



۱ در مثلث ABC، اگر $\cotg(B - C) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{2 \cos(B + C) + 1}{4 \sin B \cos C}$ کدام است؟

$\cotg C$ ۴

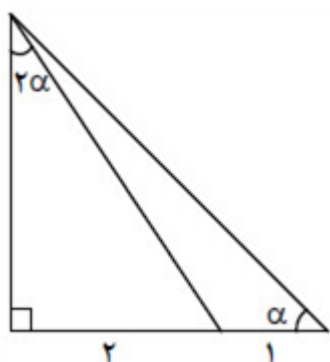
$\cotg B$ ۳

$\tan C$ ۲

$\tan B$ ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲ در شکل مقابل، مقدار $\cotg \alpha$ کدام است؟



$\sqrt{3}$ ۴

$\sqrt{2}$ ۳

۲ ۲

۱ ۱

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳ در مثلث ABC، اگر $\tan(B - C) = \sqrt{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1 - 2 \cos(B + C)}{4 \sin B \cos C}$ کدام است؟

$\tan C$ ۴

$\tan B$ ۳

$-\frac{1}{2}$ ۲

-۱ ۱

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۴ حاصل عبارت $\frac{\sin^4 \alpha + 4 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} - \frac{\cos^4 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$ کدام است؟

$\sin^2 \alpha$ ۴

$\cos^2 \alpha$ ۳

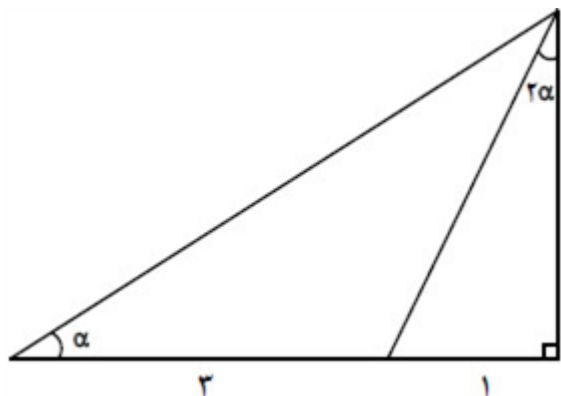
۲ ۲

۱ ۱

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت



در شکل مقابل، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟



$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۶ حاصل عبارت $(3 \cos^4 x + \sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x)$ به ازای $x = \frac{\pi}{12}$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

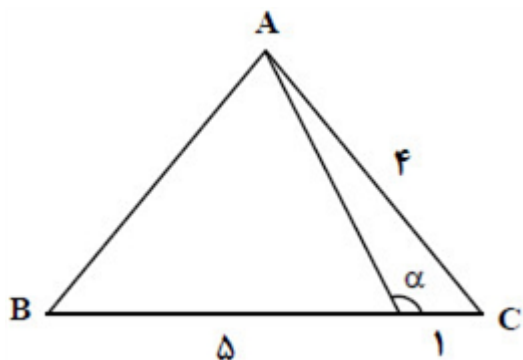
$\sqrt{2}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۱ (۱)

سراسری-ریاضی-اردیبهشت ۱۴۰۳

۷ در شکل مقابل، مثلث ABC متساوی الساقین است. مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



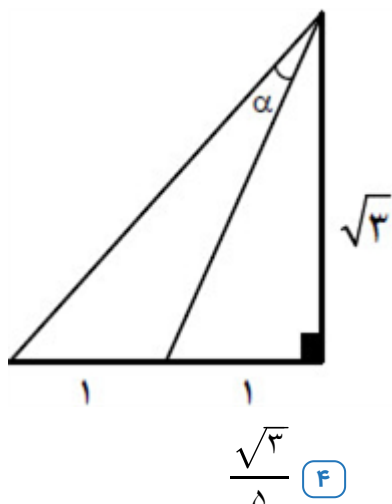
$\frac{\sqrt{7}}{2}$ (۴)

$-\frac{\sqrt{7}}{2}$ (۳)

