۱ به ازای برخی مقادیر صحیح نامنفی c، تابع $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^{۲}-۴x+۴} & |x-۲|\le c\\ a(x-۲)^{۲}+b(x-۲) & |x-۲|>c\end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. چند مقدار برای $[ac]$ وجود دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) بیش از ۳

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲ به ازای مقادیر طبیعی c، تابعی $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^{۲}-۲x+۱} & |x|\le c\\ ax^{۲}+bx+۲ & |x|>c\end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. کدام می‌تواند مقدار $\left[\frac{a}{b}\right]$ باشد؟

۱) -۱ ۲) -۲ ۳) -۳ ۴) -۴

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۳ اگر $\lim\limits_{x\to ۰}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}=\frac{۱}{۴}$ باشد، مقدار $\frac{ab}{c}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۴ تابع $f(x)=\begin{cases}(۱-a)[x]+(۳a^{۲}-۱)[-x] & x\notin Z\\ b\,\mathrm{Sin}\left(\frac{\pi}{a}\right) & x\in Z\end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۵ اگر $\lim\limits_{x\to ۰}\frac{a+\sqrt{(bx+۱)(cx+۱)}}{x}=۲$ باشد، مقدار $\frac{b}{a}+\frac{c}{a}$ کدام است؟

۱) -۲ ۲) -۴ ۳) $-\frac{۱}{۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۴}$

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۳

۶) مجموع مقادیر حدهای چپ و راست تابع $f(x)=\dfrac{x-۲}{x^۲-[x^۲]}$ در نقطه $x=۲$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) صفر

سراسری-ریاضی-۱۴۰۳ اردیبهشت

۷) برای مقدار مشخص k، تابع $f(x)=\begin{cases} |[-x]-x| & [x] \text{ فرد} \\ k-x+[x] & [x] \text{ زوج} \end{cases}$ در $x=n$ و $x=-n$ پیوسته است. کدام مورد در خصوص n صحیح است؟ $(k,n\in\mathrm{N})$

۱) برای هیچ مقداری از n، پیوسته نیست. ۲) برای جمیع مقادیر n پیوسته است.

۳) n فرد ۴) n زوج

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۸) تابع $f(x)=\begin{cases} [x]+[-x] & x^۲<|x| \\ \mathrm{Cos}\,\pi x & x^۲=|x| \\ |x|\,([x]+۱) & |x|<x^۲<۲ \end{cases}$، در چند نقطه ناپیوسته است؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) در همه نقاط پیوسته است.

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۹) برای مقدار مشخص k، تابع $f(x)=\begin{cases} |x-[-x]| & [x] \text{ زوج} \\ x-[x]+k & [x] \text{ فرد} \end{cases}$ در $x=n$ و $x=-n$ پیوسته است. کدام مورد در خصوص n صحیح است؟ $(k,n\in\mathrm{N})$

۱) n زوج ۲) n فرد

۳) برای جمیع مقادیر n پیوسته است. ۴) برای هیچ مقداری از n پیوسته نیست.

سراسری-ریاضی-۱۴۰۲ تیرماه

۱۰) اگر تابع $f(x)=\begin{cases} |x-[x]| & [x] \text{ زوج} \\ |x-[x-a]| & [x] \text{ فرد} \end{cases}$ در R پیوسته باشد، مجموعه مقادیر $[a]$ شامل چند عضو است؟ $(a<-۱)$

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۳

سراسری-ریاضی-دی ۱۴۰۱

۱۱) اگر $f^{-۱}(x)=-\sqrt{x-۲۷}$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to -۳^-}\dfrac{۲x+\sqrt{f(x)}}{|x^۲+x-۶|}$ کدام است؟

۱) $-۰/۳$ ۲) $-۰/۶$ ۳) $۰/۳$ ۴) $۰/۶$

سراسری-ریاضی-رفع شبهه آذرماه ۱۴۰۱

۱۲ حاصل $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{\sqrt{2-3x}-\sqrt{2-5x}}{\sqrt{2-2\cos x}}$ کدام است؟

۱) $-\sqrt{2}$ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ۴) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۳ تابع $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1-\cos x}{2bx^2} & x>0 \\ |b-x| & x=0 \\ [x]-2a & x<0 \end{cases}$، در $x=0$ پیوسته است. مقدار حقیقی $b-a$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\dfrac{1}{4}$ ۳) $\dfrac{5}{4}$ ۴) $\dfrac{25}{16}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۴ حاصل $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}}$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) $\dfrac{1}{2}$ ۳) ۲- ۴) $-\dfrac{3}{2}$

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۵ تابع $f(x)=\begin{cases} |x|+[-x] & |x^3|<x^2 \\ 1+\cos \pi x & |x^3|=x^2 \\ [x^2]-[x] & |x^3|>x^2 \end{cases}$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

۱) ۲ ۲) ۳

۳) بیشمار ۴) در همه نقاط پیوسته است.

سراسری-ریاضی-تیرماه ۱۴۰۱

۱۶ فرض کنید $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\sin(\sqrt{1-x^3}-1)-2\operatorname{tg}[x]}{x^n(1-\cos(\sqrt{3x}))}=a$، باشد. مقدار a^n، کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) $\dfrac{1}{9}$ ۲) $\dfrac{2}{9}$ ۳) $\dfrac{1}{3}$ ۴) $\dfrac{2}{3}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۷ تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $f(x)=\lim\limits_{n\to+\infty} \sin^{2n}(x)$، در بازه‌ی $[0,2\pi]$، کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۸ تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = [x]\,\mathrm{Sin}\,\pi x\ ;\ |x| \le ۲$، کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱۹ فرض کنید $\lim\limits_{x\to ۰^+} \dfrac{\tan^۲\left(\frac{۱}{\sqrt{۱-x^۲}} - ۱\right)}{\left(۱ - \mathrm{Cos}\left(\sqrt{۲x}\right)\right)^n} = a$، مقدار $a + n$، کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۴}$ ۲) $\frac{۹}{۴}$ ۳) $\frac{۱۵}{۴}$ ۴) $\frac{۱۷}{۴}$

