Log} \left( \frac{12 + \sqrt{[x]} - [x]}{2} \right) - 1 = \text{Log} \left( \frac{49}{4} - \left( \sqrt{[x]} - \frac{1}{2} \right)^2 \right) - 1$$

در نوشتن ضابطه‌ی اخیر، از تغییر متغیر  $t = \sqrt{[x]}$  استفاده کرده‌ایم و عبارت درجه دوم حاصل را به صورت مربع کامل نوشته‌ایم. حال داریم:

$$\begin{aligned} \text{Log} \frac{3}{2} < f(x) < \text{Log} \frac{5}{2} &\Rightarrow \text{Log} \frac{3}{2} < \text{Log} \left( \frac{49}{4} - \left( \sqrt{[x]} - \frac{1}{2} \right)^2 \right) - 1 < \text{Log} \frac{5}{2} \\ \Rightarrow 6 < \frac{49}{4} - \left( \sqrt{[x]} - \frac{1}{2} \right)^2 < 10 &\Rightarrow \frac{9}{4} < \left( \sqrt{[x]} - \frac{1}{2} \right)^2 < \frac{25}{4} \Rightarrow \frac{3}{2} < \sqrt{[x]} - \frac{1}{2} < \frac{5}{2} \\ \Rightarrow 2 < \sqrt{[x]} < 3 &\Rightarrow 4 < [x] < 9 \Rightarrow 5 \leq x < 9 \end{aligned}$$

یعنی دامنه‌ی تابع بازه‌ی  $(5, 9)$  بوده است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $\text{Log} \frac{x}{y} = \frac{1}{\text{Log} \frac{y}{x}}$  است، پس تساوی داده شده به صورت زیر خواهد شد:

$$\frac{1}{\text{Log} \frac{a}{c}} + \frac{1}{\text{Log} \frac{b}{c}} = \frac{\text{Log} \frac{a}{c} + \text{Log} \frac{b}{c}}{\text{Log} \frac{a}{c} \cdot \text{Log} \frac{b}{c}} = \frac{\text{Log} \frac{ab}{c}}{\text{Log} \frac{a}{c} \cdot \text{Log} \frac{b}{c}} = 1 \Rightarrow \text{Log} \frac{a}{c} \cdot \text{Log} \frac{b}{c} = \text{Log} \frac{ab}{c}$$

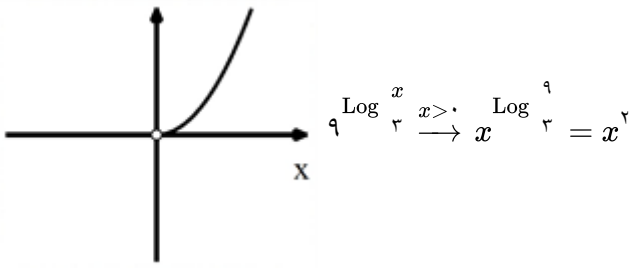
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$4^x + 15 = 2^{(x+2)} = 2^2 \times 2^x = 4 \times 2^x \Rightarrow 4^x - 4 \times 2^x + 15 = 0 \Rightarrow (2^x)^2 - 4 \times 2^x + 15 = 0$$

$$\Rightarrow (2^x - 5)(2^x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 5 \Rightarrow x_1 = \text{Log} \frac{5}{2} \\ 2^x = 3 \Rightarrow x_2 = \text{Log} \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع جواب ها} : x_1 + x_2 = \text{Log} \frac{5}{2} + \text{Log} \frac{3}{2} = \text{Log} \frac{15}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۴