$\frac{2}{5}$ (۲)

$-\frac{2}{5}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

در شکل مقابل، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{5} \quad \text{۴}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{۳}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{۲}$$

$$\frac{1}{5\sqrt{3}} \quad \text{۱}$$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

اندازه زاویه B در مثلث ABC، ۲ برابر اندازه زاویه A است. حاصل $\sin A \cos B - \sin C$ با کدام مورد برابر است؟

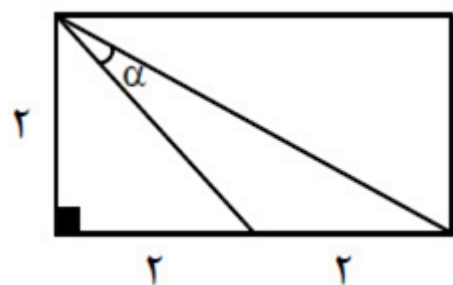
$$\sin A \quad \text{۴}$$

$$\sin B \quad \text{۳}$$

$$-\sin B \quad \text{۲}$$

$$-\sin A \quad \text{۱}$$

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

در شکل مقابل، مقدار $\cot \alpha$ کدام است؟

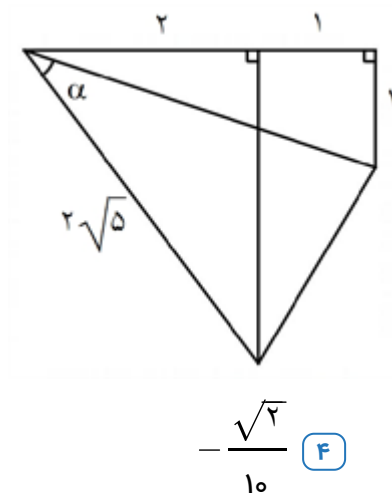
$$\frac{1}{3} \quad \text{۴}$$

$$\frac{1}{2} \quad \text{۳}$$

$$3 \quad \text{۲}$$

$$1 \quad \text{۱}$$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

در شکل مقابل، مقدار $\cos \alpha$ چقدر است؟

$$-\frac{\sqrt{2}}{10} \quad \text{۴}$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{10} \quad \text{۳}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{۲}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{۱}$$

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۱۲) اگر انتهای کمان x در ربع سوم و $\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4$ باشد، مقدار صحیح $\tan \frac{x}{2}$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۳ ۴) -۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۳) اندازه زاویه A در مثلث ABC ، 45° درجه بیشتر از اندازه زاویه B است. حاصل $\sin C - \sin B \cos A$ کدام است؟

- ۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۴) اگر $f(\alpha) = 4 \sin(\alpha) \cos(2\alpha) + 2 \sin(\alpha)$ باشد، مقدار $f\left(\frac{41\pi}{9}\right)$ کدام است؟

- ۱) $-\sqrt{3}$ ۲) $\sqrt{3}$ ۳) ۱ ۴) -۱

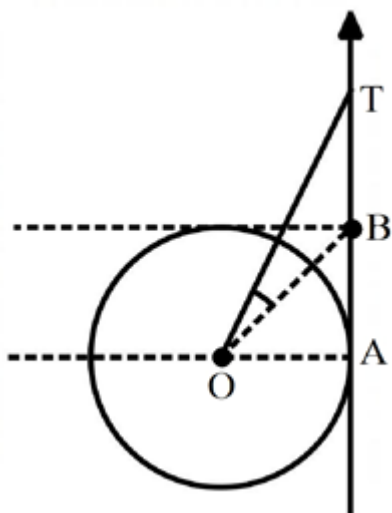
سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۱۵) ساده شده عبارت $\frac{\sin(\theta)}{1 - \cos(\theta)} + \frac{1 + \cos(\theta)}{\sin(\theta)}$ کدام است؟