سراسری-ریاضی-۱۴۰۰

۲۰ حاصل $\lim\limits_{x\to ۰^-} \dfrac{\sqrt{۲+۳x} - \sqrt{۲-x}}{\sqrt{۱ - \mathrm{Cos}\,x}}$، کدام است؟

۱) ۲- ۲) $-\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۱ فرض کنید $f(x) = \begin{cases} (x-۱)\,[x] & ;\ |x-۱| < ۱ \\ x^۲ + \mathrm{a}x + b & ;\ |x-۱| \ge ۱ \end{cases}$، یک تابع همواره پیوسته باشد. مقدار a، کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۲}$ ۲) ۱- ۳) ۱ ۴) $\frac{۵}{۲}$

سراسری-ریاضی-۹۹

۲۲ حاصل $\lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{۲x - ۷\sqrt{x} + ۵}{۲x - \sqrt{۳x+۱}}$، کدام است؟

۱) $-۱/۵$ ۲) $-۱/۲$ ۳) $-۰/۸$ ۴) $-۰/۶$

سراسری-ریاضی-۹۹

۲۳ به ازای مقادیری از a و b، تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x\,[x] & ;\ |x| < ۱ \\ \mathrm{a}x + b & ;\ |x| \ge ۱ \end{cases}$، بر روی R پیوسته است. a کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۲}$ ۲) ۱- ۳) $-\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۴ حاصل $\lim\limits_{x\to ۱^+} \dfrac{\mathrm{Sin}^۲\pi x}{[x] + \mathrm{Cos}\,\pi x}$، کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) π ۴) ۲π

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۵) به ازای کدام مقدار a، تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}\frac{۳x-۶}{x-\sqrt{x+۲}} & ; x>۲\\ \mathrm{ax}-۱ & ; x\le ۲\end{cases}$، بر روی مجموعه اعداد حقیقی، پیوسته است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲ ۳) ۲/۵ ۴) ۳

سراسری-ریاضی-۹۸

۲۶) به ازای کدام مجموعه مقادیر x بازه‌ی $(x+۱, ۲x-۲)$ یک همسایگی عدد ۳، می‌باشد؟

۱) $\emptyset$ ۲) $\{۲\}$ ۳) $۲<x<۲/۵$ ۴) $۱/۵<x<۲$

سراسری-ریاضی-۹۸

۲۷) تعداد نقاط ناپیوسته‌ی تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\left[x-\frac{۱}{۳}\right]+\left[x+\frac{۲}{۳}\right]$، در بازه‌ی $\left(-\frac{۵}{۳},\frac{۵}{۳}\right)$، کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۲۸) حاصل $\lim\limits_{x\to ۰}\frac{\mathrm{Sin}\,a\,\mathrm{Cos}\,x+\mathrm{Cos}\,a\,\mathrm{Sin}\,x-\mathrm{Sin}\,a}{x}$، کدام است؟

۱) $-\mathrm{Sin}\,a$ ۲) $-\mathrm{Cos}\,a$ ۳) $\mathrm{Cos}\,a$ ۴) $\mathrm{Sin}\,a$

سراسری-ریاضی-۹۸

۲۹) حاصل $\lim\limits_{x\to \pi^+}\frac{\mathrm{Sin}\,x-\mathrm{Sin}\,۳x}{\sqrt{۲+۲\,\mathrm{Cos}\,x}}$، کدام است؟

۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۲

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۰) تابع با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt[۳]{x+a}-b}{x} & ; x\neq ۰\\ \frac{۱}{۱۲} & ; x=۰\end{cases}$، بر روی مجموعه اعداد حقیقی R پیوسته است. b کدام است؟

۱) ± ۱ ۲) ± ۲ ۳) ± ۳ ۴) ± ۴

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۱) به‌ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}\frac{۱}{x} & ۰<x<a\\ ۱-\frac{x}{۴} & x\ge a\end{cases}$، همواره پیوسته است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) هیچ مقدار a

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۲) اگر $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{\sqrt{\mathrm{ax}+b}-۲}{x^۲-۱}=\frac{۳}{۲}$ باشد، b کدام است؟

۱) -۸ ۲) -۶ ۳) ۴ ۴) ۵

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۳ به ازای کدام مقدار a، تابع با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases} \frac{۱-\sqrt{x-\sqrt{x+۱}}}{x-۳} & ; x>۳ \\ ax-۳a-\frac{۳}{۸} & ; x\leqslant ۳ \end{cases}$، در نقطه‌ی $x=۳$، پیوسته است؟

۱) ۲-
۲) ۲
۳) هیچ مقدار a
۴) هر مقدار a

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۴ حاصل $\lim\limits_{x\to ۰}\frac{\sqrt{\cos x}-\sqrt{\cos ۵x}}{x^۲}$، کدام است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۳۵ به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} \frac{\sin(\pi x)}{۱-x} & x\neq ۱ \\ a & x=۱ \end{cases}$ ، بر روی R پیوسته است؟

۱) $-\pi$
۲) π
۳) ۱
۴) هیچ مقدار a

کنکورهای خارج از کشور-سراسری-ریاضی

۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{array}{l} x=c+۲ \Rightarrow c=ac^{۲}+bc \Rightarrow ۱=ac+b \\ x=-c+۲ \Rightarrow c=ac^{۲}-bc \Rightarrow ۱=ac-b \end{array} \Rightarrow b=۰, ac=۱ \Rightarrow [ac]=۱$$

۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x)=\begin{cases} |x-۱| & -c\le x\le c \\ ax^{۲}+bx+۲ & x<-c\,,\ x>c \end{cases}$$

$$x=c \xrightarrow{c\in N} c-۱=ac^{۲}+bc+۲$$

$$x=-c \xrightarrow{c\in N} c+۱=ac^{۲}-bc+۲$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{تفاضل} \Rightarrow -۲bc=۲ \Rightarrow b=-\frac{۱}{c} \\ \Rightarrow c-۱=ac^{۲}+۱ \Rightarrow a=\frac{c-۲}{c^{۲}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{۲-c}{c}=\frac{۲}{c}-۱$$

$$c=۱ \Rightarrow \frac{۲}{c}-۱=۱$$

$$c=۲ \Rightarrow \frac{۲}{c}-۱=۰$$

$$c>۲ \Rightarrow -۱<\frac{۲}{c}-۱<۰ \Rightarrow \left[\frac{a}{b}\right]=-۱$$

۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $x=۰$ ریشه مخرج است اما حد جواب دارد پس $x=۰$ ریشه صورت هم هست

$$a+\sqrt{c}=۰ \Rightarrow a=-\sqrt{c}$$

$$\lim_{x\to ۰}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}=\frac{۱}{۴} \Rightarrow \lim_{x\to ۰}\frac{\sqrt{bx+c}-\sqrt{c}}{x}=\frac{۱}{۴}$$

$$\lim_{x\to ۰}\frac{\cancel{bx}+\cancel{c}-\cancel{c}}{\cancel{x}(\sqrt{bx+c}+\sqrt{c})}=\frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{b}{۲\sqrt{c}}=\frac{۱}{۴} \Rightarrow b=\frac{\sqrt{c}}{۲}$$

$$\frac{ab}{c}=\frac{-\sqrt{c}\times\frac{\sqrt{c}}{۲}}{c}=-\frac{۱}{۲}$$

۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون تابع روی R پیوسته است پس در $x=۰$ نیز پیوسته است، بنابراین داریم:

$$\left.\begin{array}{l} f(۰)=b\,\mathrm{Sin}\left(\frac{\pi}{a}\right) \\ \lim\limits_{x\to ۰^{+}} f(x)=(۱-a)\times(۰)+(۳a^{۲}-۱)(-۱)=-۳a^{۲}+۱ \\ \lim\limits_{x\to ۰^{-}} f(x)=(۱-a)\times(-۱)+(۳a^{۲}-۱)(۰)=a-۱ \end{array}\right\} \Rightarrow -۳a^{۲}+۱=a-۱$$

$$\Rightarrow ۳a^{۲}+a-۲=۰ \Rightarrow \begin{cases} a=-۱ \Rightarrow \begin{cases} f(۰)=b\,\mathrm{Sin}\left(\frac{\pi}{-۱}\right)=۰ \\ \text{حد تابع}=a-۱=-۱-۱=-۲ \end{cases} \text{غ ق ق} \\ a=\frac{۲}{۳} \Rightarrow \begin{cases} f(۰)=b\,\mathrm{Sin}\left(\frac{\pi}{\frac{۲}{۳}}\right)=b\,\mathrm{Sin}\frac{۳\pi}{۲}=-b \\ \text{حد تابع}=a-۱=\frac{۲}{۳}-۱=-\frac{۱}{۳} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -b=-\frac{۱}{۳} \Rightarrow b=\frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۱}{۳}}=۲$$

۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left.\begin{array}{l}\text{حاصل حد} = ۲\\ \text{حد مخرج} = ۰\end{array}\right\}\text{حد صورت} = ۰ \Rightarrow a+\sqrt{۱}=۰ \Rightarrow a=-۱$$

$$\lim_{x\to ۰}\frac{\sqrt{\mathrm{bc}\,x^۲+(b+c)x+۱}-۱}{x}=۲ \Rightarrow \lim_{x\to ۰}\frac{\mathrm{bc}\,x^۲+(b+c)x+\cancel{۱}-\cancel{۱}}{x(\sqrt{\mathrm{bc}\,x^۲+(b+c)x+۱}+۱)}=۲$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۰}\frac{\cancel{x}(\mathrm{bc}\,x+b+c)}{\cancel{x}(\sqrt{\mathrm{bc}\,x^۲+(b+c)x+۱}+۱)}=۲$$

$$\frac{b+c}{۲}=۲ \Rightarrow b+c=۴$$

$$\frac{b}{a}+\frac{c}{a}=\frac{b+c}{a}=\frac{۴}{-۱}=-۴$$

۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x\to ۲^-}\frac{x-۲}{x^۲-[x^۲]}=\lim_{x\to ۲^-}\frac{x-۲}{x^۲-۳}=۰$$

$$\lim_{x\to ۲^+}\frac{x-۲}{x^۲-[x^۲]}=\lim_{x\to ۲^+}\frac{x-۲}{x^۲-۴}=\lim_{x\to ۲^+}\frac{۱}{x+۲}=\frac{۱}{۴}$$

پس مجموع حدها برابر $\frac{۱}{۴}$ است.

۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x)=\begin{cases}|[-x]-x| & [x]\ \text{فرد}\\ k-x+[x] & [x]\ \text{زوج}\end{cases}$$

$$\xrightarrow[(۱)]{n=۲}\begin{cases}۲^+ \to k-۲+۲=k\\ ۲^- \to |-۲-۲|=۴\\ ۲\to k\end{cases}$$

$$\xrightarrow[(۲)]{n=-۲}\begin{cases}-۲^+ \to k+۲-۲=k\\ -۲^- \to |۲+۲|=۴\\ ۲\to k\end{cases}$$