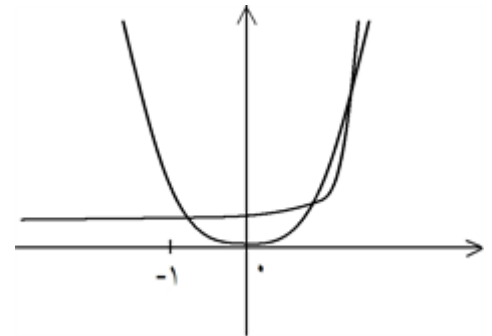
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۵

$$\begin{aligned} \left(\log_{21}^3\right)^2 + \log_{21}^{147} \log_{21}^{1323} &= \left(\log_{21}^3\right)^2 + \log_{21}^{147} \log_{21}^{9 \times 147} \\ &= \left(\log_{21}^3\right)^2 + \log_{21}^{147} \left(\log_{21}^9 + \log_{21}^{147}\right) \xrightarrow{\log_{21}^3 = x \text{ و } \log_{21}^{147} = y} \\ &= x^2 + y(2x + y) = x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2 = \log_{21}^{3 \times 147} = \left(\log_{21}^{21^2}\right)^2 = 2^2 = 4 \end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$\begin{aligned} \frac{1}{6 + \sqrt{|x|} - |x|} &> 0 \\ -|x| + \sqrt{|x|} + 6 &> 0 \quad \sqrt{|x|} = t \Rightarrow -t^2 + t + 6 > 0 \Rightarrow t^2 - t - 6 < 0 \\ \Rightarrow (t - 3)(t + 2) < 0 &\Rightarrow -2 < t < 3 \\ -2 < \sqrt{|x|} < 3 &\Rightarrow \sqrt{|x|} < 3 \Rightarrow |x| < 9 \Rightarrow -9 < x < 9 \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودارها را رسم می‌کنیم و به روش هندسی بررسی می‌کنیم. ۱۷



با توجه به نمودار در بازه  $[-1, 0]$  در یک نقطه متقاطع هستند.

$$\frac{\begin{vmatrix} \text{Log } 5 & \text{Log } 2 \\ \text{Log } 2 & \text{Log } 5 \end{vmatrix} \text{Log } \frac{5}{2}^{(3x-2)}}{(\text{Log } 5)^2 - (\text{Log } 2)^2} = 1$$

$$\frac{(\text{Log } 5 + \text{Log } 2)(\text{Log } 5 - \text{Log } 2)}{\text{Log } 10} \text{Log } \frac{5}{2}$$

$$\text{Log } \frac{5}{2} \times \text{Log } \frac{5}{2}^{(3x-2)} = 1 \Rightarrow \cancel{\text{Log } \frac{5}{2}} \times \frac{\text{Log } (3x-2)}{\cancel{\text{Log } \frac{5}{2}}} = \text{Log } (3x-2) = 1 \Rightarrow 3x-2 = 10 \Rightarrow x = 4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  $A$  مقدار اولیه و هر بار ۴ درصد از آن کاسته می‌شود، بنابراین داریم: ۱۹

$$f(t) = A \cdot (1 - 0.04)^t \Rightarrow f(t) = A \cdot (0.96)^t \xrightarrow{f(t) = \frac{1}{3}A} \frac{1}{3}A = A \cdot (0.96)^t$$

از طرفین لگاریتم می‌گیریم. داریم:

$$\text{Log } \frac{1}{3} = \text{Log } (0.96)^t \Rightarrow -\text{Log } 3 = (\text{Log } 96 - \text{Log } 100)t \Rightarrow t = \frac{-\text{Log } 3}{5 \text{Log } 2 + \text{Log } 3 - 2} = \frac{-0.48}{-0.02} = 24$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. وقتی ۱۰ درصد کم شود، یعنی ۹۰ درصد باقی می‌ماند پس: ۲۰

$$24 \times \left( \frac{90}{100} \right)^t = 8 \Rightarrow \left( \frac{9}{10} \right)^t = \frac{1}{3}$$

$$t(\text{Log } 9 - \text{Log } 10) = (-\text{Log } 3)$$

$$t = \frac{-0.48}{2 \times 0.048 - 1} = 12$$

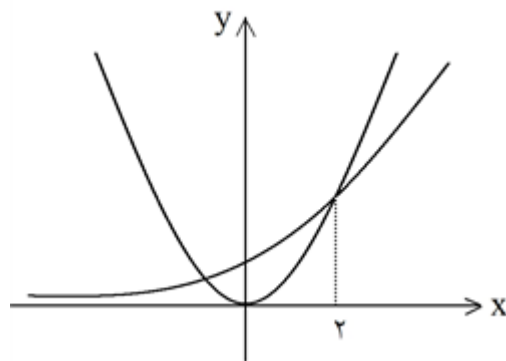
از طرفین لگاریتم می‌گیریم داریم:

$$t = 12 \times 30 = 360$$

پس ۱۲ ماه طول می‌کشد این اتفاق بیفتد. یعنی:

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به روش هندسی بررسی می‌کنیم. ۲۱

نمودارهای  $y = 2^x$  و  $y = x^2$  را رسم می‌کنیم.  $2^x - x^2 = 0 \Rightarrow 2^x = x^2 \Rightarrow$



بنابراین در بازه  $[0, 1]$  نقطه تلاقی ندارند، در نتیجه فاقد ریشه است.

$$f(x) = 3^{Ax+B} \quad f(1) = g(1) \Rightarrow 3^{A+B} = 1 = 3^0 \Rightarrow A+B=0 \Rightarrow A=1, B=-1$$

$$g(x) = x^2 \quad f(3) = g(3) \Rightarrow 3^{3A+B} = 3^2 \Rightarrow 3A+B=2$$

$$f(x) = 3^{x-1} \Rightarrow f(0) = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$f(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{Ax+B}$$

$$g(x) = x^2 - x$$

$$f(1) = g(1) \Rightarrow -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{A+B} = 0 \Rightarrow 2^{-A-B} = 2^1 \Rightarrow -A-B=1$$

$$f(2) = g(2) \Rightarrow -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{2A+B} = 2 \Rightarrow 2^{-2A-B} = 2^2 \Rightarrow -2A-B=2 \Rightarrow -A=1$$

$$\Rightarrow A=-1, B=0$$

$$f(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} \Rightarrow f(3) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = -2 + 8 = 6$$

$$f(n) = f_0 \times (0.99)^n, f(n) = \frac{f_0}{2} \Rightarrow n = ? \Rightarrow \frac{f_0}{2} = f_0 \times (0.99)^n \Rightarrow \frac{1}{2} = (0.99)^n$$

$$\Rightarrow \log_{0.99} \frac{1}{2} = n \Rightarrow n = \frac{\log\left(\frac{1}{2}\right)}{\log(0.99)} = \frac{-\log 2}{\log 99 - \log 100} = \frac{-0.3}{1/990 - 2} = 60$$

$$D_g : x^2 - 15x > 0 \Rightarrow x > 15 \text{ یا } x < 0$$

$$D_f : 2 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2$$

$$D_{f \cap g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x > 15 \text{ یا } x < 0 \mid \log(x^2 - 15x) \leq 2\}$$

$$\Rightarrow x^2 - 15x \leq 100 \Rightarrow x^2 - 15x - 100 \leq 0 \Rightarrow -5 \leq x \leq 20 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} D_{f \cap g} = \left[-5, 0\right) \cup \left(15, 20\right]$$

$$x = 4 \Rightarrow 4y = 20 \Rightarrow y = 5$$

$$x = 2 \Rightarrow 4y = 10 \Rightarrow y = \frac{5}{2}$$

$$\begin{aligned} A \Big| \begin{matrix} 4 \\ 5 \end{matrix} &\Rightarrow 5 = A \times 2^{4B} \\ B \Big| \begin{matrix} 2 \\ \frac{5}{2} \end{matrix} &\Rightarrow \frac{5}{2} = A \times 2^{2B} \end{aligned} \Rightarrow \frac{5}{\frac{5}{2}} = \frac{A \times 2^{4B}}{A \times 2^{2B}} \Rightarrow 2^1 = 2^{2B} \Rightarrow 2B = 1 \Rightarrow B = \frac{1}{2}$$

$$5 = A \times 2^{4 \times \frac{1}{2}} \Rightarrow A = \frac{5}{4} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{4} (2)^{\frac{1}{2}x}$$