- ۱) $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$ ۲) $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ ۳) $2 \cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$ ۴) $2 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۶) با توجه به دایرهی مثلثاتی زیر، اگر $BT = 2$ باشد، مقدار $\tan(\widehat{TOB})$ کدام است؟



- ۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{2}{3}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۷) اگر انتهای کمان α در ربع اول دایرهی مثلثاتی و $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{5}$ باشد، مقدار $\sin\left(\frac{13\pi}{4} + \alpha\right)$ ، کدام است؟

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۳)

$-\frac{3}{5}$ (۲)

$-\frac{4}{5}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۸) اگر انتهای کمان α در ربع دوم دایرهی مثلثاتی و $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$ باشد، مقدار $\cos\left(\frac{11\pi}{4} + \alpha\right)$ ، کدام است؟

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۳)

$-\frac{3}{5}$ (۲)

$-\frac{4}{5}$ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۱۹) اگر $\operatorname{tg} \alpha$ و $\operatorname{tg} \beta$ برابر ریشه‌های معادله‌ی $x^2 + 3x - 1 = 0$ باشند، $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$ ، کدام است؟

-۱ (۴)

-۳ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

۱ (۱)

سراسری-ریاضی-۹۹

۲۰) حاصل عبارت $\operatorname{tg} \frac{17\pi}{6} \sin \frac{11\pi}{3} + \cos \frac{10\pi}{3}$ ، کدام است؟

$\sqrt{3}$ (۴)

۱ (۳)

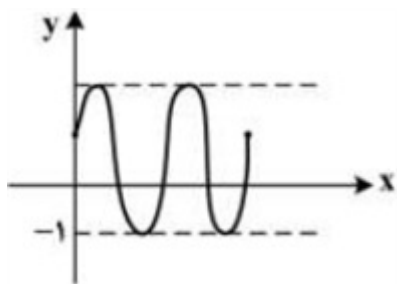
صفر (۲)

-۱ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۱) شکل زیر نمودار تابع $y = 1 + a \sin(b\pi x)$ ، در بازه $\left(0, \frac{4}{3}\right)$ است.

$a + b$ کدام است؟



۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۲) معادله‌ی $\sin x - 1 = 0$ در بازه $[-\pi, \pi]$ ، چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۳ اگر $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1}{5}$ باشد، $\tan^2 \alpha$ چه قدر است؟

۲/۵ (۴)

۲/۴ (۳)

۱/۸ (۲)

۱/۵ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۴ اگر $\alpha + \beta = 135^\circ$ و $\tan(\alpha - \beta) = \frac{3}{4}$ ، مقدار کسر $\frac{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}$ کدام است؟

$-\frac{4}{3}$ (۴)

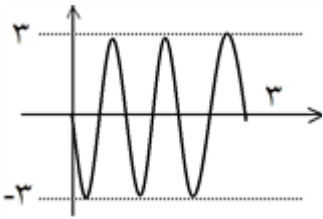
$\frac{4}{3}$ (۳)

$-\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۵ شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. a, b کدام است؟



۶ (۴)

۴/۵ (۳)

-۳ (۲)

-۶ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۶ ساده شده‌ی کسر $\frac{(1 + \tan^2 \theta)(1 + \cot^2 \theta)}{1 - \sin^2 \theta - \cos^2 \theta}$ کدام است؟

$16 \sin^{-4} \theta$ (۴)

$16 \cos^{-4} \theta$ (۳)

$8 \sin^{-2} \theta$ (۲)

$8 \cos^{-2} \theta$ (۱)

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

$$\cot(B - C) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow B - C = 60^\circ \Rightarrow \cos(B - C) = \frac{1}{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱

$$\frac{2 \cos(B + C) + 1}{\sin B \cos C} = \frac{2 \left(\cos(B + C) + \frac{1}{2} \right)}{\sin B \cos C} = \frac{2 \cos(B + C) + \cos(B - C)}{\sin B \cos C}$$