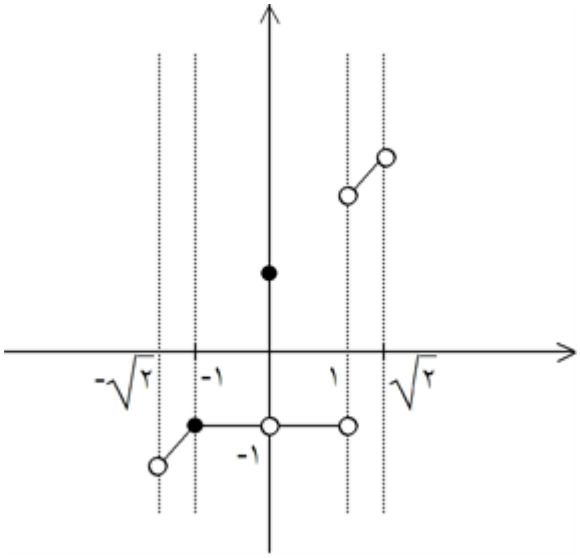
$$\xrightarrow{۱,۲} k=۴$$

$$n=۱ \Rightarrow \begin{cases}۱^+ \to |-۲-۱|=+۳\\ ۱^- \to k-۱\\ ۱\to -۲\end{cases}$$ برای زوج فقط برقرار است

۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x)=\begin{cases} -۱ & -۱<x<۱-\{۰\} \\ \text{Cos}\,(\pi x) & x=۰\,,\,۱\,,-۱ \\ |x|\,([x]+۱) & ۱<x<\sqrt{۲} \text{ یا } -\sqrt{۲}<x<-۱ \end{cases} \Rightarrow f(x)=\begin{cases} -۱ & -۱<x<۱-\{۰\} \\ -۱ & x=\pm ۱ \\ ۱ & x=۰ \\ ۲x & ۱<x<\sqrt{۲} \\ x & -\sqrt{۲}<x<-۱ \end{cases}$$

پس این تابع در $x=۰$ و $x=۱$ ناپیوسته است.



۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌توانیم برای $n=۱$ و $n=۲$ مسئله را بررسی کنیم، پس پیوستگی را در $x=\pm ۱$ و $x=\pm ۲$ بررسی می‌کنیم:

$$x=۱:\ \lim_{x\to ۱^+} f(x)=f(۱)=۱-۱+k=k$$

$$\lim_{x\to ۱^-} f(x)=\lim_{x\to ۱^-} |x-[-x]|=۲$$

$$x=-۱:\ \lim_{x\to (-۱)^+} f(x)=f(-۱)=k$$

$$\lim_{x\to (-۱)^-} = \lim_{x\to (-۱)^-} |x-[-x]|=۲$$

پس اگر $k=۲$ باشد به ازای $x=\pm ۱$ پیوستگی داریم، این یعنی مقادیر فرد n قابل قبول‌اند.

$$x=۲:\ \lim_{x\to ۲^+} f(x)=\lim_{x\to ۲^+} |x-[-x]|=۵$$

$$f(۲)=۲-(-۲)=۴$$

$$\lim_{x\to ۲^-} f(x)=\lim_{x\to ۲^-} (x-[x]+k)=۱+k$$

پس به ازای هیچ مقدار زوج n پیوستگی نداریم.

۱۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون تابع در R پیوسته است پس در $x=۰$ هم پیوسته است. حال برای دو حالت $a \notin Z$ و $a \in Z$ داریم:

$$a \notin Z \left\{ \begin{array}{c} f(۰)=۰ \\ f(۰^+)=۰ \\ f(۰^-)=|۰-[-a]|=[-a] \end{array} \right\} [-a]=۰ \Rightarrow ۰ \le -a < ۱ \Rightarrow -۱ < a \le ۰ \quad \text{غ ق ق}$$

با شرط $a < -۱$ اشتراک ندارد.

$$a \in Z \left\{ \begin{array}{c} f(۰)=۰ \\ f(۰^+)=۰ \\ f(۰^-)=\left|۰+a-\left[۰^-\right]\right|=|a+۱| \end{array} \right.$$

$$|a+۱|=۰ \Rightarrow a=-۱$$

با شرط $a < -۱$ اشتراک ندارد.

پس به ازای هیچ مقدار $a < -۱$ پیوسته نمی‌شود.

تذکر: تابع فقط به ازای $a=-۱$ روی R پیوسته می‌شود.

۱۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y=-\sqrt{x-۲۷} \Rightarrow y^۲=x-۲۷ \Rightarrow x=y^۲+۲۷ \Rightarrow f(x)=x^۲+۲۷$$

$$\lim_{x\to -۳^-} \frac{۲x+\sqrt{f(x)}}{|x^۲+x-۶|} = \lim_{x\to -۳^-} \frac{۲x+\sqrt{x^۲+۲۷}}{|(x+۳)(x-۲)|} \times \frac{۲x-\sqrt{x^۲+۲۷}}{۲x-\sqrt{x^۲+۲۷}}$$

$$= \lim_{x\to -۳^-} \frac{۳(x^۲-۹)}{(x+۳)(x-۲)} \times \frac{۱}{-۶-۶} = -۰/۳$$

۱۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

راه اول:

$$\lim_{x\to ۰^-} \frac{\sqrt{۲-۳x}-\sqrt{۲-۵x}}{\sqrt{۲-۲\operatorname{Cos} x}} \times \frac{\sqrt{۲-۳x}+\sqrt{۲-۵x}}{\sqrt{۲-۳x}+\sqrt{۲-۵x}} \times \frac{\sqrt{۲+۲\operatorname{Cos} x}}{\sqrt{۲+۲\operatorname{Cos} x}}$$

$$= \lim_{x\to ۰^-} \frac{۲x\cancel{\sqrt{۲+۲\operatorname{Cos} x}}}{\sqrt{۴-۴\operatorname{Cos}^۲ x}\,\cancel{\left(\sqrt{۲-۳x}+\sqrt{۲-۵x}\right)}} = \lim_{x\to ۰^-} \frac{۴x}{۴\sqrt{۲}\,|\operatorname{Sin} x|} = \lim_{x\to ۰^-} \frac{۴\cancel{x}}{۴\sqrt{۲}(-\cancel{\operatorname{Sin} x})}$$