$$f^{-1}(10) = a \Rightarrow f(a) = 10 \Rightarrow \frac{5}{4} \times 2^{\frac{1}{2}a} = 10 \Rightarrow 2^{\frac{1}{2}a} = 2^2 \Rightarrow a = 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} f(-1) = 0 &\Rightarrow \text{Log}(-a + b) = 0 \Rightarrow -a + b = 1 \\ f(1) = -1 &\Rightarrow \text{Log}(a + b) = -1 \Rightarrow a + b = 2 \end{aligned} \Rightarrow b = \frac{3}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = \sqrt{2^{\frac{1}{x}} - 2^x} \Rightarrow 2^{\frac{1}{x}} - 2^x \geq 0 \Rightarrow 2^{\frac{1}{x}} \geq 2^x$$

اگر  $a > 1$  و  $a^m \geq a^n$  آن گاه  $m \geq n$  بنابراین:

$$\frac{1}{x} \geq x \Rightarrow \frac{1}{x} - x \geq 0 \Rightarrow \frac{1-x^2}{x} \geq 0 \Rightarrow \frac{x}{1-x^2} \geq 0$$

$$\Rightarrow D_y = (-\infty, -1] \cup (0, 1]$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $a$  و  $b$  ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 10x + 0/1 = 0$  می‌باشند. داریم:

$$\text{Log } a + \text{Log } b - \text{Log } a + b = \text{Log} \frac{a \cdot b}{a + b} = \text{Log} \frac{P}{S} = \text{Log} \frac{0/1}{10} = \text{Log} \frac{1}{100} = \text{Log } 10^{-2} = -2$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}(2x - 1) + \frac{1}{2} \text{Log } x^2 = \text{Log } 3 \Rightarrow \text{Log}(2x - 1) + \text{Log } |x| = \text{Log } 3 \Rightarrow (2x - 1)|x| = 3$$

با توجه به این که  $2x - 1 > 0$  است، پس  $x > \frac{1}{2}$  و در نتیجه  $|x| = x$  می‌باشد. لذا داریم:

$$(2x - 1)(x) = 3 \Rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow (x + 1)(2x - 3) = 0$$

{

غ ق ق  $x = -1$

ق ق  $x = \frac{3}{2}$

بنابراین برای یافتن لگاریتم  $\frac{x}{3}$  در مبنای ۴ داریم:

$$x = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Log} \frac{1}{2} = \text{Log} \frac{2^{-1}}{2^2} = -\frac{1}{2} \text{Log} \frac{2}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$x = {}^8\text{Log} \sqrt[2]{\sqrt[2]{2}} \Rightarrow x = {}^8\text{Log} \sqrt[2]{\sqrt[2]{2}} = {}^8\text{Log} \sqrt[2]{\frac{2}{2}} = {}^8\text{Log} \frac{2}{2} \Rightarrow x = 6$$

$$\text{Log}_x (x+3) \xrightarrow{x=6} \text{Log}_6 9 = \text{Log}_6 6^2 = 2$$

بنابراین داریم:

$${}^2\text{Log} x = 1 + \text{Log} \left( x + \frac{12}{5} \right) \Rightarrow \text{Log} x^2 - \text{Log} \left( x + \frac{12}{5} \right) = 1$$

$$\text{Log} \frac{x^2}{x + \frac{12}{5}} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{x + \frac{12}{5}} = 10 \Rightarrow x^2 = 10x + 24 \Rightarrow x^2 - 10x - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 12)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \notin D \\ x = 12 \end{cases}$$

توجه کنید که به ازای  $x = -2$ ،  $\text{Log} x$  ها در معادله‌ی اصلی تعریف نشده است. حال به ازای  $x = 12$  حاصل عبارت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\text{Log}_5 (2x + 1) \xrightarrow{x=12} \text{Log}_5 (24 + 1) = \text{Log}_5 25 = \text{Log}_5 5^2 = 2 \text{Log}_5 5 = 2$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