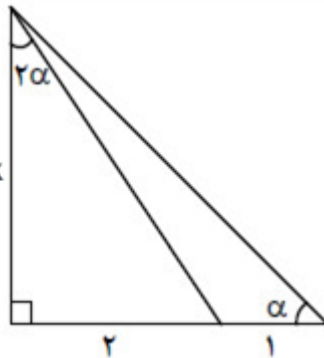
$$= \frac{2(\cos B \cos C - \sin B \sin C + \cos B \cos C + \sin B \sin C)}{\sin B \cos C} = \frac{4 \cos B \cos C}{\sin B \cos C} = \cot B$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۲

$$\tan 2\alpha = \frac{2}{x} \quad \tan \alpha = \frac{x}{1-x} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{2 \left(\frac{x}{1-x} \right)}{1 - \left(\frac{x}{1-x} \right)^2}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{x^2}{1-x^2} = \frac{x^2}{1-x^2} \Rightarrow 1 = \frac{2x^2}{1-x^2} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



$$\cot \alpha = \frac{2}{1} = 2$$

$$\tan(B - C) = \sqrt{3} \Rightarrow B - C = 60^\circ \Rightarrow \cos(B - C) = \frac{1}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۳

$$\frac{1 - 2 \cos(B + C)}{\sin B \cos C} = \frac{2 \left(\frac{1}{2} - \cos(B + C) \right)}{\sin B \cos C}$$

$$= \frac{2(\cos B \cos C + \sin B \sin C - \cos B \cos C + \sin B \sin C)}{\sin B \cos C} = \frac{4 \sin B \sin C}{\sin B \cos C} = \tan C$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۴

روش اول: به ازای $\alpha = 0$ حاصل عبارت برابر ۱ و به ازای $\alpha = \frac{\pi}{2}$ برابر -۱ است که این تساویها فقط در گزینه ۳ دیده

می شود.

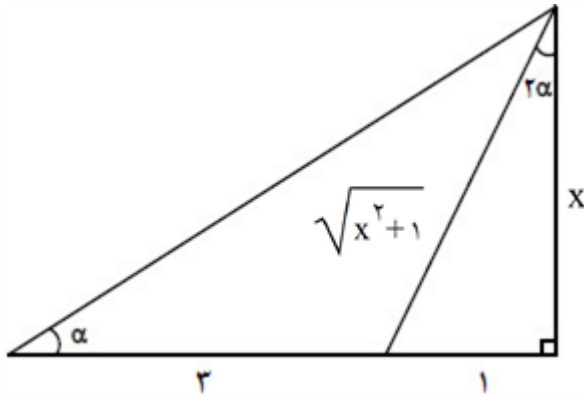
روش دوم:

$$\sin^2 \alpha = (1 - \cos^2 \alpha) = \cos^2 \alpha - 2 \cos^2 \alpha + 1$$

$$\cos^2 \alpha = (1 - \sin^2 \alpha) = \sin^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha + 1$$

$$\Rightarrow T = \frac{\cos^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha + 1}{\cos^2 \alpha + 1} - \frac{\sin^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha + 1}{\sin^2 \alpha + 1} = \frac{(\cos^2 \alpha + 1)^2}{\cos^2 \alpha + 1} - \frac{(\sin^2 \alpha + 1)^2}{\sin^2 \alpha + 1}$$

$$= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$$



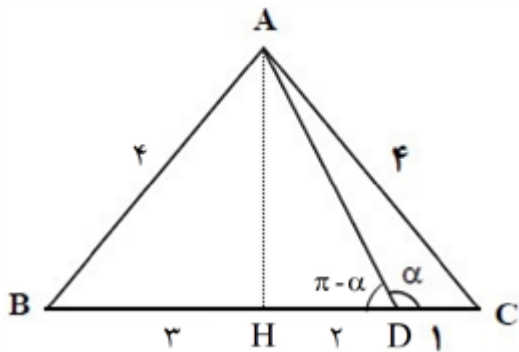
$$\tan \alpha = \frac{x}{1}, \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{2}{x}}{1 - \frac{4}{x^2}} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{2}{x} = 1 - \frac{4}{x^2} \Rightarrow \frac{2x^2}{x^2} = x^2 - 4 \Rightarrow \frac{2x^2}{x^2} = x^2 - 4 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{\frac{4}{3}}{\sqrt{\frac{16}{9} + 1}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{4}{5}$$

$$T = 2 \cos^2 x + \sqrt{2} (\sin x - \cos x) = 2 \cos^2 x + 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\xrightarrow{x = \frac{\pi}{12}} T = 2 \cos^2 \frac{\pi}{12} + 2 \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$