$$= -\frac{۱}{\sqrt{۲}} = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

راه دوم: هوپیتال

$$\lim_{x\to ۰^-} \frac{\sqrt{۲-۳x}-\sqrt{۲-۵x}}{\sqrt{۴\operatorname{Sin}^۲ \frac{x}{۲}}} = \lim_{x\to ۰^-} \frac{\sqrt{۲-۳x}-\sqrt{۲-۵x}}{-۲\operatorname{Sin}\frac{x}{۲}} \xrightarrow{\text{HOP}}$$

$$\lim_{x\to ۰^-} \frac{\frac{-۳}{۲\sqrt{۲-۳x}}+\frac{۵}{۲\sqrt{۲-۵x}}}{-\operatorname{Cos}\frac{x}{۲}} = \frac{-\frac{۳}{۲\sqrt{۲}}+\frac{۵}{۲\sqrt{۲}}}{-۱} = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۱۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حدود چپ و راست و مقدار تابع در $x = ۰$ را می‌یابیم.

حد چپ : $L^- = \lim\limits_{x\to ۰^-} f(x) = \lim\limits_{x\to ۰^-} ([x] - ۲a) = -۱ - ۲a$

مقدار تابع : $f(۰) = |b|$

حد راست : $L^+ = \lim\limits_{x\to ۰^+} f(x) = \lim\limits_{x\to ۰^+} \dfrac{۱ - \operatorname{Cos} x}{۲bx^۲} = \lim\limits_{x\to ۰^+} \dfrac{۲\operatorname{Sin}^۲ \frac{x}{۲}}{۲bx^۲} = \dfrac{\frac{x^۲}{۲}}{۲bx^۲} = \dfrac{۱}{۴b}$

برای پیوستگی باید $-۱ - ۲a = |b| = \dfrac{۱}{۴b}$ برقرار باشد.

$$\Rightarrow |b| = \frac{۱}{۴b} \Rightarrow \begin{cases} ۴b^۲ = ۱ \Rightarrow b = \frac{۱}{۲} \ ; b > ۰ \\ \text{یا} \\ -۴b^۲ = ۱ \Rightarrow \text{جواب ندارد} \end{cases} \Rightarrow -۱ - ۲a = \frac{۱}{۲} \Rightarrow a = -\frac{۳}{۴}$$

$$\Rightarrow b - a = \frac{۱}{۲} + \frac{۳}{۴} = \frac{۵}{۴}$$

۱۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. روش اول: با روش هوپیتال برای رفع ابهام $\frac{۰}{۰}$ فوق داریم:

$$\frac{\frac{۲}{۲\sqrt{۲x+۳}} - \frac{۳}{۲\sqrt{۳x+۴}}}{\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}} = \frac{۱ - \frac{۳}{۲}}{\frac{۱}{۳}} = -\frac{۳}{۲}$$

روش دوم:

$$\lim_{x\to -۱} \frac{\sqrt{۲x+۳} - \sqrt{۳x+۴}}{۱ + \sqrt[۳]{x}} \times \frac{\sqrt{۲x+۳} + \sqrt{۳x+۴}}{\sqrt{۲x+۳} + \sqrt{۳x+۴}} \times \frac{۱ + (\sqrt[۳]{x})^۲ - (\sqrt[۳]{x})}{۱ + (\sqrt[۳]{x})^۲ - (\sqrt[۳]{x})}$$

$$= \lim_{x\to -۱} \frac{-(x+۱)(۱+۱+۱)}{(۱+x)(۱+۱)} = \frac{-۳}{۲}$$

۱۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ضابطه سوم در بیشمار نقطه ناپیوسته است پس نیازی به بررسی بقیه ضابطه‌ها و نقاط مرزی نیست.

$$f(x) = \begin{cases} |x| + [-x] & -۱ < x < ۱ \ , \ x \neq ۰ \\ ۱ + \operatorname{Cos} \pi x & x = ۰ \ , \ ۱ \ , -۱ \\ \left[x^۲\right] - [x] & x > ۱ \text{ یا } x < -۱ \end{cases}$$

۱۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا در همسایگی راست $x = ۰$، حد را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$[x] = ۰ \Rightarrow \lim_{x \to ۰^+} \frac{\sin\left(\sqrt{۱ - x^۳} - ۱\right)}{x^n\left(۱ - \cos\sqrt{۳x}\right)} = a$$

در محاسبه‌ی این حد، نیاز داریم از هم ارزی‌های زیر استفاده کنیم:

اگر $u \to ۰ \begin{cases} \sin u \sim u \\ ۱ - \cos u \sim \frac{u^۲}{۲} \end{cases}$

پس حد به صورت زیر خواهد شد:

$$\lim_{x \to ۰^+} \frac{\sqrt{۱ - x^۳} - ۱}{x^n \frac{۳x}{۲}} = \frac{۲}{۳} \lim_{x \to ۰^+} \frac{\sqrt{۱ - x^۳} - ۱}{x^{n+۱}} = \frac{۲}{۳} \lim_{x \to ۰^+} \frac{\sqrt{۱ - x^۳} - ۱}{x^{n+۱}} \times \frac{\sqrt{۱ - x^۳} + ۱}{\sqrt{۱ - x^۳} + ۱}$$

$$= \frac{۲}{۳} \lim_{x \to ۰^+} \frac{-x^۳}{۲x^{n+۱}} = \frac{-۱}{۳} \lim_{x \to ۰^+} \frac{x^۳}{x^{n+۱}} = a$$

حاصل حد بالا به ازای مقادیر مختلف n به صورت زیر است:

$$\begin{cases} n < ۲ \Rightarrow a = ۰ \Rightarrow a^n = ۰ \\ n = ۲ \Rightarrow a = -\frac{۱}{۳} \Rightarrow a^n = \frac{۱}{۹} \\ n > ۲ \Rightarrow \lim_{x \to ۰^+} \square = -\infty \Rightarrow a^n = \pm\infty \end{cases}$$

پس گزینه‌ی ۱ را انتخاب می‌کنیم.