$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{2}$$

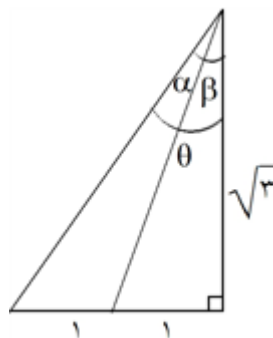
$$\tan(\pi - \alpha) = \frac{AH}{HD} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$\theta = \alpha + \beta \Rightarrow \alpha = \theta - \beta$$

$$\tan \alpha = \tan(\theta - \beta) = \frac{\tan \theta - \tan \beta}{1 + \tan \theta \tan \beta}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$



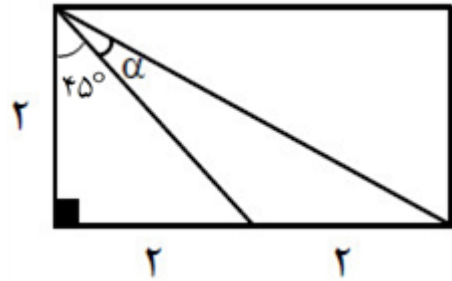
$$B = 2A, A + B + C = 180^\circ \Rightarrow C = 180 - (A + B) \Rightarrow \sin C = \sin(A + B)$$

$$2 \sin A \cos B - \sin C = 2 \sin A \cos B - \sin(A + B)$$

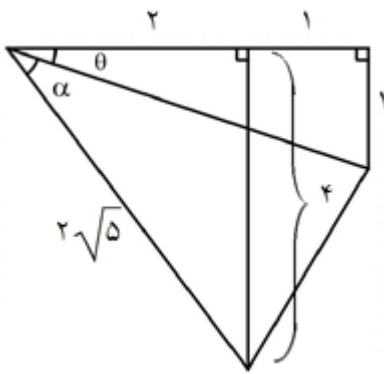
$$= 2 \sin A \cos B - \sin A \cos B - \cos A \sin B = \sin A \cos B - \cos A \sin B = \sin(A - B)$$

$$\xrightarrow{B=2A} \sin(A - 2A) = \sin(-A) = -\sin A$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(\alpha + 45^\circ) &= \frac{\operatorname{tg} \alpha + 1}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = \frac{4}{3} = 2 \\ \Rightarrow 2 - 2 \operatorname{tg} \alpha &= \operatorname{tg} \alpha + 1 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

و در نتیجه $\operatorname{Cotg} \alpha = 3$ است.گزینه ۲ پاسخ صحیح است. راه اول: نسبت‌های مثلثاتی $\sin(\alpha + \theta)$ و $\cos(\alpha + \theta)$ را می‌نویسیم:

$$\sin(\alpha + \theta) = \sin \alpha \cos \theta + \cos \alpha \sin \theta$$

$$\Rightarrow \frac{4}{2\sqrt{5}} = \sin \alpha \times \frac{2}{\sqrt{10}} + \cos \alpha \times \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \alpha + \cos \alpha = 2\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\cos(\alpha + \theta) = \cos \alpha \cos \theta - \sin \alpha \sin \theta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{5}} = \cos \alpha \times \frac{2}{\sqrt{10}} - \sin \alpha \times \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow 2 \cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{2} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

راه دوم: از $\tan(\alpha + \theta)$ استفاده کنیم:

$$\tan \alpha = \tan((\alpha + \theta) - \theta) = \frac{\tan(\alpha + \theta) - \tan \theta}{1 + \tan(\alpha + \theta) \cdot \tan \theta} = \frac{2 - \frac{1}{3}}{1 + 2\left(\frac{1}{3}\right)} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{5}{3}} = 1$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4 \Rightarrow 1 - \sin x = 4 + 4 \sin x \Rightarrow \sin x = -\frac{3}{5} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \cos x = -\frac{4}{5}$$

$$\left. \begin{aligned} \tan^2\left(\frac{x}{2}\right) &= \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \left(-\frac{4}{5}\right)}{1 - \frac{3}{5}} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{2}{5}} = 9 \\ \pi < x < \frac{3\pi}{2} &\Rightarrow \frac{\pi}{2} < \frac{x}{2} < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \tan \frac{x}{2} < -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tan \frac{x}{2} = -3$$

$$\begin{aligned}\widehat{A} = 45^\circ + \widehat{B} &\Rightarrow \widehat{A} - \widehat{B} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B}) \\ \sqrt{2} \cos A \sin B - \sin C &= \sin(\widehat{A} + \widehat{B}) - \sin(\widehat{A} - \widehat{B}) - \sin(180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B})) \\ &= \cancel{\sin(\widehat{A} + \widehat{B})} - \sin(\widehat{A} - \widehat{B}) - \cancel{\sin(\widehat{A} + \widehat{B})} = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. راه حل اول: ۱۴

$$\begin{aligned}f(\alpha) &= \sqrt{2} \sin \alpha \cos \sqrt{2} \alpha + \sqrt{2} \sin \alpha \Rightarrow f(\alpha) = \sqrt{2} \sin \alpha (\sqrt{2} \cos \sqrt{2} \alpha + 1) \\ \cos \alpha f(\alpha) &= \sqrt{2} \sin \alpha \cos \alpha (\sqrt{2} \cos \sqrt{2} \alpha + 1) \Rightarrow \cos \alpha f(\alpha) = \sin \sqrt{2} \alpha (\sqrt{2} \cos \sqrt{2} \alpha + 1) \\ \Rightarrow \cos \alpha f(\alpha) &= \sqrt{2} \sin \sqrt{2} \alpha \cos \sqrt{2} \alpha + \sin \sqrt{2} \alpha \Rightarrow \cos \alpha f(\alpha) = \sin \sqrt{2} \alpha + \sin \sqrt{2} \alpha \\ \Rightarrow \cos \alpha f(\alpha) &= \sin(\sqrt{2} \alpha + \alpha) + \sin(\sqrt{2} \alpha - \alpha) = \sqrt{2} \sin \sqrt{2} \alpha \cos \alpha \\ f(\alpha) &= \sqrt{2} \sin \sqrt{2} \alpha = \sqrt{2} \sin \frac{41\pi}{3} = \sqrt{2} \sin \left(\frac{39\pi + 2\pi}{3} \right) = \sqrt{2} \sin \left(13\pi + \frac{2\pi}{3} \right) \\ &= -\sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{3} = -\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3}\end{aligned}$$

راه حل دوم:

$$\begin{aligned}\sqrt{2} \sin \alpha (1 - \sqrt{2} \sin \sqrt{2} \alpha) + \sqrt{2} \sin \alpha &= \sqrt{2} \sin \alpha - \sqrt{2} \sin \sqrt{2} \alpha = \sqrt{2} (\sqrt{2} \sin \alpha - \sqrt{2} \sin \sqrt{2} \alpha) \\ &= \sqrt{2} \sin \sqrt{2} \alpha = \sqrt{2} \sin \frac{41\pi}{3} \\ &= -\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}\end{aligned}$$