۱۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

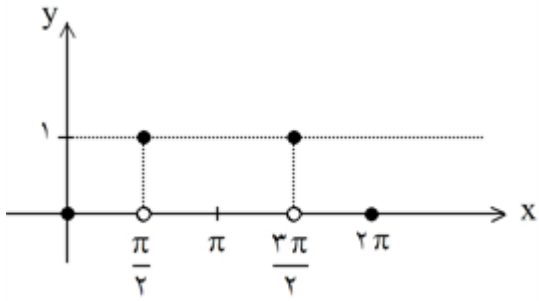
$$f(x) = \lim_{x \to +\infty} \left(\sin^۲(x)\right)^n$$

می‌دانیم $۰ \le \sin^۲(x) \le ۱$ است. پس در نقاطی که $\sin^۲ x \in \left[۰, ۱\right)$ قرار دارد، حاصل حد برابر صفر است.

در نقاطی که $\sin^۲ x = ۱$ است، حاصل حد برابر ۱ است، پس ضابطه‌ی f به صورت زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} ۱ & ; x = k\pi + \frac{\pi}{۲} \\ ۰ & ; x \neq k\pi + \frac{\pi}{۲} \end{cases}$$

نمودار تابع در بازه‌ی $[۰, ۲\pi]$ به صورت زیر است:



واضح است که تابع در $x = \frac{\pi}{۲}$ و $x = \frac{۳\pi}{۲}$ ناپیوسته است.

۱۸ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

از آنجا که $\sin(\pi x)$ در همه اعداد صحیح به عنوان عامل صفر عمل می‌کند، بنابراین در همه اعداد پیوسته است.

۱۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{U\to ۰}\frac{\tan^{۲}U}{U^{۲}}=۱\Rightarrow \tan^{۲}U\sim U^{۲}$$

$$\frac{۱}{\sqrt{۱-x^{۲}}}-۱=\frac{۱-\sqrt{۱-x^{۲}}}{\sqrt{۱-x^{۲}}}\times\frac{۱+\sqrt{۱-x^{۲}}}{۱+\sqrt{۱-x^{۲}}}=\frac{x^{۲}}{\sqrt{۱-x^{۲}}(۱+\sqrt{۱-x^{۲}})}\underset{x\to ۰}{=}\frac{x^{۲}}{۲}$$

$$۱-\operatorname{Cos}U=۲\operatorname{Sin}^{۲}\left(\frac{U}{۲}\right)\underset{U\to ۰}{=}۲\left(\frac{U}{۲}\right)^{۲}=\frac{U^{۲}}{۲}$$

$$(۱-\operatorname{Cos}\sqrt{۲x})^{n}=\left(\frac{(\sqrt{۲x})^{۲}}{۲}\right)^{n}=x^{n}$$

$$\text{حد مورد نظر}=\lim_{x\to ۰^{+}}\frac{\left(\frac{x^{۲}}{۲}\right)^{۲}}{x^{n}}=\lim_{x\to ۰^{+}}\frac{x^{۴}}{۴x^{n}}=a\Rightarrow n=۴,a=\frac{۱}{۴}\Rightarrow a+n=\frac{۱۷}{۴}$$

۲۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای رفع ابهام حدود $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$، می‌توان از قاعده هوپیتال استفاده نمود:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}\xrightarrow{\text{HOP}}\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$\lim_{x\to ۰^{-}}\frac{\sqrt{۲+۳x}-\sqrt{۲-x}}{\sqrt{\frac{۱}{۲}x^{۲}}}=\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}\xrightarrow{\text{HOP}}\lim_{x\to ۰^{-}}\frac{\frac{۳}{۲\sqrt{۲+۳x}}-\frac{-۱}{۲\sqrt{۲-x}}}{\frac{-۱}{\sqrt{۲}}}=\frac{\sqrt{۲}}{\frac{-۱}{\sqrt{۲}}}=-۲$$

۲۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$|x-۱|=۱\Rightarrow x-۱=\pm ۱\Rightarrow\begin{cases}x=۲\\x=۰\end{cases}$$

با توجه به شروط داده شده باید در نقاط $x=۲, x=۰$ پیوستگی‌ها بررسی شوند.

$$f(x)=\begin{cases}(x-۱)[x] & ;\ ۰<x<۲\\ x^{۲}+ax+b & ;\ x\le ۰ \text{ یا } x\ge ۲\end{cases}$$

$$\begin{cases}f(۲)=\lim\limits_{x\to ۲^{+}}f(x)=۴+۲a+b\\ \lim\limits_{x\to ۲^{-}}f(x)=(۲-۱)\left[۲^{-}\right]=۱\end{cases}\Rightarrow ۴+۲a+b=۱\Rightarrow ۲a+b=-۳$$

$$\begin{cases}f(۰)=\lim\limits_{x\to ۰^{-}}f(x)=۰+۰+b=b\\ \lim\limits_{x\to ۰^{+}}f(x)=(۰-۱)\left[۰^{+}\right]=۰\end{cases}\Rightarrow b=۰$$

$$\xrightarrow{b=۰}۲a+۰=-۳\Rightarrow a=-\frac{۳}{۲}$$

۲۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x\to ۱}\frac{۲x-۷\sqrt{x}+۵}{۲x-\sqrt{۳x+۱}}=\frac{۰}{۰}\xrightarrow{\text{HOP}}=\frac{۲-\frac{۷}{۲}}{۲-\frac{۳}{۴}}=\frac{-۶}{۵}=-۱/۲$$

۲۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x)=\begin{cases} x\,[x] & |x|<۱\\ \text{ax}+b & |x|\geq ۱\end{cases}\Rightarrow f(x)=\begin{cases} x\,[x] & -۱<x<۱\\ \text{ax}+b & x\geq ۱\,,\ x\leq -۱\end{cases}$$

کافی است f در $x=۱$ و $x=-۱$ پیوسته باشد.

$$x=۱\begin{cases} f(۱)=a+b\\ \lim\limits_{x\to ۱^+} f(x)=\lim\limits_{x\to ۱^+}(\text{ax}+b)=a+b\\ \lim\limits_{x\to ۱^-} f(x)=\lim\limits_{x\to ۱^-} x\,[x]=۱\times ۰=۰\end{cases}\Rightarrow a+b=۰$$

$$x=-۱\left\{\begin{array}{l} f(-۱)=-a+b\\ \lim\limits_{x\to(-۱)^-} f(x)=\lim\limits_{x\to(-۱)^-}(\text{ax}+b)=-a+b\\ \lim\limits_{x\to(-۱)^+} f(x)=\lim\limits_{x\to(-۱)^+} x\,[x]=(-۱)(-۱)=۱\end{array}\right\}-a+b=۱$$

$$\Rightarrow a=-\frac{۱}{۲},b=\frac{۱}{۲}$$

۲۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x\to ۱^+}\frac{\text{Sin}^۲\pi\text{x}}{[x]+\text{Cos}\,(\pi\text{x})}=\lim_{x\to ۱^+}\frac{۱-\text{Cos}^۲(\pi\text{x})}{۱+\text{Cos}\,(\pi\text{x})}=\lim_{x\to ۱^+}\frac{(۱-\text{Cos}\,\pi\text{x})\,\cancel{(۱+\text{Cos}\,\pi\text{x})}}{\cancel{۱+\text{Cos}\,(\pi\text{x})}}$$

$$=۱-\text{Cos}\,\pi=۱-(-۱)=۲$$

۲۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{۳x-۶}{x-\sqrt{x+۲}} & x>۲\\ \text{ax}-۱ & x\leq ۲\end{cases}$$

کافی است f در $x=۲$ پیوسته باشد:

$$f(۲)=۲a-۱$$

$$\lim_{x\to ۲^-} f(x)=\lim_{x\to ۲^-}(\text{ax}-۱)=۲a-۱$$

$$\lim_{x\to ۲^+} f(x)=\lim_{x\to ۲^+}\frac{۳x-۶}{x-\sqrt{x+۲}}=\lim_{x\to ۲^+}\frac{۳(x-۲)(x+\sqrt{x+۲})}{x^۲-x-۲}=\lim_{x\to ۲^+}\frac{۳\,\cancel{(x-۲)}\,(x+\sqrt{x+۲})}{\cancel{(x-۲)}\,(x+۱)}$$

$$=\frac{۳\times ۴}{۳}=۴$$

$$۲a-۱=۴\Rightarrow a=۲/۵$$

۲۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$۳\in(x+۱,۲x-۲)\Rightarrow\begin{cases} x+۱<۳\Rightarrow x<۲\\ \text{و}\\ ۲x-۲>۳\Rightarrow ۲x>۵\Rightarrow x>۲/۵\end{cases}$$

اشتراک دو بازه تهی است.

۲۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x)=\left[x-\frac{۱}{۳}\right]+\left[x+\frac{۲}{۳}\right], x\in\left(-\frac{۵}{۳},\frac{۵}{۳}\right)\Rightarrow f(x)=\left[x-\frac{۱}{۳}+۱\right]+\left[x+\frac{۲}{۳}\right]-۱$$

$$=۲\left[x+\frac{۲}{۳}\right]-۱$$

کاندیدهای ناپیوستگی x هایی هستند که درون براکت را به عدد صحیح تبدیل می‌کنند.

$$\frac{-۵}{۳}<x<\frac{۵}{۳}\xrightarrow{+\frac{۲}{۳}}-۱<\underbrace{x+\frac{۲}{۳}}<\frac{۷}{۳}$$

اعداد صحیح : $۰ , ۱ , ۲$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

کاندیدهای ناپیوستگی $x=\frac{-۲}{۳}, \frac{۱}{۳}, \frac{۴}{۳}\Rightarrow$ ۳ نقطه ی ناپیوستگی

۲۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x\to ۰}\frac{\sin a\cos x+\cos a\sin x-\sin a}{x}=\lim_{x\to ۰}\left(\frac{\sin a(\cos x-۱)}{x}+\frac{\cos a\sin x}{x}\right)$$

$$=\lim_{x\to ۰}\frac{\sin a(\cos^۲ x-۱)}{x(\cos x+۱)}+\lim_{x\to ۰}\cos a\left(\cancel{\frac{\sin x}{x}}\right)^۱=\lim_{x\to ۰}\frac{\sin a\,\cancel{(-\sin^۲ x)}^{۰}}{\cancel{x(\cos x+۱)}}+\cos a$$

$$=۰+\cos a=\cos a$$

۲۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x\to\pi^+}\frac{\sin(x)-\sin(۳x)}{\sqrt{\underbrace{۲+۲\cos(x)}_{\underbrace{۲(۱+\cos(x))}_{۲\cos^۲\left(\frac{x}{۲}\right)}}}}=\div\Rightarrow\lim_{x\to\pi^+}\frac{\sin(x)-\sin(۳x)}{\underbrace{۲\underbrace{\left|\cos\left(\frac{x}{۲}\right)\right|}_{-}}_{-۲\cos\left(\frac{x}{۲}\right)}}$$

$$\boxed{\frac{x}{۲}\to\frac{\pi}{۲}^+ \quad \text{ربع دوم}}$$

$$=\lim_{x\to\pi^+}\frac{-\cancel{۲}\sin x\cos ۲x}{-\cancel{۲}\cos\frac{x}{۲}}=\lim_{x\to\pi^+}\frac{۲\sin\frac{x}{۲}\,\cancel{\cos\frac{x}{۲}}\,\cos ۲x}{\cancel{\cos\frac{x}{۲}}}=۲(۱)(+۱)=۲$$

۳۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt[3]{x+a}-b}{x} & ;x\neq 0\\ \frac{1}{12} & ;x=0\end{cases}$$ در نقطه $x=0$ نیز پیوسته است $\Rightarrow$ بر R پیوسته $\Rightarrow$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\overbrace{\sqrt[3]{x+a}-b}^{\sqrt[3]{a}-b=0}}{\underbrace{x}_{\text{صفر}}}=\frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{x+a}-\sqrt[3]{a}}{x}=\frac{1}{12}\Rightarrow \lim_{x\to 0}\frac{\cancel{(x+a)-a}}{\cancel{x}\left(\sqrt[3]{(x+a)^2}+\sqrt[3]{a(x+a)}+\sqrt[3]{a^2}\right)}=\frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{3\sqrt[3]{a^2}}=\frac{1}{12}\Rightarrow\sqrt[3]{a^2}=4\Rightarrow\sqrt[3]{a}=\pm 2\xrightarrow{b=\sqrt[3]{a}}b=\pm 2$$

۳۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شرط پیوستگی:

$$\lim_{x\to a^+}f(x)=\lim_{x\to a^-}f(x)=f(a)\Rightarrow\frac{1}{a}=1-\frac{a}{4}\Rightarrow a^2-4a+4=0\Rightarrow(a-2)^2=0\Rightarrow a=2$$

۳۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{a+b}-2=0\Rightarrow a+b=4$$

$$\xrightarrow{\text{Hop}}\lim_{x\to 1}\frac{\frac{a}{2\sqrt{ax+b}}}{2x}=\frac{\frac{a}{2\sqrt{a+b}}}{2}=\frac{a}{8}=\frac{3}{2}\Rightarrow a=12\Rightarrow b=-8$$

۳۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

شرط پیوستگی $\lim_{x\to 3^+}f(x)=\lim_{x\to 3^-}f(x)=f(3)$

$$\lim_{x\to 3^+}f(x)=\lim_{x\to 3^+}\frac{1-\sqrt{x-\sqrt{x+1}}}{x-3}\xrightarrow{\text{HOP}}\lim_{x\to 3^+}\frac{-\frac{1-\frac{1}{2\sqrt{x+1}}}{2\sqrt{x-\sqrt{x+1}}}}{1}=-\frac{3}{8}$$

$$f(3)=3a-3a-\frac{3}{8}=-\frac{3}{8}$$

$$\lim_{x\to 3^-}f(x)=3a-3a-\frac{3}{8}=-\frac{3}{8}$$

بنابراین به ازای هر مقدار a تابع در $x=3$ پیوسته است.

۳۴ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. با استفاده از $\cos^P x\sim 1-P\frac{x^2}{2}$ داریم:

$$\lim_{x\to 0}\frac{(\cos x)^{\frac{1}{2}}-(\cos 5x)^{\frac{1}{2}}}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\left(1-\frac{1}{2}\times\frac{x^2}{2}\right)-\left(1-\frac{1}{2}\times\frac{25x^2}{2}\right)}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{6x^2}{x^2}=6$$

۳۵ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. تابع $y_۱ = \sin\pi x$ و تابع $y_۲ = ۱ - x$ ، هر دو در R پیوسته هستند تابع $y = \frac{\sin\pi x}{۱ - x}$ در کل دامنه‌اش یعنی $\{x|۱ - x \neq ۰\}$ پیوسته است. بنابراین تابع $y = \frac{\sin\pi x}{۱ - x}$ در کل R به جز $x = ۱$ پیوسته است. برای این که تابع f در R پیوسته باشد، باید $f(۱)$ را مناسب تعریف کرد. داریم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{۱-x} & x \neq ۱ \\ a & x = ۱ \end{cases} \Rightarrow f(۱) = \lim_{x \to ۱} f(x)$$

$$a = \lim_{x \to ۱} \frac{\sin(\pi x)}{۱ - x} = \lim_{x \to ۱} \frac{\sin(\pi(۱ - x))}{۱ - x} = \pi$$

بنابراین اگر $a = \pi$ باشد، تابع f در کل R پیوسته خواهد بود.

پاسخنامه کلیدی

۱	**۱**	۲	۳	۴
۲	**۱**	۲	۳	۴
۳	۱	۲	**۳**	۴
۴	۱	۲	**۳**	۴
۵	۱	**۲**	۳	۴
۶	**۱**	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	**۴**
۸	۱	**۲**	۳	۴
۹	۱	**۲**	۳	۴
۱۰	**۱**	۲	۳	۴
۱۱	**۱**	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	**۳**	۴
۱۳	۱	۲	**۳**	۴
۱۴	۱	۲	۳	**۴**
۱۵	۱	۲	**۳**	۴
۱۶	**۱**	۲	۳	۴
۱۷	۱	**۲**	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	**۴**
۱۹	۱	۲	۳	**۴**
۲۰	**۱**	۲	۳	۴
۲۱	**۱**	۲	۳	۴
۲۲	۱	**۲**	۳	۴
۲۳	۱	۲	**۳**	۴
۲۴	۱	**۲**	۳	۴
۲۵	۱	۲	**۳**	۴
۲۶	**۱**	۲	۳	۴
۲۷	۱	**۲**	۳	۴
۲۸	۱	۲	**۳**	۴
۲۹	۱	۲	۳	**۴**
۳۰	۱	**۲**	۳	۴
۳۱	۱	**۲**	۳	۴
۳۲	**۱**	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	**۴**
۳۴	۱	۲	۳	**۴**
۳۵	۱	**۲**	۳	۴