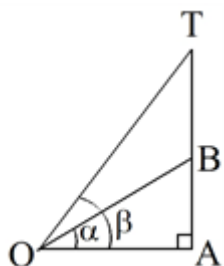
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵

$$\begin{aligned}\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} &= \frac{\sin^2 \theta + 1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta (1 - \cos \theta)} = \frac{\sqrt{2} \sin^2 \theta}{\sin \theta (1 - \cos \theta)} \\ &= \frac{\sqrt{2} \sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{\sqrt{2} \sin \frac{\theta}{\sqrt{2}} \cos \frac{\theta}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2} \sin^2 \left(\frac{\theta}{\sqrt{2}} \right)} = \sqrt{2} \cot \frac{\theta}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

راه حل دوم:

$$\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sqrt{2} \sin \frac{\theta}{\sqrt{2}} \cos \frac{\theta}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2} \sin^2 \left(\frac{\theta}{\sqrt{2}} \right)} + \frac{\sqrt{2} \cos^2 \left(\frac{\theta}{\sqrt{2}} \right)}{\sqrt{2} \sin \frac{\theta}{\sqrt{2}} \cos \frac{\theta}{\sqrt{2}}} = \cot \frac{\theta}{\sqrt{2}} + \cot \frac{\theta}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cot \frac{\theta}{\sqrt{2}}$$

OA = AB = شعاع دایره مثلثاتی = ۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۶



$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{AB}{OA} = 1, \tan \beta = \frac{AT}{OA} = \frac{BT + BA}{OA} = 3$$

$$\tan(\widehat{TOB}) = \tan(\beta - \alpha) = \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \beta \tan \alpha} = \frac{3 - 1}{1 + 1 \times 3} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا نسبت مثلثاتی خواسته شده را ساده نموده و به کمک فرمول نسبت‌های مثلثاتی زوایای مرکب جواب را می‌یابیم.

$$\begin{aligned}\sin\left(\frac{13\pi}{4} + \alpha\right) &= \sin\left(3\pi + \frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -\sin\frac{\pi}{4}\cos\alpha - \sin\alpha\cos\frac{\pi}{4} \\ &\Rightarrow \frac{-\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha + \sin\alpha) \xrightarrow{\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}, \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}} \frac{-\sqrt{2}}{2} \times \left(\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right) \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right) = -\frac{2}{5}\end{aligned}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

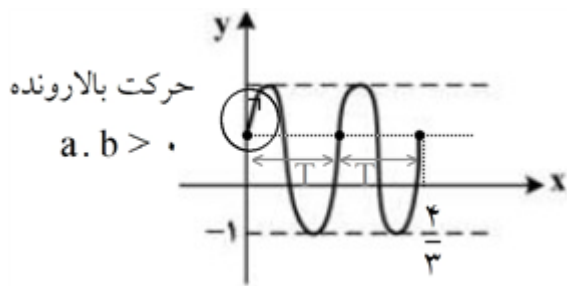
$$\begin{aligned}\sin^2\alpha + \cos^2\alpha &= 1 \xrightarrow{\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}} \frac{2}{100} + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos^2\alpha = 1 - \frac{1}{50} = \frac{49}{50} \\ \Rightarrow \cos\alpha &= \frac{-7}{5\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -\frac{7\sqrt{2}}{10} \\ \cos\left(\frac{11\pi}{4} + \alpha\right) &= \cos\frac{11\pi}{4}\cos\alpha - \sin\frac{11\pi}{4}\sin\alpha \\ &= \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)\left(-\frac{7\sqrt{2}}{10}\right) - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{10}\right) = \frac{3}{5} \\ S = \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta &= \frac{-3}{2}\end{aligned}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}P = \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta &= \frac{-1}{2} \\ \operatorname{tg}(\alpha + \beta) &= \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta} = \frac{\frac{-3}{2}}{1 - \left(\frac{-1}{2}\right)} = -1\end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}\frac{17\pi}{6}\sin\frac{11\pi}{3} + \cos\frac{10\pi}{3} &= \operatorname{tg}\left(3\pi - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(3\pi + \frac{\pi}{3}\right) \\ &= \left(-\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}\right)\left(-\sin\frac{\pi}{3}\right) - \cos\frac{\pi}{3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{1}{2} = 0\end{aligned}$$



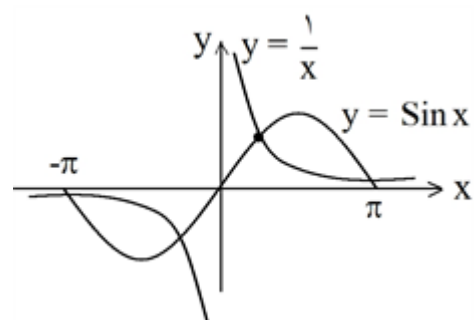
$$\left. \begin{aligned} 2T = \frac{2}{b} &\Rightarrow T = \frac{1}{b} \\ T = \frac{2\pi}{|b|} &= \frac{2}{|b|} \end{aligned} \right\} \Rightarrow |b| = 3$$

هر دو جواب قابل قبول است. $\min = 1 - |a| = -1 \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a + b = \begin{cases} 2 + 3 = 5 \\ -2 - 3 = -5 \end{cases}$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{x}$$

با توجه به شکل در این بازه ۴ جواب دارد.



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

روش اول: با توجه به رابطه $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$ داریم:

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{\tan \frac{\pi}{4} - \tan \alpha}{1 + \tan \frac{\pi}{4} \tan \alpha} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha} = \frac{1}{5} \Rightarrow 5 - 5 \tan \alpha = 1 + \tan \alpha$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2 \times \frac{2}{3}}{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\frac{4}{3}}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{9}} = \frac{4}{3} \times \frac{9}{5} = \frac{36}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

روش دوم: با توجه به رابطه $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$ داریم:

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1}{5} \Rightarrow \tan\left(2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)\right) = \frac{2 \times \frac{1}{5}}{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{24}{25}} = \frac{2}{5} \times \frac{25}{24} = \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) = \frac{5}{12} \xrightarrow{\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot \theta} \cot 2\alpha = \frac{5}{12} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{1}{\cot 2\alpha} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

$$\frac{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta} = \frac{(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta)}{(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta)(\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta)}$$

$$= \frac{\cos(\alpha - \beta) \cdot \cos(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta)} = \cot(\alpha - \beta) \cdot \cot(\alpha + \beta)$$

حال با توجه به داده‌های تست، مقدار عبارت را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} \tan(\alpha - \beta) = \frac{2}{3} &\Rightarrow \cot(\alpha - \beta) = \frac{3}{2} \\ \alpha + \beta = 135^\circ &\Rightarrow \cot(\alpha + \beta) = \cot(135^\circ) = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \cot(\alpha + \beta) \cdot \cot(\alpha - \beta) = \frac{3}{2}(-1) = -\frac{3}{2}$$

$$|a| = 3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار، بیش‌ترین مقدار تابع برابر ۳ است پس:

همچنین با توجه به این که تابع سه دوره تناوب طی کرده تا به ۳ رسیده، پس:

$$3T = 3 \Rightarrow T = 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 1 \Rightarrow |b| = 2$$

با توجه به این که مقدار تابع در بازه $\left[0, \frac{1}{4}\right]$ نزولی است بنابراین تابع به صورت‌های زیر است:

$$y = -3 \sin 2\pi x \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a \cdot b = -6$$

$$y = 3 \sin(-2\pi x) \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow a \cdot b = -6$$

$$\text{فرمول: } \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$$

$$\text{عبارت مورد نظر} = \frac{\frac{1}{\cos^2 \theta} \cdot \frac{1}{\sin^2 \theta}}{\cos^2 \theta - \cos^4 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta (\cos^2 \theta (1 - \cos^2 \theta))} = \frac{1}{\sin^4 \theta \cdot \cos^4 \theta}$$

$$= \frac{16}{\sin^4 2\theta} = 16 \sin^{-4} 2\theta$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴

